

Les chocs

Un choc est une interaction très brève entre deux systèmes. Les exemples sont courants tant au niveau de la vie quotidienne qu'en physique en particulier dans les accélérateurs de particules où, fréquemment, les particules sont accélérées dans le but de les soumettre à des chocs violents qui permettent de sonder leur structure par exemple. Dans la vie quotidienne, le billard ou la pétanque en sont des exemples très parlants. Les chocs s'étudient bien évidemment autant dans le cadre de la Mécanique classique que de la Mécanique relativiste. D'ailleurs, pour les particules élémentaires utilisées dans les accélérateurs, compte tenu des vitesses atteintes après accélération, c'est la Mécanique relativiste qui est adaptée. Pour le billard et la pétanque, on peut assez facilement comprendre que l'on pratiquera la Mécanique classique.

1 Les lois fondamentales

1.1 La conservation de la quantité de mouvement

On considère un système Σ_1 de quantité de mouvement \vec{p}_1 dans un référentiel \mathcal{R} et un système Σ_2 de quantité de mouvement \vec{p}_2 . Σ_1 subit des forces extérieures de résultante \vec{F}_1^{ext} , éventuellement des forces d'inertie $\vec{F}_1^{\text{inertie}}$ et dans la durée du choc entre $t = 0$ et $t = \Delta t_{\text{choc}}$ l'interaction avec le système Σ_2 traduite par $\vec{f}_{2 \rightarrow 1}$. La relation fondamentale de la Dynamique dans \mathcal{R} permet d'écrire :

$$\frac{d\vec{p}_1}{dt} = \vec{F}_1^{\text{ext}} + \vec{F}_1^{\text{inertie}} + \vec{f}_{2 \rightarrow 1}$$

On peut écrire la même relation pour le système Σ_2 :

$$\frac{d\vec{p}_2}{dt} = \vec{F}_2^{\text{ext}} + \vec{F}_2^{\text{inertie}} + \vec{f}_{1 \rightarrow 2}$$

On s'intéresse maintenant au système Σ constitué par Σ_1 et Σ_2 . On obtient alors :

$$\frac{d(\vec{p}_1 + \vec{p}_2)}{dt} = \vec{F}_1^{\text{ext}} + \vec{F}_1^{\text{inertie}} + \vec{F}_2^{\text{ext}} + \vec{F}_2^{\text{inertie}} + \vec{f}_{2 \rightarrow 1} + \vec{f}_{1 \rightarrow 2}$$

En vertu du principe des actions réciproques, nous savons que : $\vec{f}_{2 \rightarrow 1} + \vec{f}_{1 \rightarrow 2} = \vec{0}$. On obtient alors :

$$\frac{d(\vec{p}_1 + \vec{p}_2)}{dt} = \vec{F}_1^{\text{ext}} + \vec{F}_1^{\text{inertie}} + \vec{F}_2^{\text{ext}} + \vec{F}_2^{\text{inertie}}$$

À partir de cette équation, nous allons démontrer la première loi fondamentale des chocs. On intègre la loi précédente sur l'intervalle de temps correspondant au choc :

$$\Delta(\vec{p}_1 + \vec{p}_2) = \int_0^{\Delta t_{\text{choc}}} \left(\vec{F}_1^{\text{ext}} + \vec{F}_1^{\text{inertie}} + \vec{F}_2^{\text{ext}} + \vec{F}_2^{\text{inertie}} \right) dt$$

On passe à la limite du choc très bref pour $\Delta t_{\text{choc}} \rightarrow 0$. On a donc :

$$\Delta(\vec{p}_1 + \vec{p}_2)_{\text{choc}} = \lim_{\Delta t_{\text{choc}} \rightarrow 0} \int_0^{\Delta t_{\text{choc}}} \left(\vec{F}_1^{\text{ext}} + \vec{F}_1^{\text{inertie}} + \vec{F}_2^{\text{ext}} + \vec{F}_2^{\text{inertie}} \right) dt$$

Il n'y a pas de raison physique pour que les forces figurant dans l'intégrale divergent, on a donc :

$$\lim_{\Delta t_{\text{choc}} \rightarrow 0} \int_0^{\Delta t_{\text{choc}}} \left(\vec{F}_1^{\text{ext}} + \vec{F}_1^{\text{inertie}} + \vec{F}_2^{\text{ext}} + \vec{F}_2^{\text{inertie}} \right) dt = \vec{0}$$

On peut donc énoncer la loi fondamentale des chocs à savoir que la quantité de mouvement du système Σ se conserve :

$\Delta(\vec{p}_\Sigma)_{\text{choc}} = \vec{0}$ $\vec{p}_\Sigma \text{ avant} = \vec{p}_\Sigma \text{ après}$
--

La démarche que nous venons de voir se prolonge aussi pour le moment des forces et donc on conclure que le moment de la quantité de mouvement, c'est-à-dire le moment cinétique est constant :

$$\Delta (\vec{L}_\Sigma)_{\text{choc}} = \vec{0}$$

$$\vec{L}_\Sigma |_{\text{avant}} = \vec{L}_\Sigma |_{\text{après}}$$

1.2 Énergie cinétique

Le théorème de l'énergie cinétique pour le système σ fait intervenir la puissance des forces extérieures mais aussi la puissance des forces intérieures. Pour rappel, cette puissance est non nul lorsque le système Σ se déforme. On a :

$$\frac{dE_c(\Sigma)}{dt} = P_{ext} + P_{int} \quad \text{avec} \quad P_{int} \neq 0 \quad \text{si} \quad \Sigma \text{ déformable}$$

Comme dans le raisonnement sur la contribution des forces extérieures dans la relation de la Dynamique, la brièveté du choc amène à ne pas prendre en compte de puissance des forces extérieures. Par contre pour les forces intérieures, même si le choc est bref il peut être suffisant pour que le système Σ se soit déformé entre $t = 0$ et $t = \delta t_{\text{choc}}$. Il n'est pas possible de ne pas prendre en compte le travail des forces intérieures qui a créé la déformation. On peut donc rencontrer deux cas de figure. Tout d'abord, celui où il n'y a pas de déformation, le choc est dit élastique et $W_{int} = 0$, il y a conservation de l'énergie cinétique. Si $W_{int} \neq 0$, on parle de choc inélastique. On retiendra :

$$\Delta E_c = 0 \quad \text{choc élastique}$$

$$E_{c, \text{avant}} = E_{c, \text{après}}$$

$$\Delta E_c \neq 0 \quad \text{choc inélastique}$$

$$E_{c, \text{avant}} \neq E_{c, \text{après}}$$

On peut sans doute penser dans un premier temps que $E_{c, \text{après}} < E_{c, \text{avant}}$. C'est un cas très fréquent mais ce n'est pas l'unique cas. Une désintégration d'un système peut voir un objet avec aucune énergie cinétique au départ et avec de l'énergie cinétique après, donc dans un cas où $E_{c, \text{après}} > E_{c, \text{avant}}$. Cela se produit pour les particules élémentaires dans les processus de désintégrations radioactives par exemple. Mais, plus souvent à l'échelle macroscopique, l'explosion d'un système est équivalente à une désintégration sur le plan de la création d'énergie cinétique. De l'énergie interne stockée dans le système est transformée en énergie cinétique, voir le schéma de la figure 1. Dans l'exemple de cette figure, on a $M\vec{V} + m\vec{v} = \vec{0}$ par conservation de la quantité de mouvement.

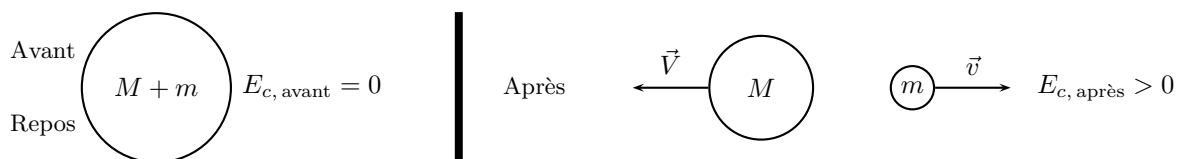


FIGURE 1 – Désintégration ou explosion

2 Étude d'une situation unidimensionnelle

2.1 La situation

On étudie un choc sur un axe Ox entre une particule de masse m arrivant avec la vitesse $\vec{v}_0 = v_0\vec{e}_x$ avec $v_0 > 0$ sur une particule de masse M au repos. On suppose que l'évolution des particules s'effectue uniquement sur l'axe Ox . Voir le schéma de la figure 2.



FIGURE 2 – Un choc unidimensionnel

On note $\vec{v} = v\vec{e}_x$ et $\vec{V} = V\vec{e}_x$ les vitesses de m et de M respectivement après le choc. On raisonnera avec v et V algébriques.

2.2 Choc élastique

On écrit la conservation de la quantité de mouvement et la conservation de l'énergie cinétique :

$$\begin{cases} mv_0 = MV + mv \\ \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}mv^2 \end{cases}$$

On peut réécrire le système d'équations selon :

$$\begin{cases} MV^2 = m(v_0^2 - v^2) \\ MV = m(v_0 - v) \end{cases}$$

Le rapport de ces dernières équations conduit à $V = v_0 + v$. En utilisant cette relation dans l'expression de la conservation de la quantité de mouvement, on peut déterminer les expressions des deux vitesses après le choc en fonction de la vitesse initiale et des masses des deux objets :

$$\begin{cases} v = \frac{m - M}{m + M}v_0 \\ V = \frac{2m}{m + M}v_0 \end{cases}$$

2.2.1 Cas général

Nous allons analyser l'expression des vitesses obtenues. On peut voir que $V > 0$ dans tous les cas puisque l'on avait $v_0 > 0$. On pouvait quand même s'y attendre, on voit mal comment M ne pouvait pas être projetée vers l'avant... En ce qui concerne v , le signe dépend de la comparaison des masses. Si $m < M$ alors la masse m la plus légère rebrousse chemin. Par contre, si le projectile est plus lourd que l'objet au repos ($m > M$) alors les deux projectiles possèdent une vitesse positive puisque l'on a $v > 0$ et $V > 0$ mais $V > v$ puisque $2m > M - m$. La particule au repos part après le choc avec une vitesse plus importante que celle du projectile. La plus légère est éjectée en quelque sorte.

2.2.2 Le carreau à la pétanque

Il n'est pas impossible qu'il existe des tricheurs à la pétanque comme dans tous les jeux, mais peut-être un peu plus dans celui-là que dans les autres... C'est peut-être une question d'origine géographique, allez savoir... Dans un jeu sans tricheur, les boules sont de même masse. On a donc $m = M$. On constate qu'après le choc, les deux boules de pétanque ont échangé leur vitesse puisque $V = v_0$ et $v = 0$. Si vous n'êtes pas doué à ce jeu, vous avez peut-être atteint le cochonnet (ou le but, le nom dépend fortement de vos origines géographiques...). On se retrouve alors avec $M \ll m$, le cochonnet est éjecté du jeu comme décrit dans le paragraphe précédent.

2.2.3 Choc élastique sur un mur

Quand vous lancez un ballon de foot contre un mur, il vous revient... Évitez la porte de garage de vos parents, elle se déforme plus facilement et le choc ne serait plus élastique. Si c'est votre habitude, il faut vous reporter au prochain paragraphe. C'est un peu pareil si vous envoyez une boule de pétanque contre un mur... Comment peut-on expliquer le constat que tout le monde peut faire? En fait le mur fixé à la Terre peut-être considéré comme un système de masse M très grande par rapport à la masse du projectile, on a $\frac{m}{M} \rightarrow 0$. On peut donc en déduire que les rapports des masses évoluent selon :

$$\frac{m - M}{m + M} \rightarrow -1 \quad \text{et} \quad \frac{2m}{m + M} \rightarrow 0$$

On peut donc en conclure que :

$$\begin{cases} v \simeq -v_0 \\ V \simeq 0 \end{cases}$$

En conclusion, le mur ne bouge pas et le projectile est renvoyé d'où il vient avec la même vitesse. Le vecteur vitesse a donc changé de sens. La force moyenne intérieure au système Σ constitué du projectile de masse m et du mur de masse $M \gg m$ est évaluable. La force exercée par le mur sur le projectile est responsable de la variation de quantité de mouvement du projectile. On peut proposer :

$$\langle \vec{F}_{\text{mur} \rightarrow m} \rangle = \frac{\vec{p}_{f,m} - \vec{p}_{i,m}}{\Delta t_{\text{choc}}} = -\frac{2mv_0}{\Delta t_{\text{choc}}} \vec{e}_x$$

2.2.4 Force exercée par un miroir sur des photons

On peut transposer ce résultat à un flux de photons qui se réfléchiraient sous incidence normale sur un miroir parfait. La quantité de mouvement des photons est $p = \frac{h}{\lambda}$ si h est la constante de PLANCK et λ la longueur de la lumière. Si le mur de masse M joue le rôle du miroir, on aurait :

$$\langle \vec{F}_{\text{miroir} \rightarrow \text{photons}} \rangle = -\frac{dN}{dt} \frac{2h}{\lambda} \vec{e}_x$$

où $\frac{dN}{dt}$ est le nombre de photons qui arrivent sur le miroir par unité de temps. On peut relier ce nombre à la puissance moyenne arrivant sur le miroir en écrivant $\langle P_i \rangle = \frac{dN}{dt} \frac{hc}{\lambda}$. Pour faire le lien avec le cours d'électromagnétisme, cette puissance correspond au flux du vecteur de POYNTING : $\langle P_i \rangle = \iint_S \langle \vec{\Pi} \rangle \cdot d\vec{S}$. On peut donc écrire que la force exercée par le miroir sur les photons est :

$$\langle \vec{F}_{\text{miroir} \rightarrow \text{photons}} \rangle = -\frac{2}{c} \left(\iint_S \langle \vec{\Pi} \rangle \cdot d\vec{S} \right) \vec{e}_x$$

Par le principe des actions réciproques, l'opposée de cette force correspond à la force exercée par les photons sur le miroir. On peut signaler comme application la voile solaire qui équipe des satellites artificiels et permet d'utiliser le Soleil et son rayonnement comme force de propulsion pour diriger le satellite.

2.3 Choc inélastique

Dans ce cas, les équations générales donnent :

$$\begin{cases} mv_0 = MV + mv \\ \frac{1}{2}mv_0^2 \neq \frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}mv^2 \end{cases}$$

Cette situation pose un problème de nombre d'inconnues. En effet, pour déterminer v et V , il faut deux équations et il n'y a plus que la conservation de la quantité de mouvement. Il faut avoir des informations sur l'interaction entre m et M . Ce n'est, en général, pas évident du tout. Il faut donner un modèle de déformation. Souvent, on se contente d'un constat extérieur comme avec une balle rebondissante qui ne rebondit jamais jusqu'à la hauteur d'où on l'a lâchée. On peut définir alors un coefficient de restitution de l'énergie cinétique comme le rapport de l'énergie cinétique finale sur l'énergie cinétique initiale pour les situations où il y a diminution d'énergie cinétique comme pour la balle précédente. Il arrive aussi que l'on définisse plutôt le coefficient de restitution pour la norme de la vitesse normale à la surface de contact. Bref, sans apport d'information, on ne peut pas caractériser l'après-choc. Voici pour terminer un exercice de balle qui rebondit avec perte d'énergie cinétique à chaque choc.

Rebonds d'une balle

Une balle est lancée sur le sol sur lequel elle rebondit indéfiniment. Du fait des frottements et de la déformation de la balle, sa vitesse diminue après chaque rebond d'un facteur $\eta_x < 1$ en ce qui concerne la vitesse horizontale et η_y en ce qui concerne la vitesse verticale de la balle juste après le choc. Ainsi, la vitesse verticale de la balle juste après le $(n + 1)^{\text{ème}}$ rebond est liée à celle juste après le $n^{\text{ème}}$ par $v_{y,n+1} = \eta_y v_{y,n}$ (idem selon l'axe Ox). Dans sa succession de rebonds, la balle franchit une distance totale L^* , pendant une durée t^* (ces grandeurs sont mesurées entre le premier rebond, et le point où le rebond devient imperceptible, le nombre total de rebonds est pour autant infini. Les rebonds sont représentés sur la figure 3.

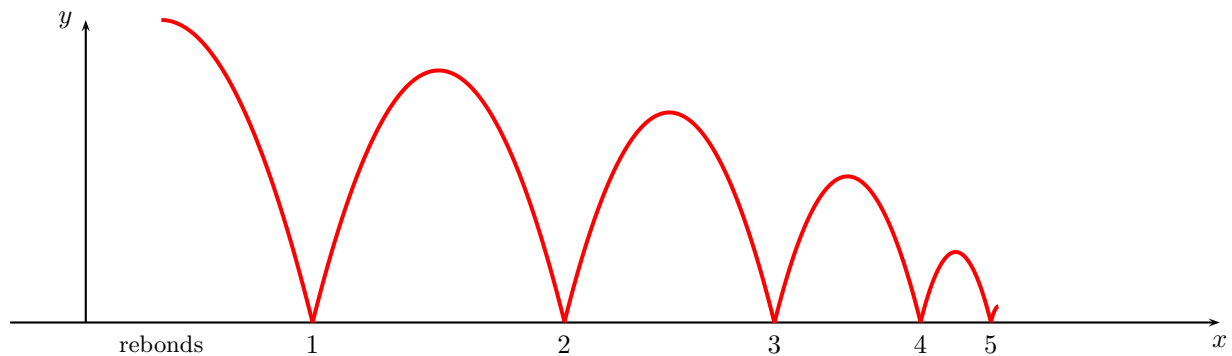


FIGURE 3 – Les rebonds d'une balle sur le sol

1. Exprimer L^* et t^* en fonction des données et de v_{1x} et v_{1y} .
2. En déduire l'angle α que fait la trajectoire de la balle avec l'horizontale, après le premier rebond, en fonction de η_x , η_y et des constantes physiques nécessaires.
3. Effectuer l'application numérique avec $\eta_x = \eta_y = 0,9$, $L^* = 1$ m et $t^* = 4$ s.

Réponses : l'application de la relation de la Dynamique dans le référentiel terrestre donne $\ddot{y} = -g$ et $\ddot{x} = 0$ d'où pour le premier rebond $\dot{y} = v_{1y} - gt$ et $\dot{x} = v_{1x}$, au sommet de la première parabole, on a $t_s = \frac{v_{1y}}{g}$, la durée correspondant à la portée est donc $2\frac{v_{1y}}{g}$, la distance parcourue est donc obtenue par $L_1 = v_{1x}2t_s = v_{1x}\frac{2v_{1y}}{g}$, la distance parcourue par la balle sur le premier rebond est donc $L_1 = \frac{2v_{1x}v_{1y}}{g}$, pour le second rebond il suffit d'atténuer les vitesses des facteurs η_x et η_y , on arrive à $L_2 = \frac{2v_{1x}v_{1y}}{g}\eta_x\eta_y$, la distance totale est $L^* = \frac{2v_{1x}v_{1y}}{g}(1 + \eta_x\eta_y + (\eta_x\eta_y)^2 + \dots)$, on affine à la somme des termes d'une suite géométrique qui converge puisque sa raison vérifie $\eta_x\eta_y < 1$, on obtient $L^* = \frac{2v_{1x}v_{1y}}{g}\frac{1}{1-\eta_x\eta_y}$, la durée correspond à la somme des durées $t^* = \frac{2v_{1y}}{g}(1 + \eta_y + \eta_y^2 + \dots)$, on trouve $t^* = \frac{2v_{1y}}{g}\frac{1}{1-\eta_y}$; on trouve $v_{1x} = \frac{L^*}{t^*}\frac{1-\eta_x\eta_y}{1-\eta_y}$ et $v_{1y} = \frac{gt^*}{2}(1 - \eta_y)$, $v_{1x} = 2,00 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $v_{1y} = 0,48 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $\tan \alpha_i = \frac{v_{iy}}{v_{ix}}$ est indépendant de i puisque $\eta_x = \eta_y$, on trouve $\alpha_i = 77^\circ$.