Force de Lorentz et relativité

Nous savons que l'interaction entre une particule chargée dotée d'une charge q et d'une vitesse $\vec{V}$ dans un milieu où règne un champ électrique $\vec{E}$ et un champ magnétique $\vec{B}$ est donnée par l'expression dite de LORENTZ (1853-1928) :

$$\vec{f} = q(\vec{E} + \vec{V} \wedge \vec{B})$$

La force de LORENTZ fait apparaître une vitesse. Il est donc indispensable de préciser le référentiel d'étude. Cette obligation pose le problème du comportement des champs électriques $\vec{E}$ et des champs magnétiques $\vec{B}$ vis à vis des problèmes de changements de référentiels. Ceci relève de l'étude des problèmes de relativité. En première année, la relativité des vitesses et des accélérations a été étudiée dans le cadre de la théorie de la relativité de GALILÉE (1564-1642). Au début du 20ème siècle, ALBERT EINSTEIN (1879-1955) a élaboré deux nouvelles théories de la relativité : la relativité restreinte vers 1905 puis la relativité générale vers 1920. Lorsqu'on évoque le terme de relativité, il ne faut pas uniquement associer ce thème à ALBERT EINSTEIN.

Les différentes théories de relativité ont un point commun important pour notre étude, elles supposent toutes que la charge électrique q est invariante par changement de référentiel. De plus, les forces ne changent pas par changement de référentiel galiléen.

1 Les résultats de l'électromagnétisme

1.1 Situation étudiée

On étudie un faisceau homogène de protons de charge e, de vitesse $\vec{v} = v\vec{e}_z$ constante par rapport au référentiel $\mathcal{R}$. Ce faisceau constitue un cylindre infini de rayon a, voir la figure 1. La densité volumique de protons est noté $n(\,\mathrm{m}^{-3})$. La vitesse étant indépendante du temps, on se trouve dans le cas d'un régime stationnaire.

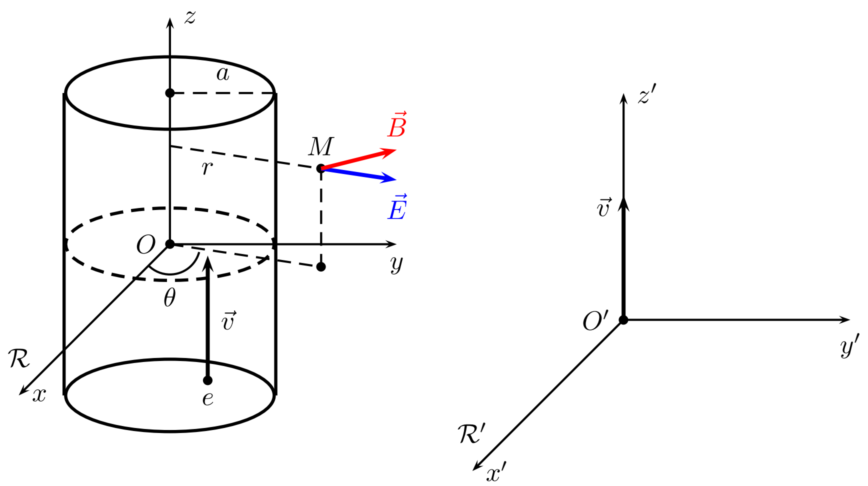

FIGURE 1 – Faisceau de protons

La densité volumique de charge est $\rho = ne$, la densité volumique de courant évaluée par rapport au référentiel $\mathcal{R}$ est $\vec{j} = ne\vec{v}$.

1.2 Expression des champs

Les calculs sont effectués dans le référentiel $\mathcal{R}$. À l'aide du théorème de GAUSS par exemple, on peut calculer le champ électrique au point M de coordonnées (r, θ, z) situé en dehors du faisceau de protons $(r > a)$. Pour le champ magnétique, on utilisera le théorème d'AMPÈRE. On obtient les résultats très classiques suivants :

$$\vec{E}(M) = \frac{nea^2}{2\varepsilon_0 r}\vec{e}_r \qquad \text{et} \qquad \vec{B}(M) = \frac{\mu_0 nea^2 v}{2r}\vec{e}_\theta$$

En utilisant la relation $\varepsilon_0\mu_0 c^2 = 1$, on peut observer la relation suivante entre les champs :

$$\vec{B} = \frac{\vec{v} \wedge \vec{E}}{c^2}$$

1.3 Changement de référentiel

Plaçons-nous maintenant du point de vue d'un observateur O' qui se déplace avec le référentiel $\mathcal{R}'$ selon l'axe Oz à la vitesse $\vec{v}$ constante. Le champ électrique $\vec{E}'$ qu'il perçoit est le même que celui perçu dans le référentiel $\mathcal{R}$ puisque le régime stationnaire et le caractère homogène du faisceau imposent que la distribution volumique de charge soit invariante au cours du temps dans $\mathcal{R}$. Il en va a fortiori de même dans le référentiel $\mathcal{R}'$ en translation rectiligne et uniforme par rapport à $\mathcal{R}$. Par contre, pour le champ magnétique la situation est fondamentalement différente puisque du point de vue de l'observateur O', les protons ne sont plus en mouvement ! Il n'y a donc plus de courant et par conséquent plus de champ magnétique ! Suivant le référentiel adopté, la situation est complètement transformée :

Champs perçus dans $\mathcal{R}$	Champs perçus dans $\mathcal{R}'$
$\vec{E}$ et $\vec{B}$	$\vec{E}' = \vec{E}$ et $\vec{B}' = \vec{0}$

1.4 Identité de la force

Comme nous l'avons affirmé, la force de Lorentz est la même forme dans le référentiel $\mathcal{R}$ et dans le référentiel $\mathcal{R}'$. La particule test de charge q possède une vitesse $\vec{V}$ dans le référentiel $\mathcal{R}$ et une vitesse $\vec{V}'$ dans $\mathcal{R}'$. La loi de composition des vitesses s'exprime, ici, simplement selon $\vec{V} = \vec{V}' + \vec{v}$. Dans le référentiel $\mathcal{R}$, la force de Lorentz est $\vec{f} = q(\vec{E} + \vec{V} \wedge \vec{B})$. Dans le référentiel $\mathcal{R}'$, on aura $\vec{f}' = q(\vec{E}' + \vec{V}' \wedge \vec{B}')$. En utilisant la loi de composition des vitesses, on arrive donc à $\vec{f} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}) + q\vec{V}' \wedge \vec{B}$. L'égalité $\vec{f} = \vec{f}'$ entraîne l'identification suivante :

$$\vec{E}' = \vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B} \qquad \text{et} \qquad \vec{B}' = \vec{B}$$

Cette situation n'est pas compatible avec la réflexion sur les champs perçus précédemment car l'absence de perception de champ magnétique $\vec{B}'$ dans le référentiel $\mathcal{R}'$ se traduirait par $\vec{B}' = \vec{B} = 0$ ce qui n'est pas conforme à l'observation courante. On constate alors que la théorie de l'électromagnétisme de Maxwell n'est pas compatible avec la mécanique classique au travers de la loi de composition des vitesses.

2 Les apports de la relativité restreinte

2.1 Historique

À la fin du 20$^{\text{ème}}$ siècle, la physique théorique connaissait une crise majeure. D'une part, la théorie de la mécanique classique de Galilée et de Newton (1642-1727) ne semblait pas pouvoir être remise en cause tant les expériences terrestres et les observations astronomiques avaient montré son bien fondé. D'autre part, la théorie de Maxwell (1831-1879) venait de connaître des confirmations éclatantes par les expériences de Hertz (1857-1894) qui produisit des ondes électromagnétiques en 1888. Cette crise trouva une solution par une révolution... théorique dans le cadre de la théorie de la relativité restreinte d'Einstein qui fut le premier à réduire le champ d'application de la mécanique classique en 1905 au domaine des vitesses petites devant la vitesse de la lumière $c = 3 \times 10^8\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ qui est aussi celle des ondes électromagnétiques dans le vide.

2.2 Un bref aperçu

La relativité restreinte apporte de nouvelles lois de composition des vitesses connues sous le nom de transformation de Lorentz. Celle-ci conduit aux relations suivantes entre les champs dans deux référentiels $\mathcal{R}$ et $\mathcal{R}'$ se déplaçant à la vitesse $\vec{v}$ constante par rapport $\mathcal{R}$. On est alors obligé de distinguer les composantes des champs parallèles à $\vec{v}$ ($\vec{E}_{\parallel}$) des composantes perpendiculaires à $\vec{v}$ ($\vec{E}_{\perp}$). On obtient :

$$\vec{E}'_{\parallel} = \vec{E}_{\parallel} \quad \text{et} \quad \vec{E}'_{\perp} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}(\vec{E}_{\perp} + \vec{v} \wedge \vec{B})$$
$$\vec{B}'_{\parallel} = \vec{B}_{\parallel} \quad \text{et} \quad \vec{B}'_{\perp} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}(\vec{B}_{\perp} - \frac{\vec{v}}{c^2} \wedge \vec{E}_{\perp})$$

Ces relations ne sont plus incompatibles avec la situation observée dans le 1.3. Si on reprend la condition $\vec{B}' = \vec{0}$, il n'y a plus d'incohérence puisque d'une part le champ magnétique correspond bien à la composante perpendiculaire à la vitesse et que d'autre part on a bien, d'après les calculs du 1.2, $\vec{B}_{\perp} = \dfrac{\vec{v} \wedge \vec{E}_{\perp}}{c^2}$.

En conclusion, on retiendra qu'il est préférable de parler de champ électromagnétique plutôt que de champ électrique et de champ magnétique. En effet, la nature électrique ou magnétique du champ électromagnétique n'est pas absolue, elle dépend de la situation de l'observateur. L'électromagnétisme est une théorie relativiste par essence.