

Thermodynamique et écoulement permanent

Les applications de la Thermodynamique sont beaucoup plus nombreuses dans les situations d'écoulement des fluides que dans les situations statiques. En effet, dans toutes les machines classiques (moteurs, pompes à chaleur et machines frigorifiques) un fluide s'écoule de façon quasi-permanente dans le dispositif. Il y effectue des cycles au cours desquels des transferts énergétiques sont réalisés. Ceux-ci sont à l'origine de la fonction de la machine.

La quantité de matière qui s'écoule est caractérisée par l'équivalent d'une intensité en électricité. On cherche à fournir une donnée indiquant la quantité de la grandeur la plus pertinente qui passe à travers une section de la tuyauterie de la machine thermodynamique par unité de temps. Cette grandeur est un débit au sens habituel du terme. Dans les études des réacteurs chimiques, on privilégie le débit de quantité de matière en $\text{mol} \cdot \text{s}^{-1}$, c'est-à-dire le débit molaire, alors que pour les machines thermodynamiques, on privilégiera le débit massique.

1 Notion de débit

1.1 Première approche : le débit volumique

Comme nous l'avons vu au départ, le bilan d'une grandeur extensive X d'un système Σ fait intervenir un terme de transfert X_{tr} dans l'équation $\Delta X = X_{tr} + X_{cr}$. Ce terme traduit la quantité de X qui est entrée ou qui est sortie entre les deux instants fixés pour évaluer ΔX . En ramenant ce bilan à l'unité de temps, nous avons aussi vu que nous pouvions écrire :

$$\frac{dX}{dt} = \frac{\delta X_{tr}}{dt} + \frac{\delta X_{cr}}{dt}$$

où $\frac{\delta X_{tr}}{dt}$ représente la quantité de X qui entre ou qui sort de Σ par unité de temps. Si X représente un volume alors $\frac{\delta V_{tr}}{dt}$ s'exprime en $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ et représente des mètres-cubes par seconde. Il s'agit d'un débit et plus précisément d'un débit volumique. La notion de débit volumique est très familière lorsque l'on parle d'une rivière ou d'un fleuve. Par exemple, un débit assez courant pour la Loire à Nantes (44) est de $900 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$. Il est nettement moins élevé à Saint-Just-Saint-Rambert dans la Loire (42) où il vaut plutôt $50 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$. Vous en connaissez parfaitement la raison, la Loire compte de nombreux affluents entre ces deux endroits comme l'Allier, le Cher, l'Indre, la Maine... qui apportent leur contribution au débit volumique constaté à Nantes. Vous savez sans doute aussi que plus il y a de courant, c'est-à-dire plus la vitesse d'écoulement de l'eau est élevée, plus le débit sera élevé. Le débit volumique du fleuve dépend de la vitesse. Il ne faut pas être un grand devin pour se douter que sa taille intervient. La Loire est beaucoup plus large dans le département de la Loire-Atlantique que dans celui de la Loire. Mais la largeur est-elle le paramètre pertinent ? On peut répondre non, même si indirectement elle a un rôle. En fait, c'est la section du fleuve qui compte, elle croît habituellement avec la largeur. La section du fleuve est représentée sur le schéma de la figure 1.

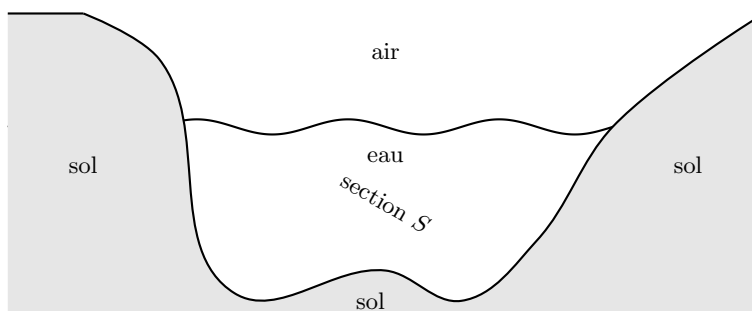


FIGURE 1 – Section d'un fleuve et débit

Sur le plan dimensionnel, une section est une surface qui s'exprime en m^2 , la vitesse est bien évidemment en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ alors qu'un débit volumique s'exprime en $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$. L'analyse est simple, le débit volumique apparaît comme le produit d'une surface par une vitesse. La seule difficulté est qu'il faut tenir compte de l'orientation de l'écoulement par rapport à l'orientation de la surface. La définition du débit fait intervenir un produit scalaire entre le vecteur vitesse \vec{v} et un vecteur surface élémentaire $d\vec{S}$ qui, par intégration, représentera la totalité de la section du fleuve.

C'est un flux :

$$\mathcal{D}_{vol} = \iint_{\text{section}} \vec{v} \cdot d\vec{S} \quad \text{en} \quad \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$$

L'influence de l'angle peut être sentie. Imaginez qu'avec quelques camarades, vous souhaitez passer la porte ouverte de la salle de classe pour entrer. En général, vous évitez de suivre une trajectoire inclinée d'un angle de 60° , par exemple, par rapport à la perpendiculaire à cette ouverture, perpendiculaire qu'on appelle très souvent la normale en Physique. Vous évitez car vous savez très bien que ce n'est pas la façon la plus rapide pour le petit groupe d'entrer. Tout le monde essaie d'avoir, au moins au voisinage de la porte, une trajectoire orientée selon la normale à l'ouverture. De la même façon, pour effectuer le comptage des véhicules sur une route, on place un câble perpendiculairement à la vitesse des voitures ce qui veut dire, en général, perpendiculairement à la route. Personne n'aurait l'idée de le placer dans le sens de la marche des voitures ! Pour l'eau du fleuve, c'est exactement la même chose, on choisit la section du fleuve et on calcule un flux. Il est rare, surtout pour un fluide, que la vitesse dans l'écoulement soit uniforme. Mais si l'on retient cette hypothèse dans une modélisation simplificatrice, le débit volumique du fleuve sera :

$$\mathcal{D}_{vol} = \vec{v} \cdot \vec{S} \quad \text{sur le plan dimensionnel} \quad \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1} = (\text{m} \cdot \text{s}^{-1}) \times (\text{m}^2)$$

1.2 Notion générale de débit d'une grandeur extensive - densité volumique de courant associée

1.3 Exemples de débit

On définit successivement les débits massique, les débits de charges - l'intensité - en électricité, les débits d'énergie. À chacune de ces situations, on associe une densité volumique de courant de masse \vec{j}_m , une densité volumique de courant \vec{j}_{elec} ou encore une densité volumique de courant d'énergie \vec{j}_e .

Il n'est pas toujours possible de caractériser une grandeur X qui s'écoule par une densité volumique de courant définie comme nous l'avons vu précédemment :

$$\vec{j}_X = x_{vol} \vec{v}_X = \frac{dX}{dV} \vec{v}_X$$

Comme nous le verrons plus tard dans l'étude des transferts thermiques, pour la conduction thermique ou la convection, on ne peut pas donner une expression comme la précédente pour la densité volumique de courant de transfert thermique \vec{j}_{th} . On a affaire à des expressions phénoménologiques. Mais finalement peu importe parce que ce qui compte est le débit d'énergie ($J \cdot s^{-1} = W$) associé à ces transferts thermiques et comme dans tous les autres cas, il se calcule toujours comme un flux :

$$P_{th} = \iint_S \vec{j}_{th} \cdot d\vec{S}$$

Plus étonnant - à ce stade de notre étude du programme -, nous définirons une densité volumique de courant de probabilité en Mécanique quantique. . .

2 Bilans

2.1 Bilan global de masse

On considère un système Σ de masse m défini par la surface fermée S qui entoure son volume V , voir le schéma de la figure 2.

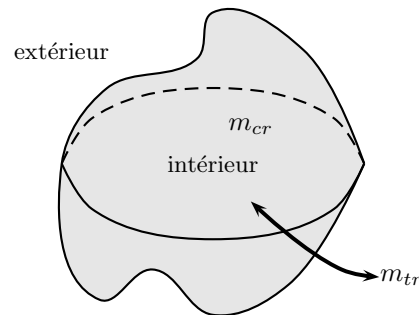


FIGURE 2 – Système Σ

$$\Delta m = m_{tr} + m_{cr} \quad \text{et} \quad \frac{dm}{dt} = \frac{\delta m_{tr}}{dt} + \frac{\delta m_{cr}}{dt}$$

Le terme $\left| \frac{\delta m_{tr}}{dt} \right| = \mathcal{D}_m$ est le terme de débit massique qui traduit le bilan, par unité de temps, des entrées et des sorties de masse du système. Par convention, lorsqu'on effectue un bilan sur une surface fermée, le flux de la densité de courant de transfert de masse est calculé sortant. La normale à la surface est orientée vers l'extérieur. Le débit massique est calculé positivement sortant.

De plus, pour les termes de création (source ou puits), on présente souvent un taux de création par unité de temps et par unité de volume. Par exemple :

$$\sigma_m \quad \text{en} \quad \text{kg} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{m}^{-3}$$

2.2 Bilan local de masse

L'équation générale du bilan local de masse est :

$$\operatorname{div} \mu \vec{v} + \frac{\partial \mu}{\partial t} = \sigma_m$$

et en l'absence de terme de création :

$$\operatorname{div} \mu \vec{v} + \frac{\partial \mu}{\partial t} = 0 \quad \text{ou en général} \quad \operatorname{div} \vec{j}_X + \frac{\partial x_{vol}}{\partial t} = 0$$

Cette équation est alors appelée *équation de conservation* de la masse ou de la grandeur extensive X .

2.3 Loi des nœuds

En l'absence de terme de création, le bilan local est :

$$\operatorname{div} \vec{j} + \frac{\partial x_{vol}}{\partial t} = 0$$

En régime indépendant du temps ou dans le cadre de l'Approximation des Régimes Quasi-Stationnaire (ARQS¹) :

$$\frac{\partial x_{vol}}{\partial t} = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{\partial x_{vol}}{\partial t} \simeq 0$$

On a donc :

$$\operatorname{div} \vec{j} = 0 \quad \text{et donc} \quad \iiint_{V/S} \operatorname{div} \vec{j} \, dV = \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = 0$$

La densité de courant est à flux conservatif! Le flux sortant global de \vec{j} est donc nul. Cela signifie que le flux sortant réellement est égal au flux entrant réellement dans la surface fermée utilisée ou éventuellement qu'il n'y a ni entrée, ni sortie mais cela n'est pas le cas le plus intéressant ici.

1. On emploie indifféremment ARQS et ARQP pour Quasi-Permanent.

La loi des nœuds ne s'applique pas qu'en électricité. Dans une majorité de situations, elle s'applique au débit (volumique) d'une rivière ou d'un fleuve, voir les photographies de la figure 3.



FIGURE 3 – Confluence de la Loire et de la Maine à Bouchemaine (49) - Inondations

Elle s'applique aussi dans un turbo-réacteur d'avion, voir la figure 4.

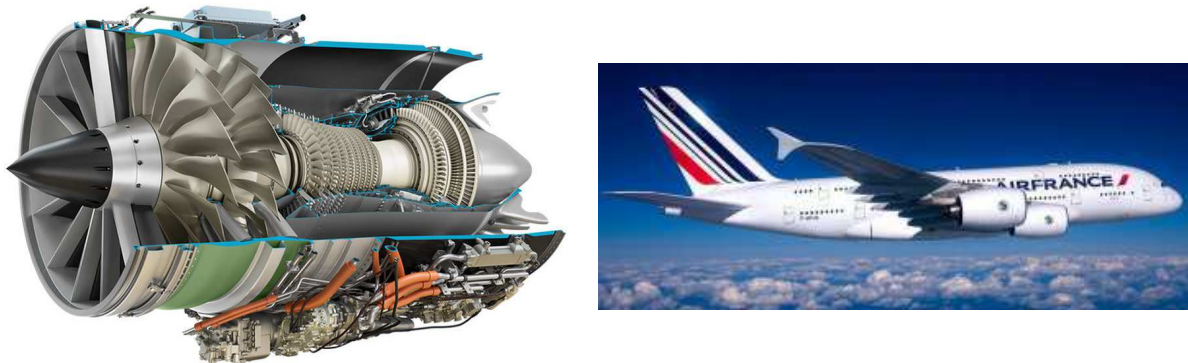


FIGURE 4 – Réacteurs d'avion

3 Premier principe en écoulement permanent ou premier principe industriel

Le premier principe consiste à effectuer un bilan énergétique sur un système. Ce bilan énergétique prend une forme particulière très efficace pour l'étude des machines thermiques qui fonctionnent très souvent avec un fluide en écoulement permanent. On parle encore de *premier principe industriel*.

3.1 Écoulement permanent

Comme nous venons de le voir, en écoulement permanent, on peut appliquer la loi des nœuds. Prenons le cas des machines frigorifiques comme un réfrigérateur ou une pompe à chaleur, voir la figure 5. On utilise un fluide frigorigène - c'est-à-dire adapté pour obtenir une bonne efficacité - qui parcourt une tuyauterie unique sans aucune communication avec l'extérieur. Le fluide est, en quelque sorte, prisonnier et s'écoule en permanence successivement dans l'ensemble des parties de la machine. Il est soit à l'état liquide, soit à l'état gazeux. On raisonne sur le débit massique. La loi des nœuds est alors simple :

$$\mathcal{D}_m = \mathcal{D}_m, \text{ dans chaque partie} = \text{Cte}$$

On peut dans ce cas faire le parallèle avec la loi de l'intensité en électricité qui est la même partout dans un circuit série.



FIGURE 5 – Pompe à chaleur avec la tuyauterie visible - Débit massique \mathcal{D}_m identique dans toute la tuyauterie

Nous avons vu avant que pour le turboréacteur, au débit massique d'air frais entrant il fallait ajouter le débit de kérosène pour obtenir le débit massique des gaz brûlés sortants mais le débit massique de carburant est faible devant le débit d'air. On étudie, en général, le moteur en considérant que le débit massique est le même dans toutes ses parties :

$$\mathcal{D}_m, \text{ gaz sortant} = \mathcal{D}_m, \text{ air entrant} + \mathcal{D}_m, \text{ kérosène} \simeq \mathcal{D}_m, \text{ air entrant} = \text{Cte}$$

Ce résultat sera aussi appliqué pour les chambres de combustion où on injecte un carburant souvent gazeux.

3.2 Situation étudiée

On étudie une partie d'une machine thermique en effectuant une approche assez générale pour que le résultat établi soit utilisable dans n'importe quelle partie de la machine. Nous pourrions appliquer le résultat que nous obtiendrons, par exemple, dans le cas d'un compresseur, dans celui d'une turbine, d'une chambre de combustion, d'un condenseur, d'un évaporateur, d'un détendeur (robinet de laminage), d'une tuyère...

La portion de la machine est décrite à la figure 6. Pour effectuer l'étude d'un système de masse fixée, nous allons définir la position d'une portion de fluide - notre système - à la date t et une autre à la date $t + dt$.

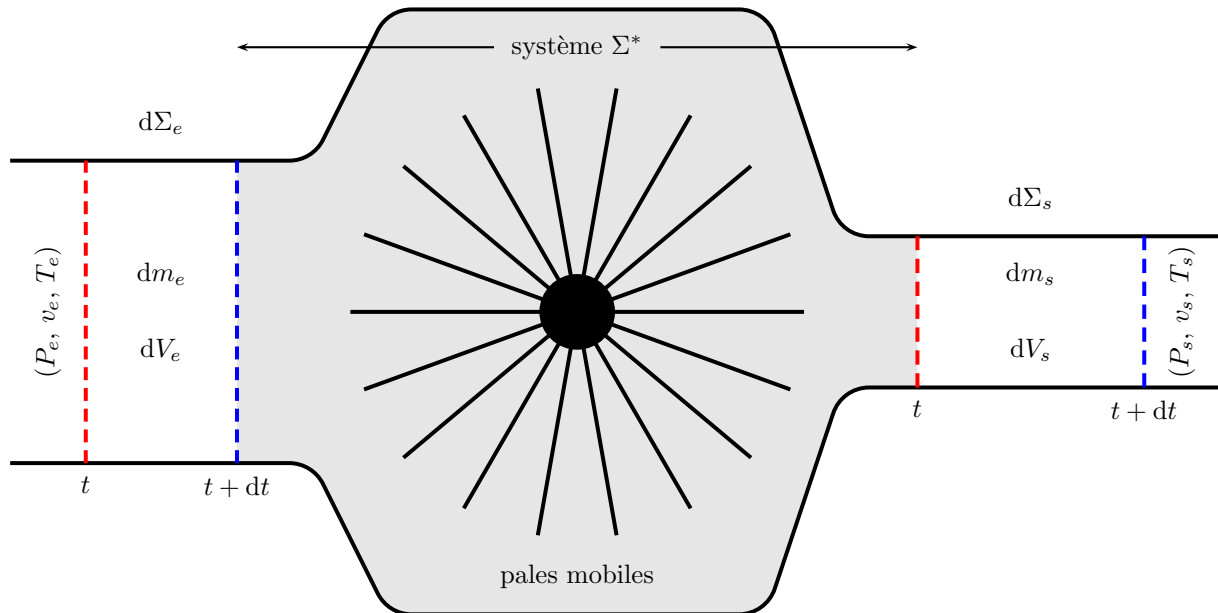


FIGURE 6 – Système étudié progressant dans une partie de la machine thermique en régime permanent d'écoulement

Pour l'étude du système qui s'écoule, on raisonne sur un système fermé caractérisé à la date t par $\Sigma(t) = d\Sigma_e + \Sigma^*(t)$ qui est devenu à la date $t + dt$ le système $\Sigma(t + dt) = \Sigma^*(t + dt) + d\Sigma_s$. Comme l'étude s'effectue en régime permanent, on peut dire que :

$$\forall t \quad \Sigma^*(t) = \Sigma^*(t + dt)$$

Par conséquent, on pourra écrire que tous les paramètres d'état qui caractérisent Σ^* ne changent pas entre la date t et la date $t + dt$:

$$m_{\Sigma^*}(t) = m_{\Sigma^*}(t + dt) \quad U_{\Sigma^*}(t) = U_{\Sigma^*}(t + dt) \quad S_{\Sigma^*}(t) = S_{\Sigma^*}(t + dt) \quad \dots$$

Si l'on écrit la conservation de la masse du système qui s'écoule, on obtient :

$$dm_e + m_{\Sigma^*}(t) = m_{\Sigma^*}(t + dt) + dm_s \quad \text{d'où} \quad dm_e = dm_s = dm$$

Dans toute la suite, nous noterons dm la masse qui s'écoule pendant la durée dt , le débit massique est :

$$\mathcal{D}_m = \frac{dm}{dt}$$

On comprend avec cet exemple sur la masse qu'étudier le système qui s'écoule revient à étudier uniquement l'évolution de $d\Sigma_e$ qui devient $d\Sigma_s$.

3.3 Application du premier principe

Nous allons effectuer un bilan énergétique sur le système entre les dates t et $t + dt$, on écrit donc le premier principe dans sa version classique :

$$dE_c + dE_{pot,ext} + dU = \delta W + \delta Q$$

en ne considérant pas de terme de création, ce qui est sa présentation la plus habituelle où les transferts énergétiques sont déclinés en deux catégories : les travaux représentés par δW et les transferts thermiques δQ .

Prenons l'exemple de l'évaluation de dU pour comprendre ce qu'il se produit pour les fonctions d'état :

$$dU = U_{\Sigma^* + d\Sigma_s}(t + dt) - U_{d\Sigma_e + \Sigma^*}(t)$$

Par additivité de la fonction et régime permanent d'écoulement, on a :

$$dU = U_{d\Sigma_s} - U_{d\Sigma_e} + U_{\Sigma^*}(t + dt) - U_{\Sigma^*}(t) = U_{d\Sigma_s} - U_{d\Sigma_e}$$

L'état du fluide à l'entrée est caractérisé par la pression P_e , la température T_e , la vitesse d'écoulement c_e , le volume massique v_e , l'énergie interne massique u_e et l'énergie potentielle massique $e_{pot,ext,e}$. À la sortie, on aura P_s, T_s, c_s, v_s, u_s et $e_{pot,ext,s}$. Nous noterons S_e et S_s les sections de la tuyauterie à l'entrée et à la sortie. Pour reprendre l'exemple de l'énergie interne, on écrira donc :

$$dU = U_{d\Sigma_s} - U_{d\Sigma_e} = dm(u_s - u_e)$$

Dans ces conditions, on peut donc écrire que :

$$dm \left[\left(\frac{c_s^2}{2} - \frac{c_e^2}{2} \right) + (e_{pot,ext,s} - e_{pot,ext,e}) + (u_s - u_e) \right] = \delta W + \delta Q$$

Comme nous le verrons dans les applications, il est très fréquent que l'on exprime le transfert ΔQ en J grâce à un transfert thermique massique q en $J \cdot kg^{-1}$:

$$\delta Q = dm q$$

À ce stade, nous écrivons le premier principe sous la forme :

$$dm \left[\left(\frac{c_s^2}{2} - \frac{c_e^2}{2} \right) + (e_{pot,ext,s} - e_{pot,ext,e}) + (u_s - u_e) \right] = \delta W + dm q$$

Il ne reste plus qu'à réfléchir aux travaux transférés, c'est ce que nous allons faire dans le paragraphe suivant.

3.4 Travail lié à l'écoulement et travail utile

En conclusion, on exprime le travail comme :

$$\delta W = dm (P_e v_e - P_s v_s) + dm w_u$$

On remarque que le travail lié à l'écoulement est nul sur un cycle complet !

3.5 Premier principe industriel

Cette forme du premier principe dit industriel ou premier principe en écoulement permanent ne doit évidemment pas être appliqué si l'écoulement n'est pas indépendant du temps. Dans la plupart des machines, cela est assuré à l'exception de très brefs moments sans importance par rapport à la durée d'utilisation de la machine. Il sera donc utilisé a priori pour toutes les machines thermiques où le fluide s'écoule. Avec la forme proposée précédemment, on arrive à :

$$dm \left[\left(\frac{c_s^2}{2} - \frac{c_e^2}{2} \right) + (e_{pot,ext,s} - e_{pot,ext,e}) + (u_s - u_e) \right] = dm [(P_e v_e - P_s v_s) + w_u + q]$$

En simplifiant l'équation et en faisant apparaître l'enthalpie massique $h = u + Pv$, on arrive à :

$$\left(\frac{c_s^2}{2} - \frac{c_e^2}{2} \right) + (e_{pot,ext,s} - e_{pot,ext,e}) + (h_s - h_e) = w_u + q$$

On retiendra l'expression suivante qui est un peu plus synthétique :

$$\Delta e_c + \Delta e_{pot,ext} + \Delta h = w_u + q \quad \text{en} \quad \text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$$

En multipliant par le débit massique \mathcal{D}_m en $\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$, on passe à une expression en puissance :

$$\mathcal{D}_m (\Delta e_c + \Delta e_{pot,ext} + \Delta h) = P_u + P_{th} \quad \text{en} \quad \text{W}$$

Il faut savoir évaluer les différentes grandeurs énergétiques. Pour l'énergie cinétique, c'est déjà fait mais rappelons quand même que l'on part de l'expression de l'énergie cinétique en Mécanique classique $E_c = \frac{1}{2}mv^2$ pour diviser par la masse et changer la notation v en c pour éviter une confusion² avec le volume massique très présent dans les problématiques de la Thermodynamique. L'énergie cinétique massique est donc toujours exprimée par :

$$e_c = \frac{c^2}{2}$$

Pour l'énergie potentielle, c'est presque uniquement le poids que l'on considère. Il est assez peu fréquent qu'elle soit prise en compte pour deux raisons principales :

- Les différences d'altitude du fluide dans la machine thermique sont assez faibles ce qui fait que les variations d'énergie potentielle sont, en général, négligeables devant les variations des autres formes d'énergie.
- Dans la majorité des cas, le fluide est à l'état gaz plutôt qu'à l'état liquide. La densité d'un gaz étant environ 1 000 fois plus petite que celle d'un liquide, la contribution énergétique est encore négligeable. Il arrive que l'on prenne en compte l'énergie potentielle de pesanteur pour un liquide, par exemple de l'eau que l'on pompe pour la monter en haut d'un château d'eau ou bien de l'eau d'un barrage que l'on fait descendre pour faire tourner des turbines et produire de l'électricité.

Lorsqu'elle n'est pas négligée, on part de l'expression $E_p = mgz$ où z est une altitude par rapport à une référence précisée pour obtenir l'énergie potentielle massique de pesanteur :

$$e_{pot,ext} = gz$$

Pour l'enthalpie, on considère plusieurs cas de figure :

- Le fluide est un gaz parfait alors son enthalpie massique s'exprime grâce à sa capacité thermique massique à pression constante selon la seconde loi de JOULE :

$$h = c_p T$$

- Le fluide est un gaz réel ou un liquide ou encore un mélange liquide-vapeur, on fournit les données nécessaires à l'évaluation de l'enthalpie massique ou bien un graphique qui permet, par lecture, d'obtenir la valeur recherchée.

2. On évitera la confusion de c avec... $c = 3 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$!

3.6 Les différentes parties des machines thermiques

Dans ce qui suit, nous allons concrétiser les différentes parties des machines thermiques les plus courantes.

3.6.1 Pompe à chaleur

À la figure 7, on présente les principales parties d'une pompe à chaleur de démonstration.

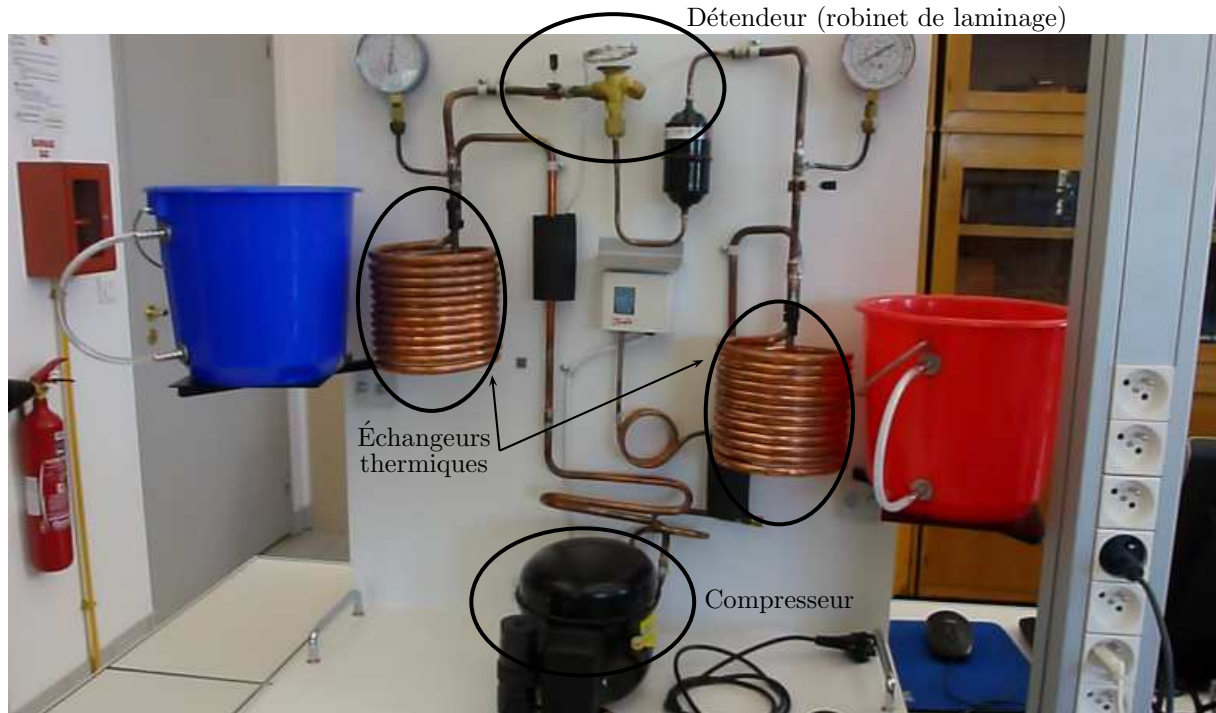


FIGURE 7 – Les différentes parties d'une pompe à chaleur

Dans un réfrigérateur, on trouve un compresseur, un échangeur thermique qui est plutôt qualifié de condenseur, un détendeur de type robinet de laminage et un second échangeur thermique qui est plutôt appelé évaporateur.

3.6.2 Turboréacteur

À la figure 8, on présente les principales parties d'un turboréacteur.

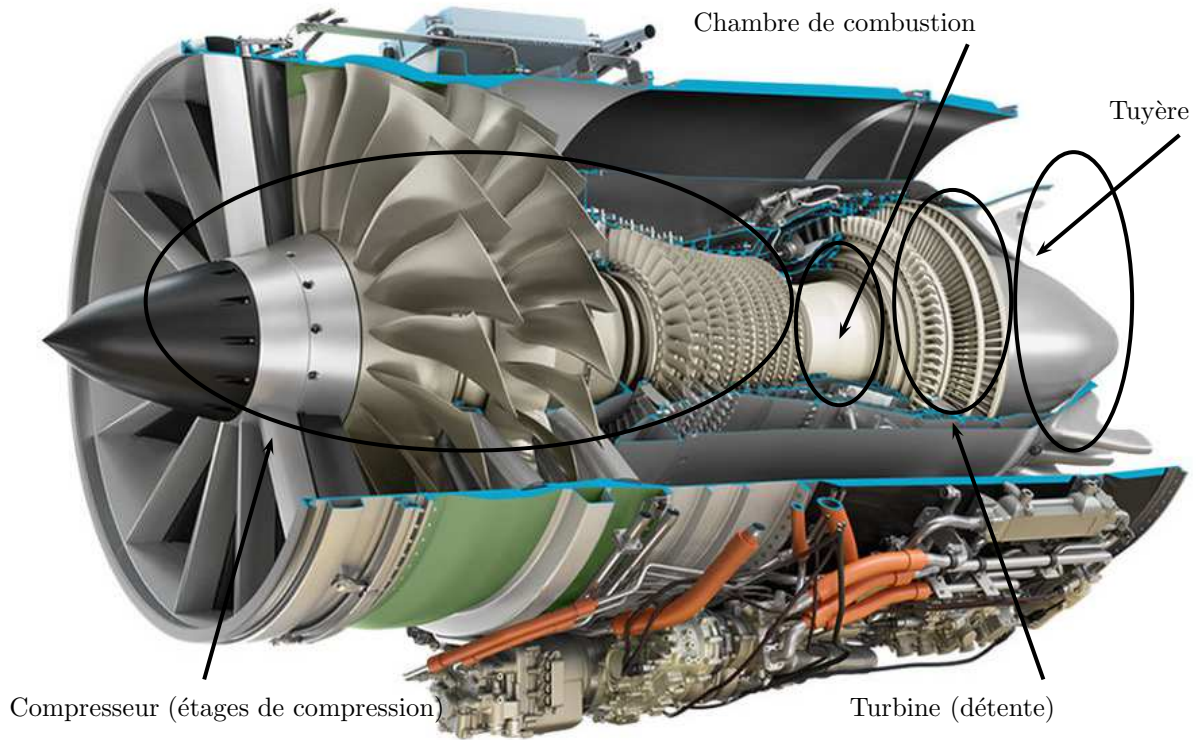


FIGURE 8 – Les différentes parties d'un turboréacteur

3.6.3 Tuyère de fusée

À la figure 9, on présente une tuyère de fusée.

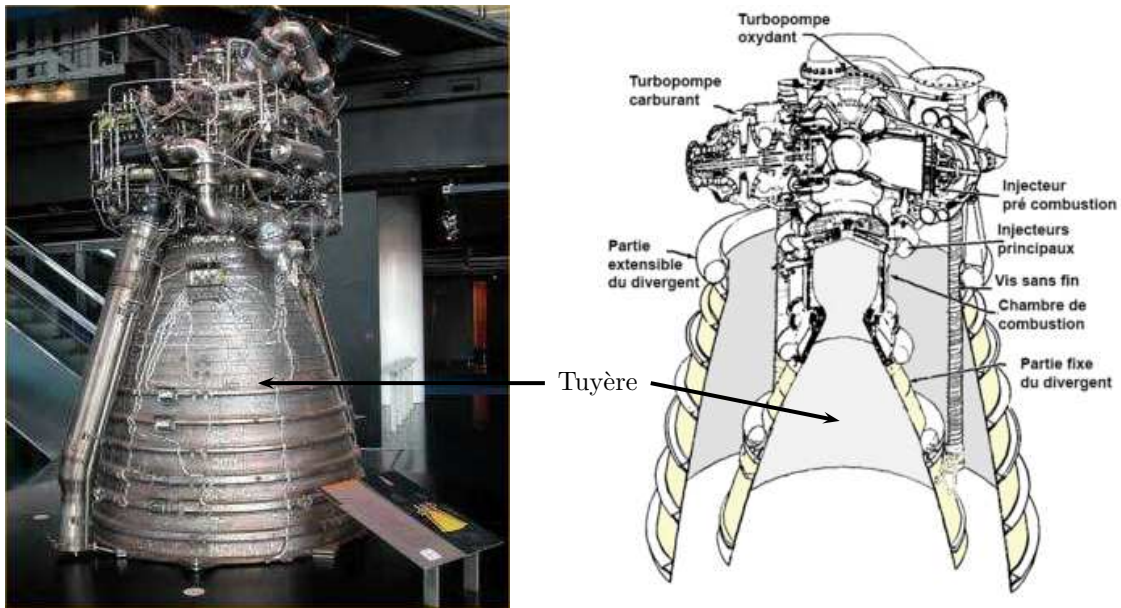


FIGURE 9 – Tuyère de fusée

3.6.4 Tableau récapitulatif

Dans le tableau ci-dessous, on retrouve les lois qui décrivent le fonctionnement des différentes parties d'une machine thermique.

	Travail utile	Transfert thermique	Modélisation fréquente retenue
Compresseur	$w_u > 0$	$q \simeq 0$	Adiabatique réversible (isentropique)
Turbine	$w_u < 0$	$q \simeq 0$	Adiabatique réversible (isentropique)
Chambre de combustion	$w_u = 0$	$q > 0$	Isobare
Échangeur thermique	$w_u = 0$	$q > 0$ ou $q < 0$	Isobare
Détendeur (laminage)	$w_u = 0$	$q \simeq 0$	Isenthalpique
Tuyère	$w_u = 0$	$q \simeq 0$	Adiabatique et réversible (isentropique)

On notera bien que ce soit pour la tuyère ou le robinet de laminage, on a $w_u = 0$ et $q = 0$. Comme l'énergie potentielle de pesanteur n'intervient pas, on se retrouve dans les deux cas avec le bilan :

$$\Delta e_c + \Delta h = 0$$

Dans le cas du robinet de détente, on ne cherche pas du tout à obtenir de l'énergie cinétique. On a $\Delta e_c \simeq 0$, la transformation est isenthalpique $\Delta h = 0$. Dans une tuyère, au contraire, on fait tout pour obtenir de l'énergie cinétique en sortie, $\Delta e_c > 0$ et donc $\Delta h < 0$. On transforme de l'enthalpie en énergie cinétique. Par le fait, de la quantité de mouvement (gaz brûlés) est expulsée de la fusée, c'est ce qui va lui fournir la poussée nécessaire à son décollage et à son vol. C'est ce que nous étudierons dans le cadre du cours de Mécanique. En conclusion :

$$\text{Tuyère : } \Delta e_c = -\Delta h \quad \text{et} \quad \text{Robinet : } \Delta h = 0$$

4 Second principe

L'écriture du second principe de la Thermodynamique n'a rien de particulier. C'est une adaptation directe à la situation de l'écoulement permanent puisque seuls les transferts thermiques interviennent et pas les travaux. On part du second principe sous la forme :

$$\Delta S = S_{tr} + S_{cr} \quad \text{avec} \quad S_{tr} = \int \frac{\delta Q}{T_{ext}} \quad \text{et} \quad S_{cr} \geq 0$$

et on en donne plusieurs versions.

- Par unité de temps en $\text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} = \text{W} \cdot \text{K}^{-1}$:

$$\frac{dS}{dt} = \dot{S}_{tr} + \dot{S}_{cr} \quad \text{avec} \quad \dot{S}_{tr} = \int \frac{\delta P_{th}}{T_{ext}} \quad \text{et} \quad \dot{S}_{cr} \geq 0$$

- En massique en $\text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$:

$$\Delta s = s_{tr} + s_{cr} \quad \text{avec} \quad s_{tr} = \int \frac{\delta q}{T_{ext}} \quad \text{et} \quad s_{cr} \geq 0$$

- En écoulement en $\text{W} \cdot \text{K}^{-1}$ avec le débit massique \mathcal{D}_m :

$$\mathcal{D}_m \Delta s = \dot{S}_{tr} + \dot{S}_{cr} \quad \text{avec} \quad \dot{S}_{tr} = \int \frac{\delta P_{th}}{T_{ext}} \quad \text{et} \quad \dot{S}_{cr} \geq 0$$