

Nature des transferts thermiques

Le premier principe de la Thermodynamique fait intervenir en matière de transfert énergétique de l'extérieur vers un système le travail W et le transfert thermique Q . Le second principe distingue ces deux transferts puisqu'il permet de voir que le transfert thermique Q va intervenir dans le bilan entropique. Cette distinction du travail W et du transfert thermique Q est liée à l'origine microscopique des transferts thermiques. Il existe trois modes de transferts thermiques. Nous allons étudier dans un premier temps la conduction et la convection et seulement dans un dernier temps le rayonnement.

1 Les trois modes de transferts thermiques

1.1 La conduction

C'est un mode de transfert qui intervient dans tous les milieux qu'ils soient solides ou fluides. Il se produit lorsque le système présente des inhomogénéités de température. Nous savons que l'énergie cinétique moyenne des particules constituant la matière est fixée par la valeur de la température. S'il existe des inhomogénéités de températures $T = T(x, y, z)$ entre deux zones du système, cela signifie que les particules vont avoir une agitation d'amplitude plus importante dans certaines zones plutôt que dans d'autres. Au cours des interactions avec des particules de plus faible agitation, il se produit toujours un transfert d'énergie des plus agités au profit des moins agités.

En imaginant un système matériel inhomogène en température $T = T(x, y, z)$, isolé de toute interaction avec l'extérieur, dans lequel seul le phénomène de conduction peut se produire, on comprend aisément l'état vers lequel il va évoluer. Cet état d'équilibre ne peut être que celui où l'énergie cinétique d'agitation est répartie uniformément, c'est-à-dire un état où il y a homogénéité de température $T(x, y, z) \simeq T_0$.

La conduction thermique s'effectue plus ou moins bien en fonction de la nature du système matériel envisagé. On comprendra aisément que plus celui-ci sera dense, plus l'occurrence de chocs entre les constituants sera importante et donc plus la conduction thermique s'effectuera. Par conséquent, ce mécanisme de transfert sera primordial dans les solides ! Mais tous ne sont pas de bons conducteurs thermiques. . .

Le cuivre, l'aluminium, les métaux, en général, sont de très bons conducteurs. Cela n'est pas sans rapport avec la présence d'électrons libres qui sont aussi responsables de la conduction électrique. Le carrelage, le marbre sont des conducteurs moyens. Le bois, la laine de verre, la laine, le polystyrène expansé sont de mauvais conducteurs que l'on qualifie en général d'isolants. Les fluides (liquides et gaz) sont nettement moins bons conducteurs que certains solides cités. Certains liquides comme le sodium liquide ou le potassium liquide sont toutefois de bons conducteurs. En ce qui concerne les fluides, un autre mécanisme de transfert thermique va intervenir. C'est l'objet du prochain paragraphe.

1.2 La convection

On appelle convection un transfert thermique consécutif à un déplacement de matière. On ne peut donc envisager la convection que lorsqu'un fluide est présent. Elle se produit à la surface d'un solide avec comme fluide de convection un liquide ou un gaz, ou bien encore à la surface d'un liquide avec comme fluide de convection un gaz. L'abaissement de la température et le gel d'un lac en hiver est essentiellement un effet de convection de l'air froid qui balaye la surface du lac. On peut décrire la convection en deux phases : tout d'abord à l'interface solide-fluide il y a, comme dans le cas de la conduction thermique, transmission-répartition de l'énergie cinétique d'agitation thermique. La conséquence est alors des inhomogénéités de température au sein du fluide et par conséquent des inhomogénéités de masse volumique. Le fluide présentera des zones plus ou moins denses en particules. Ces inhomogénéités en densité de particules vont entraîner des déplacements de matière des zones les plus denses vers les moins denses donc des zones froides vers les zones chaudes. Si le solide est à une température plus élevée que le fluide, il y aura remplacement progressif des parties du fluide en contact avec le solide par du fluide froid qui à son tour recevra de l'énergie de la part du solide. Ceci durera jusqu'à ce qu'il y ait homogénéisation de la température.

La plupart du temps, le champ de pesanteur jouera un rôle essentiel dans les mouvements se produisant au sein du fluide. L'expression populaire *l'air chaud monte* est là pour nous le rappeler. En effet, si le solide chaud se trouve en dessous du fluide, les parties du fluide les moins denses seront situées en dessous des plus froides, donc des plus denses. Cette situation est incompatible avec l'équilibre mécanique des fluides qui veut que les parties les plus denses soient situées en dessous des moins denses. Les mouvements dans le fluide seront favorisés. La description que nous venons de faire concerne la convection naturelle. Ces applications sont nombreuses comme le chauffage d'une maison, la formation de courants océaniques, la formation des vents dans l'atmosphère. . . Lorsque le fluide est mis en mouvement par une pompe ou un ventilateur, on parle alors de

convection forcée dont les applications sont aussi très importantes : refroidissement d'un moteur à explosion, refroidissement à air pour les circuits d'un petit ordinateur ou à liquide pour de plus gros ordinateurs comme ceux situés à la tête d'un réseau d'une centaine de terminaux, récupération de l'énergie dégagée par la fission nucléaire dans une centrale électrique. . .

1.3 Le rayonnement

Le rayonnement est un mode de transfert énergétique qui se distingue des deux précédents car il ne nécessite pas de support matériel comme la conduction et la convection. En effet, ce transfert d'énergie peut se produire dans le vide. Il correspond à la propagation d'une onde électromagnétique constituée par le couple (\vec{E}, \vec{B}) . L'exemple le plus important pour nous est le rayonnement provenant du Soleil. À la propagation de l'onde est associée un transport d'énergie auquel nous sommes bien sensibles. Actuellement, le Soleil rayonne majoritairement dans le visible et plus particulièrement dans le jaune autour de $\lambda = 0,5 \mu\text{m}$. Lorsque les réactions de fusion nucléaire qui sont à l'origine du rayonnement ne pourront plus entretenir les mouvements accélérés des particules chargées, ni la présence de nombreux atomes dans des niveaux élevés d'énergie, le rayonnement solaire évoluera vers le rouge. Ceci devrait se produire dans environ 5 milliards d'années selon certains modèles, le Soleil, alors, se dilatera et deviendra ce qu'on appelle une géante rouge. Le rayonnement peut avoir des applications plus proches de nous : un feu dans une cheminée conduit à l'obtention de braises incandescentes. Le rayonnement qu'elles émettent est composé d'une partie lumineuse à dominante rouge mais aussi d'une grande partie d'infrarouges qui sont responsables de notre sensation de chaleur. Il en va de même lorsqu'on utilise un four de cuisine sur la position *grill*. Les résistances électriques rougissent et rayonnent alors beaucoup dans l'infrarouge. Nous retiendrons que le rayonnement thermique dépend fortement de la température de l'émetteur.

1.4 Aspect historique

Jusqu'à il y a quelques années et la réforme du programme des classes préparatoires, on n'utilisait pas l'expression *transfert thermique* mais le mot *chaleur*. Ce changement de vocabulaire n'est pas le reflet d'une querelle stérile mais témoigne du souci de lever toute confusion due à l'usage courant du mot *chaleur*. Ainsi l'expression *l'eau est chaude* est interprétée souvent et de façon erronée dans l'usage courant comme *l'eau possède de la chaleur*, et non pas comme *l'eau est à une température élevée* (interprétation en terme de paramètre intensif). Si par la phrase *l'eau est chaude*, on veut dire que son énergie interne est élevée, encore faut-il faire attention qu'on passe alors à une interprétation en terme de paramètre extensif. Cette équivoque entre ces deux interprétations du mot *chaud* nous ramène un peu plus de deux siècles en arrière puisque ce n'est que vers 1760 que le physicien britannique JOSEPH BLACK (1728 – 1799) leva la confusion entre température et chaleur (ou plutôt quantité de chaleur), c'est-à-dire entre un paramètre intensif appelé *intensity of heat* et un extensif appelé *quantity of heat*. BLACK définit alors les notions de capacités calorifiques aujourd'hui appelées capacités thermiques, développa la calorimétrie et naturellement en étant confronté aux changements d'état, il définit la notion de chaleur latente de changement d'état que nous appelons à l'heure actuelle enthalpie de changement d'état.

À cette époque, la nature de la chaleur était équivoque. Deux théories étaient en présence. L'une, *calorique*, supposait l'existence d'un fluide sans masse (comme la lumière. . .), appelé le calorique, indestructible, pénétrant tous les corps. Dans l'autre théorie dite mécanique, la chaleur est liée au mouvement des particules constituant la matière (aujourd'hui on dirait les atomes, molécules. . .). Aucune de ces deux théories ne se trouve en contradiction avec les expériences de calorimétrie de BLACK.

C'est dans ce contexte, vers 1805, que le physicien et mathématicien français JOSEPH FOURIER (1768 – 1830) reprit les travaux de GUILLAUME AMONTONS (1663 – 1705). Ces travaux faisaient complètement abstraction de la nature de la chaleur. Pour FOURIER le seul fait naturel accessible aisément était la transmission de la chaleur par exemple dans un solide dont une extrémité était en contact avec un corps maintenu à température élevée. L'objectif de Fourier était d'obtenir une équation gérant l'évolution de la température d'un point du solide en fonction du temps. À priori l'équation devait faire intervenir trois paramètres d'espace et le temps. FOURIER fut immédiatement conscient de l'importance de la forme du solide et des conditions de température aux limites du solide. Il supposa que la chaleur se transmet des zones chaudes vers les zones froides perpendiculairement aux surfaces isothermes et proportionnellement aux écarts de température existants. Il aboutit ainsi à une équation faisant intervenir des dérivées partielles. C'est en recherchant les solutions fondamentales de cette équation que FOURIER développa la théorie mathématique appelée aujourd'hui séries de FOURIER. FOURIER publia l'ensemble de son travail en 1822 dans la *Théorie analytique de la chaleur*. Pour JOSEPH FOURIER : *l'étude approfondie de la nature est la source la plus féconde des découvertes mathématiques*.

2 Lois phénoménologiques

2.1 Loi de Fourier de la conduction

Vers 1805 JOSEPH FOURIER pensa qu'il était préférable de ne pas chercher à déterminer la nature exacte des transferts thermiques (de la chaleur comme on dit couramment). Il concentra son attention uniquement sur la transmission de l'énergie. À partir des expériences qu'il a conduit, FOURIER proposa une loi quantitative utilisant des notions que nous allons définir.

2.1.1 Température

La température $T(\vec{r}, t)$ est un paramètre intensif macroscopique qui ne peut être une caractéristique d'un système uniquement lorsque ce système est en tout point repéré par \vec{r} possède cette même température $T(\vec{r}, t) = T_0$. Il y a équilibre thermique. Or, on sait que les transferts thermiques se produisent lorsqu'il existe au sein d'un système des hétérogénéités de température $T(\vec{r}_1, t) \neq T(\vec{r}_2, t)$ et par conséquent, on ne peut plus caractériser le système par sa température. La loi de FOURIER fait pourtant intervenir la température $T(\vec{r}, t)$. Il faut la comprendre comme étant une température locale correspondant à un petit volume du système que l'on suppose à l'équilibre thermique pour pouvoir y définir la température. Pour les études que nous avons à conduire, ce modèle va se montrer très productif. Le petit volume évoqué est du domaine de l'échelle *mésoscopique*. Rappelons quelques ordres de grandeurs :

$$\begin{array}{ccccc} \text{échelle microscopique} & \ll & \text{échelle mésoscopique} & \ll & \text{échelle macroscopique} \\ \simeq 0,1 \text{ nm} & & \simeq 1 \mu\text{m} & & \simeq 1 \text{ cm ou } \simeq 1 \text{ m} \end{array}$$

Nous supposerons que la température $T(\vec{r}, t)$ est une fonction continue de l'espace et du temps au niveau mésoscopique même si nous pourrions constater qu'elle peut subir des évolutions très brutales sur de petites dimensions, ce qui nous amènera à proposer quelques fois des modèles discontinus.

2.1.2 Densité de courant de transfert thermique

Les transferts thermiques seront caractérisés par un vecteur densité de courant de transfert thermique construit de telle sorte que son flux à travers une surface représente la puissance transférée P_{cond} . Le vecteur densité de courant de transfert thermique est noté \vec{j}_{cond} . On aura donc :

$$\boxed{dP_{cond} = \vec{j}_{cond} \cdot d\vec{S} \quad \text{et par conséquent :} \quad P_{cond} = \iint_S \vec{j}_{cond} \cdot d\vec{S}}$$

Analyse dimensionnelle :

Perpendicularité aux surfaces isothermes :

2.1.3 Forme de la loi

Comme on vient de le voir, l'opérateur mathématique permettant de traduire la perpendicularité du vecteur \vec{j}_{cond} par rapport aux isothermes est le gradient. La loi de FOURIER est :

$$\text{Loi de FOURIER} \quad : \quad \vec{j}_{cond} = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}} T$$

où $\lambda > 0$ est la conductivité thermique.

Analyse de la formule de FOURIER :

Tableau de valeurs de conductivités thermiques :

Milieu	λ en	Milieu	λ en
Solide métallique	$\simeq 10^2$	Solide non métallique	$\simeq 10^{-1}$
Liquide non métallique	$\simeq 10^{-1}$	Gaz	$\simeq 10^{-2}$
Cuivre	390	Aluminium	320
Verre	1,2	Béton	0,9
Bois	0,30	Laine de verre	0,04
Polystyrène	0,030	Air	0,025

2.1.4 Isolants parfaits, conducteurs parfaits

2.2 Loi de Newton de la convection

2.2.1 Contexte de l'étude

La convection ne se rencontre que lorsqu'au moins un des milieux en présence est un fluide. Le phénomène de convection est lié aux déplacements de matière et bien sûr aussi aux transferts thermiques qui résultent de la présence d'hétérogénéités de température. Ce problème mêle à la fois de la mécanique des fluides et de la thermodynamique, il dépend fortement de la nature de l'écoulement (laminaire ou turbulent). Il est particulièrement complexe mais on peut proposer une approche simplifiée qui s'avère tout à fait probante. C'est la théorie décrivant le transfert thermique à l'interface entre un solide et un fluide (voire à l'interface entre un premier fluide et un second qui se mélangent pas comme de l'air au-dessus de l'eau d'un lac) qui utilise le modèle de la conduction thermique dans une petite couche de fluide ne se déplaçant pas avec le fluide. Dans cette couche appelée *couche limite*, la température varie très rapidement.

2.2.2 Modèle de la couche limite

La couche limite d'épaisseur e présentée à la surface d'un solide est le siège d'un important transfert thermique dès qu'il existe un gradient de température du fait de la faible épaisseur de cette couche. Le transfert thermique réalisé est d'orientation perpendiculaire à la paroi du solide (gradient transversal). On peut alors négliger les transferts thermiques dans le fluide en déplacement car le gradient de température, ici longitudinal, y est nettement moins élevé. Cette situation est en pratique très réaliste. Elle ne le serait plus si les gradients de température transversal et longitudinal étaient du même ordre. Le contexte de la couche limite est décrit sur le schéma de la figure 1 où les flèches représentent le champ des vitesses du fluide dans une situation d'écoulement laminaire.

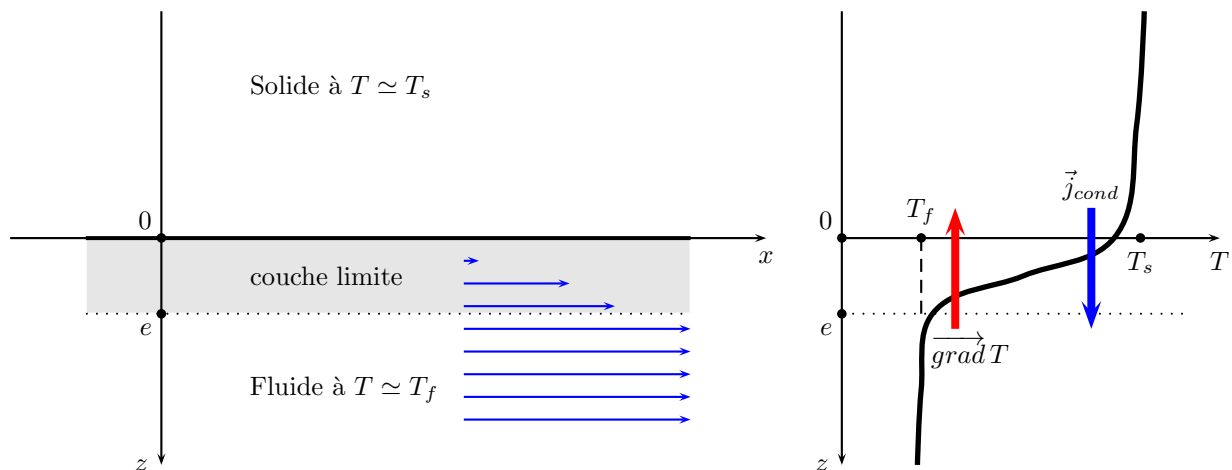


FIGURE 1 – Couche limite et gradient de température

2.2.3 Forme de la loi

L'approche simplifiée de la convection consiste à assimiler le gradient de température dans la couche limite au taux de variation :

$$\left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{\text{couche limite}} \simeq \frac{T_f - T_s}{e}$$

Dans ces conditions, le flux surfacique transverse de conduction thermique (densité de courant de transfert thermique) dans la couche limite de fluide caractérisé par la conductivité thermique λ_f est :

$$\vec{j}_{cond} = -\lambda_f \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{\text{couche limite}} \vec{e}_z \simeq -\frac{\lambda_f}{e} (T_f - T_s) \vec{e}_z$$

Comme la température du solide est présentée, dans cet exemple, comme étant plus élevée que celle du fluide, on comprend bien le transfert thermique s'effectue du solide vers le fluide. On écrit finalement :

$$\vec{j}_{cond} = \vec{j}_{conv} = \frac{\lambda_f}{e} (T_s - T_f) \vec{e}_z$$

Ceci nous amène à la forme de la loi de NEWTON :

$$\boxed{\text{Loi de NEWTON} \quad : \quad \vec{j}_{conv} = h(T_s - T_f) \vec{n}}$$

où h est appelé coefficient de convection ou encore coefficient conducto-convectif, \vec{n} est le vecteur unitaire normal à la surface à l'endroit où est évalué le flux surfacique, orienté dans le sens réel du transfert, à savoir ici du solide vers le fluide. On peut retenir cette convention en indiquant que dans la formule $\vec{j}_{conv} = h(T_s - T_f) \vec{n}$, le vecteur unitaire est orienté de T_s vers T_f dans le sens de la différence : $\vec{n} = \vec{n}_{s \rightarrow f}$. Ainsi, la loi est algébrique et valable dans tous les cas.

Analyse dimensionnelle :

La puissance transférée par convection est donc :

$$dP_{conv} = \vec{j}_{conv} \cdot d\vec{S} = h(T_s - T_f) \vec{n} \cdot dS\vec{n} = h(T_s - T_f) dS$$

Dans les cas où les températures du solide T_s et du fluide au bord de la couche limite T_f sont uniformes, alors, par une intégration évidente, la puissance transférée par convection est :

$$P_{conv} = h(T_s - T_f) S_{\text{interface solide-fluide}}$$

2.2.4 Remarques complémentaires

Dans l'étude simplifiée de la convection qui correspond à de l'énergie transférée par conduction à travers la couche limite et ensuite transportée par le fluide en mouvement au-delà de la couche limite, il ne faudrait pas oublier qu'au niveau mésoscopique, la température est définie comme une grandeur continue. Sa discontinuité apparente par la formule $h(T_s - T_f)$ ne doit pas nous induire en erreur. La température varie certes rapidement mais de façon continue sur l'épaisseur certes faible de la couche limite. Notons qu'une discontinuité de température entraînerait une densité de courant de transfert thermique infinie, ce qui ne serait pas acceptable. De la même façon, il y a nécessairement continuité de la température et de la densité de courant de transfert thermique à l'interface précise entre le solide et le fluide, abstraction faite de la couche limite, c'est-à-dire à la position $z = 0$ par rapport au schéma de la figure 1. On doit donc écrire que :

$$T_s(z = 0^-) = T_f(z = 0^+) \quad \text{et} \quad -\lambda_s \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=0^-} = -\lambda_f \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=0^+}$$

2.2.5 Ordres de grandeurs

Il existe deux cas de figure pour la convection : la *convection naturelle* et la *convection forcée*. Dans la convection naturelle, le fluide est mis en mouvement par l'effet d'un champ de force qui existe naturellement. C'est typiquement le cas lorsqu'il s'agit du champ de pesanteur. Ce dernier est le moteur des mouvements du fluide qui se trouve placé en situation de déséquilibre mécanique du fait du transfert thermique. Prenons le cas d'un convecteur de chauffage dans une pièce qui est souvent improprement appelé radiateur. La température de l'air proche du radiateur chaud augmente. Cet air se trouve dans une situation de déséquilibre mécanique puisqu'il se trouve situé en dessous d'un air plus froid et donc plus dense. L'air chaud monte..... C'est alors

qu'on peut parler de convection. Si cette mise en mouvement est jugée insuffisante, rien n'empêche d'utiliser un ventilateur pour provoquer artificiellement le mouvement du fluide. On parle alors de convection forcée. Si le fluide n'est pas un gaz mais un liquide, on utilise une pompe pour forcer sa circulation et donc pour forcer la convection. En convection forcée, on diminue l'épaisseur de la couche limite, les valeurs affichées dans le tableau ci-dessous ne sont donc pas surprenantes.

Tableau de valeurs de coefficients de convection :

Type de transfert	Nature du fluide	coefficient de convection h en
convection naturelle	gaz	1 à 10
	liquide	10 à 100
convection forcée	gaz	10 à 100
	liquide	100 à 1 000

3 Le rayonnement thermique

3.1 Introduction

L'étude du rayonnement thermique ne figure pas au programme mais il est évident que dans de nombreuses études thermiques, il interviendra. Les connaissances liées au rayonnement présentées dans ce paragraphe concernent uniquement l'expression de la densité de courant de transfert thermique associé à ce troisième mécanisme de transfert thermique. Il sera ainsi possible de faire un parallèle entre la loi de FOURIER de la conduction, de NEWTON de la convection et de STEFAN-BOLTZMANN du rayonnement que nous allons voir dans ce qui suit. Une connaissance plus approfondie de la question du rayonnement sera possible à partir d'un document fourni en plus de cette étude.

3.2 Loi de Stefan-Boltzmann

Le rayonnement thermique intervient dans les bilans énergétiques par l'intermédiaire d'un vecteur densité volumique de courant de transfert thermique de rayonnement que l'on nommera \vec{j}_{ray} qui s'exprimera en $W \cdot m^{-2}$:

$$\text{Rayonnement thermique : } \vec{j}_{ray} = j_{ray} \vec{n} \text{ en } W \cdot m^{-2}$$

où \vec{n} représente le vecteur normal à la surface d'émission. Lorsque ce vecteur sera étudié du point de vue du système qui le reçoit, le vecteur \vec{n} correspondra à la normale à la surface de réception.

Très souvent, le rayonnement thermique sera uniquement présenté par la norme du vecteur \vec{j}_{ray} sans que son orientation ne soit précisée. À défaut de connaissance de l'orientation de ce vecteur, on considère qu'à chaque endroit où il pourra intervenir, il est perpendiculaire à la surface correspondant à son émission ou sa réception par un système. Ainsi, on se contente de son expression scalaire j_{ray} .

Sur le plan théorique, la situation du rayonnement thermique est très différente de celles de la conduction et de la convection. En effet, ces deux lois ont été qualifiées de phénoménologiques, rappelons qu'il s'agit donc de lois qui ne possèdent pas de modèles théoriques sous-jacents mais des lois qui ont été fructueuses pour expliquer les observations expérimentales. À l'opposé la loi de STEFAN-BOLTZMANN sur le rayonnement thermique est basée sur une modélisation des systèmes qui a été appelée : *le corps noir*. L'ensemble des conséquences tirées de ce modèle seront évoquées dans le document complémentaire déjà cité. Ici, nous nous contentons un résultat important fourni par ce modèle : un système à l'équilibre thermique à la température T émet une densité volumique de courant de transfert thermique de rayonnement donnée par :

$$j_{ray} = \sigma T^4 \text{ avec } \sigma = 5,67 \times 10^{-8} W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$$

En observant l'unité de la constante σ appelée constante de STEFAN-BOLTZMANN, on constate qu'il est indispensable d'exprimer dans cette loi la température T en kelvin. On peut remarquer que cette loi n'est pas linéaire avec la température.

3.3 Corps gris

Le modèle du corps noir est un modèle qui ne correspond pas tout à fait à la réalité de l'émission thermique même si le modèle fonctionne très bien pour le rayonnement de fond cosmologique. En pratique, l'émission de rayonnement est décrite par la notion de *corps gris* et caractérisée par un nombre $0 \leq \varepsilon \leq 1$ qu'on peut qualifier d'émissivité. Le flux surfacique émis par le corps gris est une fraction de celui émis par le corps noir :

$$\text{Corps gris : } j_{ray} = \varepsilon \sigma T^4$$

La description que nous venons de faire du corps gris n'est pas tout à fait satisfaisante car les corps ne sont pas des émetteurs *universels*. Cela signifie qu'il ne se comporte pas de la même façon sur toutes les longueurs d'onde. Les exemples que nous prendront concernent les deux domaines de rayonnement qui nous concernent à avoir le rayonnement infrarouge autour de $10\ \mu\text{m}$ ou $300\ \text{K}$ et le rayonnement visible autour de $0,5\ \mu\text{m}$ ou $6\ 000\ \text{K}$. Certains corps peuvent être considérés comme des corps quasiment noirs dans un domaine de longueur d'onde et comme des corps gris dans un autre. L'émission s'effectuant au niveau de la surface, c'est surtout l'état de surface d'un corps qui va être décisive. Dans le tableau qui suit, on trouve des exemples du comportement différent d'un même corps en fonction du domaine spectral considéré :

	ε Visible $\lambda \simeq 0,5\ \mu\text{m}$	ε Infrarouge $\lambda \simeq 10\ \mu\text{m}$
acier galvanisé	0,89	0,28
marbre blanc	0,47	0,97
verre	0,10	0,90
papier blanc	0,28	0,95
végétation	0,80	0,85

On observe donc que le modèle du corps noir s'adapte très bien au cas du marbre dans l'infrarouge et relativement mal dans le domaine visible. Pour l'acier galvanisé, c'est plutôt l'inverse.

3.4 Bilan de rayonnement

Nous allons considérer un corps à la température T - tout simplement une casserole encore chaude - située dans un environnement à la température T_0 - tout simplement l'air de la cuisine où se trouve la casserole. La casserole peut se situer vers une température de $50\ ^\circ\text{C} = 323\ \text{K}$, pour l'air il serait plus raisonnable de prendre une température de $20\ ^\circ\text{C} = 293\ \text{K}$. lorsque l'on veut effectuer le bilan énergétique de la casserole, on doit prendre en compte tous les transferts thermiques qui se produisent avec l'air extérieur. Il y a évidemment de la convection modélisée par la loi de NEWTON : $j_{conv} = h(T - T_0)$. Comme la température T de la casserole est plus élevée que celle de l'air, ce transfert d'énergie va de la casserole à l'air ambiant, ce que personne ne remettrait en cause même s'il ignore tout des lois gouvernant les transferts thermiques.

Pour le rayonnement la situation est un peu plus complexe. En effet, si l'on considère que la casserole peut être décrite par le modèle du corps noir, on écrit donc qu'elle émet la puissance surfacique :

$$j_{émise} = \sigma T^4$$

Il ne faut alors pas oublier que cette casserole est plongée dans une atmosphère que l'on va aussi décrire à l'aide du modèle du corps noir. Cette atmosphère émet une puissance surfacique qui respecte donc la loi de STEFAN-BOLTZMANN, cette puissance est reçue par la casserole :

$$j_{reçue} = \sigma T_0^4$$

Finalement, le bilan énergétique correspond en quelque sorte à la balance entre ces deux termes. Comme $T > T_0$, le bilan de rayonnement est à compter en défaveur de la casserole. Il s'exprime par la différence :

$$j_{bilan} = \sigma (T^4 - T_0^4)$$

La loi de STEFAN-BOLTZMANN n'est pas linéaire. Il est toutefois possible de linéariser ce bilan de rayonnement lorsque $\Delta T = T - T_0 \ll T_0$. La linéarisation s'effectue en utilisant un développement de TAYLOR à l'ordre le plus bas, c'est-à-dire ici au premier ordre, au voisinage de T_0 . On peut écrire que :

On obtient donc :

$$j_{\text{bilan}} = 4\sigma T_0^3 (T - T_0)$$

L'intérêt de cette procédure - lorsqu'elle est raisonnablement possible - est de permettre de voir la question du bilan de rayonnement comme une question suivant le même type de loi que la convection. Il arrive qu'on pose un coefficient de convection lié au rayonnement selon :

$$h_{\text{ray}} = 4\sigma T_0^3 \quad \text{et} \quad j_{\text{ray}} = h_{\text{ray}} (T - T_0)$$

Lors du bilan énergétique d'un système dans une atmosphère donnée, on pourra englober le bilan de rayonnement et la convection pour écrire que :

$$j_{\text{conv+ray}} = h_{\text{tot}} (T - T_0) \quad \text{avec} \quad h_{\text{tot}} = h_{\text{conv}} + h_{\text{ray}}$$

Cette modélisation est souvent pratiquée par les ingénieurs, les architectes qui étudient la question des pertes énergétiques d'un bâtiment qu'ils ont la charge de concevoir. Dans leur cas de figure, les écarts entre la température de surface d'un bâtiment et la température de l'atmosphère est, en général, suffisamment faible pour autoriser la linéarisation. Bien sûr, en cas d'écarts de température plus importants, il faudra conserver la loi non-linéaire de STEFAN-BOLTZMANN. Pour terminer, nous allons faire les deux applications numériques du bilan de rayonnement concernant la casserole ($T = 323 \text{ K}$) et l'air de la cuisine ($T_0 = 293 \text{ K}$). L'une est effectuée sans linéarisation et l'autre avec :

$$\begin{cases} j_{\text{bilan}}^{(nl)} = \sigma (T^4 - T_0^4) = 200 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \\ j_{\text{bilan}}^l = 4\sigma T_0^3 (T - T_0) = 171 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \end{cases}$$

On constate, ici, que l'écart relatif entre les deux bilans de rayonnement est de l'ordre de 15% pour un écart de température de 30°C ce qui représente un écart relatif d'environ 10% sur la température exprimée en kelvin.

Si on reprend le même calcul pour un système à $T = 303 \text{ K}$ par rapport à une atmosphère toujours à $T_0 = 293 \text{ K}$, on trouve les valeurs suivantes :

$$\begin{cases} j_{\text{bilan}}^{(nl)} = \sigma (T^4 - T_0^4) = 60 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \\ j_{\text{bilan}}^l = 4\sigma T_0^3 (T - T_0) = 57 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \end{cases}$$

L'écart est maintenant réduit à environ 5%.

4 Méthode d'établissement d'un bilan énergétique local

5 Bilan complet unidimensionnel

5.1 Situation étudiée

On étudie un système unidimensionnel de variable z . Les deux autres variables décrivant le plan transverse à l'axe Oz n'interviennent pas dans le problème. (x, y) ou (r, θ) ne figureront pas dans les lois puisque nous allons supposer la température indépendante d'eux :

$$T = T(z, t)$$

La température est donc invariante dans n'importe quel plan perpendiculaire à l'axe Oz . Pour un plan donné de côté z , la température dans tout le plan est la même $T(z, t)$. On peut donc donner à la section du système étudié n'importe quelle forme, cela est totalement indifférent. Pour faciliter la représentation, on choisit une section circulaire. Voir la figure 2.

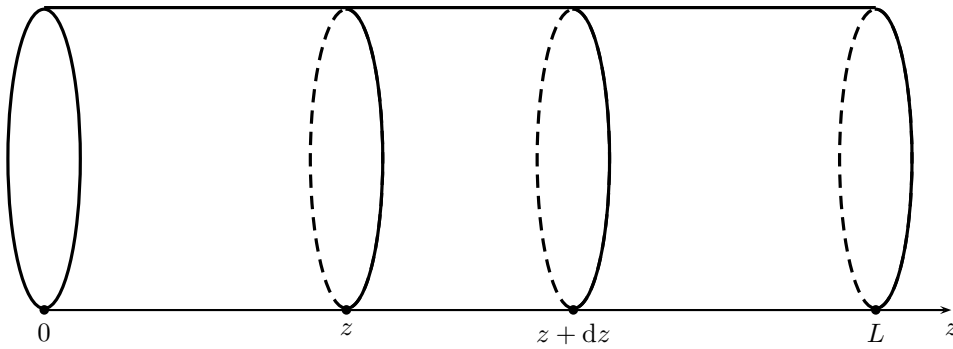


FIGURE 2 – Bilan complet sur un système unidimensionnel

Pour effectuer le bilan énergétique, on prendra en compte la conduction thermique, la convection, le rayonnement et un terme de création. Le système sera caractérisé par les paramètres traditionnels comme sa masse volumique μ , sa capacité thermique massique c , sa conductivité thermique λ . Pour la convection avec le fluide qui entoure le système, on notera h le coefficient conducto-convectif. Pour simplifier le fluide entourant le système sera supposé être et rester à la température uniforme T_0 .

