

# Devoir libre de Sciences Physiques n°2 du 30-09-2024

– Solutions –

## Problème n° 1 – Vibrations musicales

Centrale PC 2010

### A. Vibrations longitudinales d'une lame parallélépipédique

1. La force élémentaire pour un allongement  $\delta\ell$  est proportionnelle à  $\frac{\delta\ell}{\ell_0}$ . Le coefficient de proportionnalité fait intervenir la section  $S = hb$ , ici, et le module d'YOUNG  $E$ . Comme la portion élémentaire de longueur au repos  $dx$  se trouve modifiée puisque l'abscisse  $x$  se déplace de  $\xi(x, t)$  et l'abscisse  $x + dx$  de  $\xi(x + dx, t)$ , l'allongement est donc  $\delta\ell = \xi(x + dx, t) - \xi(x, t)$ . L'allongement relatif est alors  $\frac{\delta\ell}{\ell_0} = \frac{\xi(x+dx, t) - \xi(x, t)}{dx} = \frac{\partial\xi}{\partial x}$ . On prouve donc bien que : 
$$F(x, t) = Ehb \frac{\partial\xi}{\partial x}.$$

2. On applique la relation de la dynamique dans le référentiel du laboratoire qui est galiléen à la portion de largeur  $dx$  de masse  $\rho h b dx$ . Le bilan des forces ne fait intervenir que la force exercée par la matière située à gauche de  $x$  qui a pour expression  $-Ehb \frac{\partial\xi}{\partial x} \Big|_{(x, t)}$  et la force exercée par la matière située à droite de l'abscisse  $x + dx$  qui, elle, a pour expression  $Ehb \frac{\partial\xi}{\partial x} \Big|_{(x+dx, t)}$ . On a donc  $\rho h b dx \frac{\partial^2\xi}{\partial t^2} = Ehb \left( \frac{\partial\xi}{\partial x} \Big|_{(x+dx, t)} - \frac{\partial\xi}{\partial x} \Big|_{(x, t)} \right)$ . On obtient immédiatement l'équation de D'ALEMBERT modélisant la propagation des ondes longitudinales dans le solide : 
$$\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2} = \frac{\rho}{E} \frac{\partial^2\xi}{\partial t^2}$$
 où la célérité des ondes longitudinales est  $c_\ell = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ .

3. On recherche des solutions sinusoïdales de la forme  $\xi(x, t) = f(x)g(t)$ , c'est-à-dire des solutions stationnaires. En introduisant ces formes dans l'équation d'ondes, on obtient rapidement  $\frac{d^2f}{dx^2}g(t) = \frac{1}{c_\ell^2}f(x)\frac{d^2g}{dt^2}$ . On sépare les variables et on obtient  $\frac{1}{f(x)}\frac{d^2f}{dx^2} = \frac{1}{c_\ell^2}\frac{1}{g(t)}\frac{d^2g}{dt^2}$ . Chaque membre ne dépend que d'une seule variable et comme l'équation doit être vraie  $\forall(x, t)$ , chaque membre ne peut qu'être à la même constante  $K$ . L'équation temporelle devient  $\frac{d^2g}{dt^2} - Kg(t) = 0$ . Cette équation possède bien des solutions sinusoïdales du temps lorsque  $K < 0$ . On peut donc poser, comme l'énoncé nous y invite,  $-K = \omega^2$  et écrire que  $g(t) = A \cos \omega t + B \sin \omega t$ . En utilisant le second membre de l'équation différentielle, on trouve que la forme de  $f(x)$  est du même type en posant 
$$\omega = kc_\ell : f(x) = C \cos kx + D \sin kx.$$

4. Les deux extrémités de la lame n'étant soumises à aucune force, on a  $\frac{\partial\xi}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0$  et  $\frac{\partial\xi}{\partial x} \Big|_{x=L} = 0$ . Ces deux équations doivent être vérifiées  $\forall t$ . On a donc  $\frac{df}{dx} = 0$  aussi bien en  $x = 0$  qu'en  $x = L$ .  $\frac{df}{dx} = -Ck \sin kx + Dk \cos kx$ . Le premier zéro impose que  $D = 0$  et le second, en tenant compte de ce premier résultat, devient  $\sin kL = 0$  car il serait sans intérêt de proposer  $C = 0$ . On a donc  $k = \frac{n\pi}{L}$ . Comme  $\omega = 2\pi f = c_\ell k$ , on arrive facilement à : 
$$f_n = \frac{nc_\ell}{2L}$$

5. Pour les valeurs numériques données de l'acier, on a  $c_\ell = 5 \times 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . On trouve pour le glockenspiel que  $f_n \simeq n \times 10^4 \text{ Hz}$ . Comme  $n$  est un entier naturel non nul, il est impossible de trouver une fréquence  $f_1 = 785 \text{ Hz}$  puisqu'ici le fondamental sera de 10 kHz.

### B. Vibrations transversales

6. Il faut raisonner sur la longueur des arcs en considérant comme le schéma de l'énoncé le montre que l'angle de chaque courbe considérée est  $d\alpha$ . Ainsi la longueur de la courbe non déformée  $dx = R d\alpha$ . Pour  $u > 0$ , la longueur de la zone comprimée est  $dL' = (R - u)d\alpha$ . On a donc l'égalité  $\frac{dL'}{R-u} = \frac{dx}{R}$ . Cela permet de montrer que 
$$\frac{dL' - dx}{dx} = -\frac{u}{R} = -Cu.$$
 N'oublions pas que le produit  $Cu$  est une fonction de  $(x, t)$ .

7. La section transversale de la couche d'épaisseur  $du$  est simplement  $dS = hdu$  puisque  $h$  est la profondeur sur l'axe  $z$  et qu'il n'y a que des déformations envisagées sur  $y$ . La couche étudiée est comprimée d'une longueur relative  $|Cu|$ . Par conséquent, en reprenant le module d'YOUNG pour évaluer la force, on obtient  $d\vec{F}' = -EhCu du \vec{e}_\alpha$  et ensuite 
$$d\vec{F}' = EhCu du \vec{e}_\alpha$$
 où  $u$  est évalué pour l'abscisse  $x$  à la date  $t$ .

8. On intègre sur toute l'épaisseur de la lame pour  $u \in [-b/2; b/2]$ . On trouve  $\vec{F}' = EhC(x, t) \vec{e}_\alpha \int_{-b/2}^{b/2} u du$  car on considère que toutes les forces élémentaires sont de même direction. L'intégrale est évidemment nulle puisque la primitive est une fonction paire. On a donc 
$$\vec{F}' = \vec{0}.$$

9. On considère que la force élémentaire  $d\vec{F}'$  de point d'application  $M$  est perpendiculaire à la direction  $\vec{AM}$ , seul le bras de levier intervient dans le calcul  $d\vec{M} = u dF' \vec{e}_z$ . On a donc  $d\vec{M} = EhC(x, t) u^2 du$ . En intégrant entre les mêmes bornes que précédemment, on arrive au moment scalaire des forces 
$$M(x, t) = \frac{Ehb^3}{12} C(x, t).$$

10. On écrit à nouveau la relation de la dynamique pour la portion  $dx$  de matière en projection sur l'axe

transversal  $Oy$ . Cela donne :  $\rho b h d x \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = T(x + dx, t) - T(x, t)$  d'où  $\rho h b \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\partial T}{\partial x} = -\frac{\partial^2 M}{\partial x^2}$ . Le calcul montre que  $\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} = \frac{E h b^3}{12} \frac{\partial^4 y}{\partial x^4}$ . Cela conduit bien à l'équation demandée :  $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \frac{c_\ell^2 b^2}{12} \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = 0$ .

11. En testant la forme de solution proposée, on voit que  $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\omega^2 f(x) \cos(\omega t + \varphi)$  et que  $\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = \frac{d^4 f}{dx^4} \cos(\omega t + \varphi)$ . Après simplification, on arrive à l'équation différentielle :  $\frac{c_\ell^2 b^2}{12} \frac{d^4 f}{dx^4} - \omega^2 f(x) = 0$ .

12. On sait que  $\frac{d^4 \cos kx}{dx^4} = k^4 \cos kx$  et que cette particularité de dérivation est aussi valable pour les trois autres formes apparaissant dans  $f(x)$ . La relation de dispersion se déduit donc facilement du calcul puisque  $\frac{d^4 f}{dx^4} = k^4 f(x)$ . On a :  $k^4 = \frac{12\omega^2}{b^2 c_\ell^2}$ .

13. Si la lame est fixée alors  $f(x = 0) = 0 \forall t$ . Cela amène l'équation  $A + C = 0$ . Comme les liaisons sont des pivots parfaits, le moment des forces résultant est lui aussi nul :  $M(x = 0, t) = 0 \forall t$ . Comme  $M(x, t) = \frac{E h b^3}{12} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$ , on aura  $\frac{d^2 f}{dx^2} \Big|_{x=0} = 0$ . Cette équation conduit à  $-A + C = 0$ . Les deux relations trouvées imposent automatiquement que  $A = 0$  et  $B = 0$ . Il reste donc  $f(x) = B \sin kx + D \operatorname{sh} kx$ . Il faut déterminer  $B$  et  $D$  en utilisant les deux conditions en  $x = L$ .  $f(x = L) = 0$  impose  $B \sin kL + D \operatorname{sh} kL = 0$ . Comme  $\frac{d^2 f}{dx^2} = k^2(-\sin kx + \operatorname{sh} kx)$ , on en déduit que l'absence de moment en  $x = L$  impose que  $-B \sin kL + D \operatorname{sh} kL = 0$ . En sommant ces deux dernières relations, on prouve que  $D = 0$ . Il reste donc  $B \sin kL = 0$ . Ceci ne peut donner  $B = 0$  car sinon, il n'y aurait plus d'ondes... On a  $\sin kL = 0$  et ainsi  $kL = n\pi$  où  $n \in \mathbb{N}^*$ . On peut alors écrire que  $\frac{\pi n^2}{L^2} = \frac{2\sqrt{3}\omega}{bc_\ell}$  et trouver les fréquences propres de l'instrument :  $f_n = \frac{\pi b c_\ell}{4\sqrt{3}L^2} n^2$ .

14. Comme les extrémités sont libres, il n'y a ni force ni moment qui agissent en  $x = 0$  et  $x = L$ . Le moment  $M(x, t)$  est proportionnel à  $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$ . La nullité de la dérivée seconde en  $x = 0$  impose que  $C = A$ , ensuite en  $x = L$  elle impose  $A \cos kL + B \sin kL = C \operatorname{ch} kL + D \operatorname{sh} kL$ . Il faut annuler la force transversale qui est en  $\frac{\partial^3 y}{\partial x^3}$ . Cela impose en  $x = 0$  la relation  $D = B$  et en  $x = L$  la relation  $A \sin kL - B \cos kL + C \operatorname{sh} kL + D \operatorname{ch} kL = 0$ . En associant ces 4 conditions, le calcul non demandé conduit aux fréquences propres suivantes :  $f_n = \frac{\pi b}{16\sqrt{3}L^2} c_\ell u_n^2$  avec  $u_1 = 3,01$ ,  $u_2 = 5,00$ ,  $u_n \simeq 2n + 1$ .

15. On a  $\frac{f_2}{f_1} = \frac{u_2^2}{u_1^2} = 2,71$ , cette valeur est tout à fait convenable pour un rapport de 2,71 de mesuré. Ensuite, on a  $\frac{f_3}{f_1} = 5,41$  pour une mesure à 5,15 et enfin  $\frac{f_4}{f_1} = 8,94$  pour 8,43. On constate que plus les harmoniques sont de rang élevé plus la valeur obtenue par le calcul s'éloigne de celle constatée expérimentalement. On a  $c_\ell = 5 \times 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ , ainsi  $f_1 = 3,01^2 \frac{\pi b c_\ell}{16\sqrt{3}L^2}$ . On trouve  $f_1 = 796 \text{ Hz}$  pour une fréquence annoncée de 785 Hz, ce résultat est tout à fait convenable.

16. Pour le bois de palissandre, on calcule tout d'abord la célérité  $c_\ell = \sqrt{\frac{E}{\rho}} = 4 \times 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . On a ensuite :

$$L = 3,01 \sqrt{\frac{\pi b c_\ell}{16\sqrt{3}f_1}} = 1,21 \text{ m}.$$

17. Si l'on fait diminuer  $b$ , alors  $L$  diminue pour obtenir une fréquence donnée. Pour ajuster  $\frac{f_2}{f_1} = 4$ , on joue aussi sur la voûte. Si cela ne se fait pas sur le glockenspiel, c'est sans doute que l'acier ne permet pas facilement l'obtention de la voûte lors de la fabrication et peut-être aussi que le rapport  $\frac{f_2}{f_1} = 2,71$  est sans doute trop loin de 4 pour que l'essaie cette solution. La diminution trop importante de  $b$  risquerait peut-être de rendre plus cassante la lame du glockenspiel ce qui ne se produit pas avec le bois de palissandre car c'est un matériau beaucoup plus souple.

### C. Accord des résonateurs

18. L'équation de D'ALEMBERT génère toujours la même forme de relation de dispersion :  $k^2 = \frac{\omega^2}{c_a^2}$  où  $c_a$  est la célérité des ondes sonores dans l'air donnée à  $345 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Le cadre de l'approximation acoustique consiste à négliger la viscosité de l'air (frottements), il ne reste donc que la forces de pression puisqu'on néglige dans le sujet les forces de pesanteur. Si on considère un volume élémentaire d'air  $d\tau$ , la relation de la dynamique (en fait relation d'EULER dans le cadre de la mécanique des fluides) donne :  $\rho_a d\tau \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = \vec{f}_{vol} d\tau$ . Or, on sait que la forme volumique des forces de pression (qui s'exercent sur la surface définissant le volume  $d\tau$ ) est :  $-\overrightarrow{\operatorname{grad}} p$ . On a donc :  $\rho_a \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\overrightarrow{\operatorname{grad}} p$ . Il n'y a qu'une dépendance sur l'axe  $Oy$ , en projetant on obtient l'équation proposée :

$$\rho_a \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial y}.$$

19. On conduit les calculs en complexes et par conséquent  $\rho_a \frac{\partial v}{\partial t} = j\omega \rho_a v$ . De la même façon,  $-\frac{\partial p}{\partial y} = jk(A \exp -jky - B \exp jky) \exp j\omega t$ . Avec  $c_a = \frac{\omega}{k}$ , on a :  $v(y, t) = \frac{1}{\rho_a c_a} \exp j\omega t (A \exp -jky - B \exp jky)$ .

20. Les constante  $A$  et  $B$  se déterminent avec les conditions aux limites en  $y = 0$  et  $y = -H$ . La pression a une expression connue en  $y = 0$ , on en déduit que  $A + B = p_0$ . Ensuite comme le tube résonateur est bouché

en  $y = -H$ , la dernière couche d'air ne peut pas se déplacer. Elle va subir des compressions et des détentes mais sans se déplacer. On a donc  $v(y = -H, t) = 0 \forall t$ . Ceci nous amène à écrire que  $\frac{1}{\rho_a c_a} \exp j\omega t (A \exp jkH - B \exp -jkH) = 0$ . Cette dernière relation entraîne  $A = B \exp -j2kH$  d'où les expressions  $B = \frac{p_0}{1 + \exp -j2kH}$  et

$$A = \frac{p_0 \exp -j2kH}{1 + \exp -j2kH}.$$

**21.** La résonance du tuyau s'obtient lorsque l'amplitude de l'onde de pression devient élevée, mathématiquement dans ce modèle simple de l'approximation acoustique lorsqu'elle tend vers l'infini. Cela correspond à la condition  $\exp -j2kH = -1$ . La condition sur la hauteur  $H$  correspond à  $2kH = (2p + 1)\pi$  où  $p \in \mathbb{N}$ . La plus petite valeur de  $H$  correspond donc à  $p = 0$ . On a donc  $H = \frac{\pi}{2k}$  et avec toujours la relation de dispersion, cela correspond à  $H = \frac{c_a}{4f}$ . Cette formule revient à écrire que  $H = \frac{\lambda}{4}$ , ce que l'on pouvait prévoir puisque le tuyau résonateur est fermé à une extrémité et ouvert à l'autre. Numériquement, on trouve  $H = 1,33$  m. L'harmonique suivante est telle que  $2kH = 3\pi$ , elle conduit à  $f_2 = 3f_1$ , ce qui ne correspond pas du tout à  $f_2 = 4f_1$ .

**22.** En déplaçant un bouchon rigide à l'intérieur du tube résonateur, on fait **résonner sélectivement** une harmonique ou une autre dans le spectre du son émis par la lame de bois de palissandre.

## D. Vibration d'une cymbale

**23.** Les opérations de dérivation spatiales ne sont pas évidentes. Commençons par écrire que la phase de l'onde sonore est  $(\omega t - k_x x - k_z z)$ . Quand on calcule les dérivées partielles, il va sortir à chaque dérivation  $-jk_x$  pour une dérivation sur  $x$  et  $-jk_z$  pour une dérivation sur  $z$ . La relation de dispersion correspondant à l'équation de propagation fournie est donc  $-\omega^2 + \frac{c_\ell^2 b^2}{12(1-\sigma^2)}(k_x^4 + k_z^4 + 2k_x^2 k_z^2) = 0$ . Or, on constate que  $k_x^4 + k_z^4 + 2k_x^2 k_z^2 = (k_x^2 + k_z^2)^2 = k^4$ . Finalement, on peut conclure par :  $\omega^2 - \frac{k^4 c_\ell^2 b^2}{12(1-\sigma^2)} = 0$ . L'équation précédente en  $k^4$  possède deux solutions réelles et deux solutions imaginaires. En raisonnant sur la racine réelle positive, on a  $k = (12(1-\sigma^2))^{1/4} \sqrt{\frac{2\pi f}{c_\ell b}}$ . Et comme  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  par définition du vecteur d'onde, on peut obtenir l'expression de la fréquence en fonction de la longueur d'onde :

$$f = \frac{\pi c_\ell b}{\lambda^2 \sqrt{3(1-\sigma^2)}}.$$

**24.** La définition de la vitesse de phase est  $v_\varphi = \frac{\omega}{k}$ . On en déduit que  $v_\varphi = \lambda f = \frac{\pi c_\ell b}{\lambda \sqrt{3(1-\sigma^2)}}$ . On voit que  $v_\varphi$  dépend de la longueur d'onde, la célérité de propagation des ondes sonores va dépendre de leur fréquence : le milieu est **dispersif**.

**25.** On constate sur les photographies que la distance qui sépare deux maxima ou deux minima (c'est-à-dire la longueur d'onde) est très différente entre le centre de la figure ou l'excitation a été provoquée et le bord. Sur les bords, on voit les petites longueurs d'onde alors que vers le centre on voit les plus grandes. Ceci est particulièrement marqué sur la photographie de la date  $t = 120 \mu\text{s}$ . Les petites longueurs d'onde se propagent plus vite que les grandes. Ceci est conforme au fait que  $v_\varphi$  évolue en  $\frac{1}{\lambda}$ .

**26.** Compte tenu des échelles données, on peut constater sur la figure de la date  $t = 60 \mu\text{s}$  que la longueur d'onde  $\lambda_1$  a parcouru environ 6 cm, on a donc  $v_\varphi(\lambda_1) \simeq 1000 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Ensuite, si l'on étudie la photographie de la date  $t = 120 \mu\text{s}$ , on a quasiment la même distance de parcourue mais comme le temps est doublé, la vitesse est divisée par 2 :  $v_\varphi(\lambda_2) = 500 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . On constate grosso modo que si la longueur d'onde double, alors la vitesse de phase est divisée par 2. Cela correspond à la loi théorique vue avant. Pour le bronze, on trouve  $c_\ell = \sqrt{\frac{E}{\rho}} = 3,56 \times 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Cela nous permet de trouver l'épaisseur de la cymbale :  $b = \frac{v_\varphi(\lambda_1) \lambda_1 \sqrt{3(1-\sigma^2)}}{\pi c_\ell}$ . On trouve  $b \simeq 0,85 \text{ mm}$  ce qui est tout à fait raisonnable.

## Problème n° 2 – Observation de la fusion inertielle laser *Centrale PSI 2009*

### Collection de l'information

1. Le schéma est représenté sur la figure 1.

2. Les foyers des lentilles  $L_0$  et  $L_1$  étant confondus, le système est afocal. On peut raisonner facilement sur des triangles homothétiques et trouver que :  $\phi_1 = \phi_0 \frac{f_1}{f_0} = 15,00 \text{ mm}$ .

3. On a par définition  $N_1 = \frac{f_1}{\phi_1} = \frac{f_0}{\phi_0} = N_0 = 16,67$  dans le cas où il n'y a pas de plasma. Lorsqu'il y a du plasma, l'énoncé nous dit que  $\phi_{1,max} = 30 \text{ mm}$  et par conséquent la nombre d'ouverture est divisé par 2 :

$$N'_1 = \frac{f_1}{\phi_{1,max}} = 8,33.$$

Avec  $N'_1 < N_0$ , on récupère plus de lumière pour des zones périphériques du plasma. Cela permet sans doute de mieux apprécier des détails.

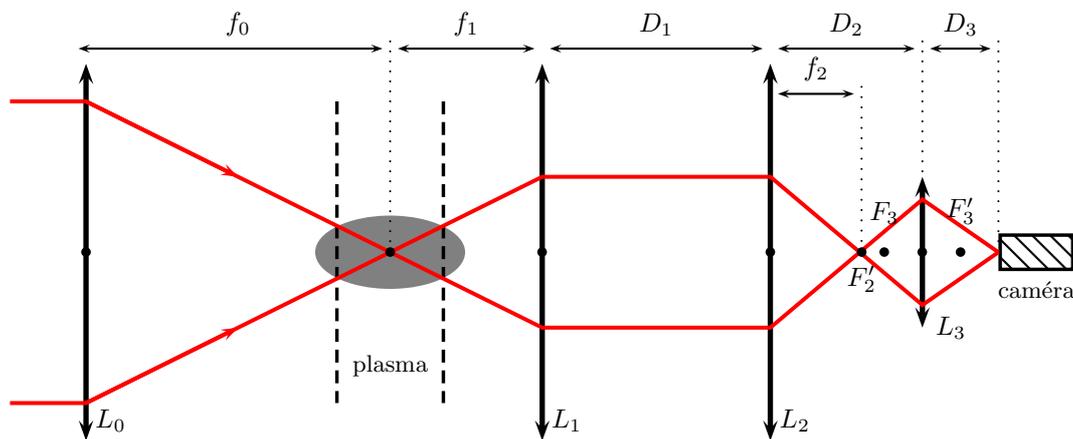


FIGURE 1 – Schéma optique du système d’observation

**Objectif de microscope**

4. Le plus simple, ici, est d’utiliser les relations conjugaison de NEWTON avec origine aux foyers de la lentille \$L\_3\$. On a  $\overline{F_3'A'}\overline{F_3A} = -f_3^2$ . Comme  $\overline{F_3'A'} = 10f_3$ , on trouve tout de suite que  $\overline{F_3A} = -\frac{f_3}{10} = -1,69000 \text{ mm}$ . Pour le grandissement, on utilise aussi la relation de conjugaison :  $\gamma_3 = -\frac{\overline{F_3'A'}}{f_3} = -10$ .

**Grandissement transverse global**

5. Plaçons un objet de taille \$AB\$ dans le plan focal objet de la lentille \$L\_1\$ avec \$A = F\_1\$. Le point \$B\$ envoie au-delà de la lentille \$L\_1\$ des rayons parallèles qui forment un angle \$\alpha\$ avec l’axe optique, cet angle étant tel que  $\tan \alpha = \frac{AB}{f_1} \simeq \alpha$ . Pour trouver l’image dans le plan focal image de \$L\_2\$, il suffit de considérer dans le faisceau précédent, le rayon passant par le centre optique de la lentille \$L\_2\$. L’image \$A'B'\$ étant dans le plan focal image de \$L\_2\$ sa taille sera donnée par  $\tan \alpha = \frac{A'B'}{f_2}$ . On en déduit que le grandissement transversal de l’ensemble \$L\_1 - L\_2\$ est donc :  $\gamma_{12} = -\frac{f_2}{f_1} = -4$  en tenant compte de l’algébrisation.

6. Le grandissement transverse global entre le plan focal objet \$L\_1\$ et le plan du capteur CCD est donc le produit des deux grandissements trouvés :  $\gamma = \gamma_{12}\gamma_3 = 40$ .

7. Un déplacement de \$10 \mu\text{m}\$ correspond à déplacement de  $\gamma\Delta x_0 = 400 \mu\text{m}$  sur la caméra. Cette distance correspond à 10 pixels. La taille d’un pixel est donc de  $40 \mu\text{m}$ .

**Grandissement longitudinal**

8. Les relations de conjugaison de NEWTON sont toujours très pratiques. Pour la lentille \$L\_1\$, on aura  $\Delta z_0 \overline{F_1'A_1} = -f_1^2$  et donc  $\overline{F_1'A_1} = \overline{F_1'F_2} + \overline{F_2A_1}$ . Or,  $\overline{F_1'F_2} = D - (f_1 + f_2)$ , on en déduit que  $\overline{F_2A_1} = -\frac{f_1^2}{\Delta z_0} + f_1 + f_2 - D_1$ . On applique la relation de conjugaison aux foyers pour la lentille \$L\_2\$ :  $\overline{F_2'A_2} = -\frac{f_2^2}{\overline{F_2A_1}}$ . Cela permet de conclure que :  $\Delta z_i = \frac{f_2^2}{D_1 + \frac{f_1^2}{\Delta z_0} - (f_1 + f_2)}$ .

9. Compte tenu des distances mises en jeu, on peut écrire que comme  $\Delta z_0 \ll f_1$ , alors  $D_1 + \frac{f_1^2}{\Delta z_0} - (f_1 + f_2) \simeq \frac{f_1^2}{\Delta z_0}$ . Le grandissement parallèle s’en déduit immédiatement :  $\gamma_{||} = \frac{f_2^2}{f_1^2}$ . On trouve  $\gamma_{||} = 16$ .

10. \$\Delta z\_i\$ et \$\Delta z\_0\$ ont donc le même signe. Dans le cas étudié, \$\Delta z\_0 > 0\$, c’est l’arrière du plasma que l’on visualise.

11. L’image du plasma au voisinage de \$F\_2'\$ se déplace vers la droite.

12. On va progressivement en déplaçant la lentille \$L\_2\$ visualiser l’ensemble de plasma.

13. Le plasma s’étend sur 2 mm en tout, le grandissement parallèle étant de 16, la vis micrométrique doit se déplacé de  $32 \text{ mm}$ .

### Profondeur de champ

14. Choisir une lentille de grand diamètre permet de restreindre l'observation à une tranche de plasma de faible épaisseur, en clair de diminuer la profondeur de champ. Soit  $\delta$  la taille d'un pixel. On constate sur la figure 2 que les rayons correspondant à une petite lentille forment une image nette sur une plage beaucoup plus grande que les rayons correspondant à une grande lentille. La profondeur de champ est plus grande. En effet, il ne faut pas oublier que le pixel réagit en tout ou rien, qu'il soit éclairé par un point ou par une tache. La situation est la même tant que la taille de la tache image formée est inférieure ou à la limite égale à la taille  $\delta$  du pixel. Voir le schéma de la figure 2. Sur cette figure, le point  $A$  est un point objet et  $A'$  son conjugué. Pour faciliter la compréhension de la figure, l'objet  $AB$  n'a pas été représenté. On a bien sûr  $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f}$ . On étudie les rayons obtenus avec des points proches de  $A$ .

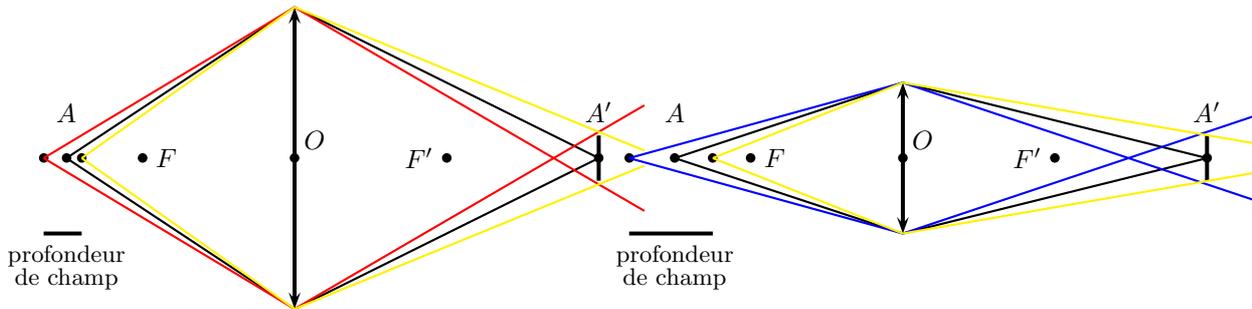


FIGURE 2 – Profondeur de champ

15. Refroidir le capteur CCD, à l'azote liquide permet de limiter le bruit thermique associé à la mesure et ainsi, cela améliore la capacité du détecteur à fournir des détails. La puissance surfacique reçue par le capteur est très élevée, le refroidissement est sans doute une mesure obligatoire pour le préserver.