

# Devoir de Sciences Physiques n°3 du 06-11-2023

— Solutions —

## Problème n° 1 – Les télescopes infrarouges

Centrale MP 2014

### A. Détection de rayonnement infrarouge

#### Généralités sur les détecteurs

1. L'œil est un détecteur des ondes électromagnétiques qui fonctionne dans le visible pour des longueurs d'ondes comprises entre  $0,40 \mu\text{m}$  et  $0,75 \mu\text{m}$ . On l'utilise en général en TP mais, ici, il était plutôt demandé de citer les détecteurs qui relèvent du monde de l'électronique. Il y a les photodiodes, les phototransistors, les photorésistances. À l'heure actuelle, ce sont plutôt les capteurs CCD, condensateurs qui accumulent une quantité de charge proportionnelle à l'intensité lumineuse qui tendent à se généraliser. En TP, on travaille comme pour l'œil dans le visible mais ces détecteurs peuvent être sensibles aussi dans l'UV et l'infrarouge.

2. Les rayonnements infrarouges se situent, en longueur d'onde, au-delà du visible. L'extension de leur domaine varie en fonction des points de vue. La frontière avec les ondes du domaine radio-fréquence est un peu floue. On peut proposer l'intervalle suivant :  $\lambda_{IR} \in [0,75 \mu\text{m} ; 1 \text{mm} - 1 \text{cm}]$ .

3. Si on prend pour température  $T = 50 \text{K}$ , on trouve que le rayonnement propre de l'instrument et de son environnement possède un spectre situé autour de  $\lambda_{max} = 58 \mu\text{m}$  ce qui est placé dans l'infrarouge. Ce rayonnement est dans l'infrarouge et va donc gêner le repérage d'une source infrarouge peu intense sans doute située loin dans l'Univers. Il est donc nécessaire de refroidir l'instrument à très basse température. Si l'on prend  $\lambda_{max} = 1 \text{cm}$ , on trouve que la température est  $T \simeq 0,3 \text{K}$ ! Cette valeur très basse demande des moyens techniques appropriés, faute de quoi on ne pourrait pas profiter de la résolution nominale de l'instrument.

#### Principe du bolomètre

4. On effectue le bilan des puissances reçues et émises par le bolomètre qui constitue le système étudié : le système reçoit le flux électromagnétique  $\Phi_i$ , la puissance dissipée par effet JOULE et perd de l'énergie par conduction thermique dans la poutre qui le relie à la source froide. On peut donc écrire que  $C_{th} \frac{dT}{dt} = \Phi_i + (R_0 + \alpha R_0(T - T_S))I^2 - G_{th}(T - T_S)$ . En ordonnant les termes de cette équation différentielle, on arrive à :  $\tau \frac{dT}{dt} + T(t) = \beta(\Phi_i)$  avec  $\tau = \frac{C_{th}}{G_{th} - \alpha R_0 I^2}$  et  $\beta(\Phi_i) = T_S + \frac{\Phi_i + R_0 I^2}{G_{th} - \alpha R_0 I^2}$ .

5. La solution générale de l'équation différentielle précédente est de la forme  $T_g(t) = A \exp -\frac{t}{\tau}$ , cette solution ne diverge pas dans le cas où  $\tau$  correspond à une durée caractéristique positive comme on le pense automatiquement. Or, ici, l'expression de  $\tau$  fait apparaître une discussion possible sur le signe. Avec  $\alpha < 0$ , cette discussion n'existe plus puisque  $\tau > 0$ .

6. Le régime permanent est obtenu lorsque la solution générale précédente n'a plus d'influence notable sur la température. Cela se produit pour une durée de quelques  $\tau$ , on retient souvent  $3\tau$ . La solution se résume alors à la solution particulière de l'équation qui est une constante, c'est d'ailleurs directement le second membre. On a

$$T_p = \beta(\Phi_i) = T_S + \frac{\Phi_i + R_0 I^2}{G_{th} - \alpha R_0 I^2}$$

#### Temps de réponse du bolomètre

7. Si on supprime le flux infrarouge, l'équation différentielle suivie par la température est  $\tau \frac{dT}{dt} + T = T_S + \frac{R_0 I^2}{G_{th} - \alpha R_0 I^2}$ . La température possède comme asymptote  $T_{lim} = T_S + \frac{R_0 I^2}{G_{th} - \alpha R_0 I^2}$ . Comme elle démarre à la température  $T_p$  du régime permanent vue avant, on peut donc en déduire que la solution de l'équation différentielle est  $T(t) = T_{lim} + (T_p - T_{lim}) \exp -\frac{t}{\tau}$ . Sur le graphique de la figure 1, l'évolution de  $T(t)$  nous permet de retrouver la constante de temps  $\tau$  à partir de la pente à l'origine et de l'intersection de cette pente avec l'asymptote.

8.  $\tau$  est proportionnel à la capacité thermique, il augmente donc si cette capacité augmente. Cela est intuitif : en effet, plus la capacité thermique est élevée, plus le corps est capable d'accumuler d'énergie pour une même variation de température. Si le flux incident  $\Phi_i$  varie l'effet sur la température sera moins important et plus lent par effet de stockage d'énergie. La conductance thermique intervenant au dénominateur de  $\tau$ , l'effet sera contraire : une grande conductivité thermique fera diminuer le temps de réponse. On peut le comprendre en disant que le bolomètre peut évacuer plus facilement de l'énergie et donc suivre avec plus de rapidité les variations du flux  $\phi$  au cours du temps.

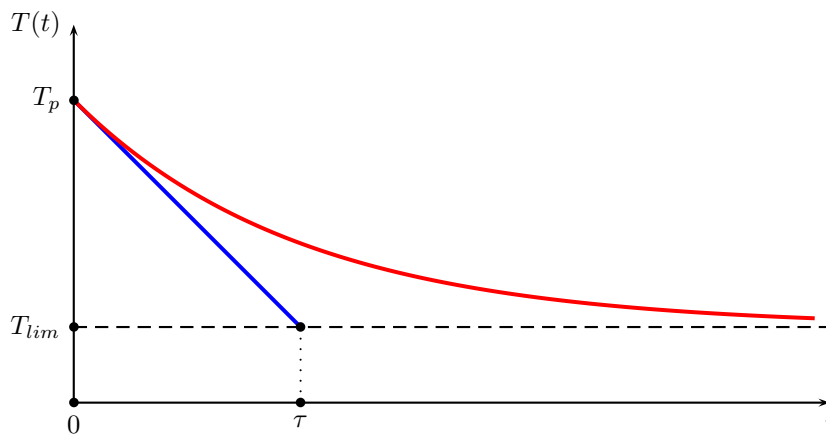


FIGURE 1 – Évolution de la température  $T(t)$  lorsque le rayonnement infrarouge est supprimé

**Sensibilité du bolomètre**

9. L'équation différentielle à laquelle obéit la température est :  $\tau \frac{dT}{dt} + T = T_p + \frac{\varphi_0 \cos \omega t}{G_{th} - \alpha R_0 I^2}$ . En régime forcé, l'influence de la solution générale  $T_g(t)$  est négligeable. On pose  $\Theta = T(t) - T_p$ , l'équation différentielle devient :  $\tau \frac{d\Theta}{dt} + \Theta = \frac{\varphi_0 \cos \omega t}{G_{th} - \alpha R_0 I^2}$ . On peut donc passer à une étude en complexes. On pose  $\Theta = \underline{B} \exp j\omega t$ . On obtient facilement  $\underline{B}(1 + j\omega\tau) = \frac{\varphi_0}{G_{th} - \alpha R_0 I^2}$ . On en déduit bien que l'on a :  $\Theta(t) = \frac{A}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}} \cos(\omega t - \psi)$  avec  $\psi = \arctan \omega\tau$  avec  $A = \frac{\varphi_0}{G_{th} - \alpha R_0 I^2}$ .

10. La loi d'OHM permet d'écrire que  $V(t) = R_0 I + \alpha R_0 I(T_p - T_s) + \alpha R_0 I \Theta(t)$ . On en déduit que l'amplitude des variations de température est donc :  $V_0 = \frac{-\alpha R_0 \varphi_0 I}{G_{th} - \alpha R_0 I^2} \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}}$  car  $\alpha < 0$ .

11. La sensibilité est alors :  $S(\omega) = \frac{-\alpha R_0 I}{G_{th} - \alpha R_0 I^2} \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}}$ .

12. On reconnaît aisément un filtre passe-bas du premier ordre. La courbe  $S_{dB} = 20 \log S$  en fonction de  $\log \omega$  est représentée sur le schéma de la figure 2. La pente de la partie intégrateur est  $-20 \text{ dB/dec}$  et la pulsation de coupure  $\omega_c = 1/\tau$ . Le graphique est présenté avec la pulsation réduite  $x = \omega/\omega_c = \omega\tau$ , la courbe réelle a été légèrement décalée verticalement pour laisser voir les asymptotes, on pose aussi  $S_0 = \frac{-\alpha R_0 I}{G_{th} - \alpha R_0 I^2}$ .

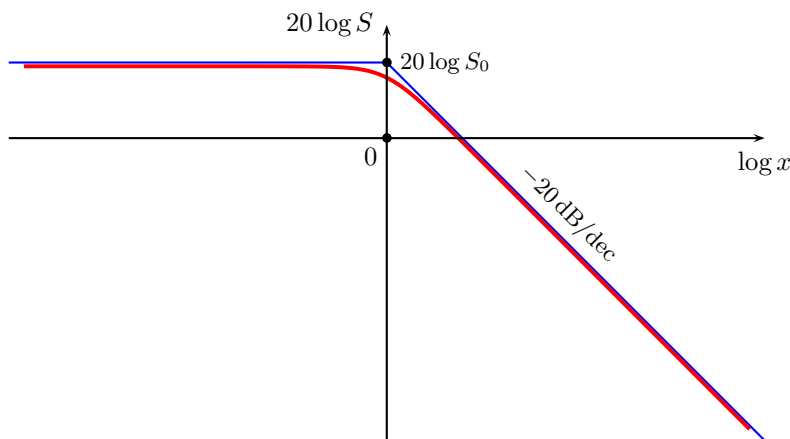


FIGURE 2 – Évolution de la sensibilité avec la pulsation

13. Nous l'avons déjà dit, on a un filtre passe-bas. Si le flux infrarouge incident varie rapidement, le bolomètre n'a pas le temps de suivre car, d'une façon générale, les transferts thermiques sont assez lents. Il faut un certain temps au bolomètre pour évacuer l'énergie dans la source froide.

14. On voit que  $G_{th}$  intervient au dénominateur de la valeur maximale de la sensibilité  $S_0$ . La sensibilité va donc augmenter si la conductivité diminue. Or, nous avons vu que le temps de réponse augmentait lorsque  $G_{th}$  diminuait. Il faut donc impérativement arriver à un **compromis** pour le fonctionnement du bolomètre, on ne peut pas tout avoir...

## B. Un télescope unitaire du VLT

15. Un système optique est afocal si l' image d'un point placé à l'infini se situe à l'infini. Avec deux lentilles convergentes, on obtient facilement un système afocal à condition de faire coïncider le foyer image de la première lentille avec le foyer objet de la seconde, voir le schéma de la figure 3. On peut aussi faire la même chose avec une lentille convergente et une lentille divergente à condition de faire attention au fait que le foyer objet de la lentille divergente utilisée en second se situe au-delà de celle-ci.

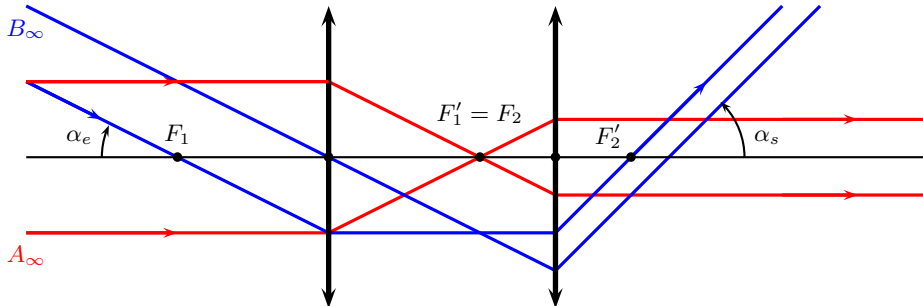


FIGURE 3 – Système afocal

16. On voit sur le schéma de la figure 3 que les rayons arrivant de  $B_\infty$  sont inclinés par rapport à l'axe optique du système afocal. En sortie, ils forment un faisceau parallèle orienté (vers le haut) avec un angle différent de l'angle incident. Le grossissement est le rapport de ces deux angles :  $G = \frac{\alpha_s}{\alpha_e}$ . Sur le schéma, on peut constater que  $G = -2$ .

17. On sait que la diffraction provoque un élargissement angulaire de l'onde électromagnétique dont le demi-angle  $\Delta\theta_{diff}$  est de l'ordre du rapport de la longueur d'onde sur la taille du système qui diffracte. Si on étudie la diffraction par un objet circulaire, l'angle est celui du calcul d'AIRY. On a  $\Delta\theta_{diff} = 1,22\frac{\lambda}{D}$ . Comme l'image se situe dans le plan focal image, le rayon de la tache image est donc :  $R = 1,22\frac{\lambda f_1}{D}$ . On trouve numériquement :  $R = 4,3 \mu\text{m}$ .

18. La divergence angulaire est affectée du grossissement du télescope. On peut alors calculer la valeur demandée :  $\Delta\theta = 1,22\frac{\lambda}{D}G = 1,9 \times 10^{-6} \text{ rad}$ .

19. Le critère retenu est le critère de RAYLEIGH qui affirme que deux points images sont résolus si le maximum d'un point correspond au premier zéro de la fonction de diffraction de l'autre point. On aura donc  $i'_B - i'_A \geq \Delta\theta = 1,22\frac{\lambda}{D}G$ .

20. Il faut envisager l'angle sans l'effet de grossissement du télescope. On a donc  $i_{min} = 1,22\frac{\lambda}{D} = 3 \times 10^{-7} \text{ rad}$ . Il est plus habituel d'exprimer la résolution en secondes d'arc. On trouve  $0,06''$ .

## C. Le télescope interférentiel VLTI

### Observation d'une source ponctuelle dans la direction de l'axe optique

21. L'image géométrique  $A'$  de  $A$  à travers la lentille se trouve au foyer image  $F'$  puisque  $A$  est à l'infini sur l'axe optique.

22. On peut voir sur le schéma du parcours des rayons lumineux que les deux parcours sont strictement équivalents. On a  $\delta_0 = 0$ .

23. La ligne à retard sur le parcours de l'onde électromagnétique venant du télescope 1 permet justement d' ajuster le parcours pour arriver dans la situation où  $\delta_0 = 0$ .

24. Avec 100 m d'écart sur le terrain, on aurait sans la présence de cette ligne, une différence de marche nettement supérieure à la longueur de cohérence de l'onde  $\ell_c$ . Il est indispensable d'avoir une différence de marche telle que  $\delta < \ell_c$ .

25. Pour obtenir un contraste de 1 dans une situation d'interférences, il faut réunir les conditions suivantes : la source doit être la plus ponctuelle possible (cohérence spatiale), elle doit être la plus monochromatique possible (cohérence temporelle). Avec ces deux conditions, l'éclairement résultant du phénomène d'interférences est  $E = E_1 + E_2 + 2\sqrt{E_1 E_2} \cos \frac{2\pi\delta}{\lambda}$ . par conséquent, il faut aussi que l'intensité lumineuse captée par chaque

télescope soit la même car, sinon, on aurait  $C = \frac{2\sqrt{E_1 E_2}}{E_1 + E_2}$ . On voit bien grâce à cette formule qu'il faut avoir  $E_1 = E_2$ .

26. Le calcul de la différence de marche s'effectue à la sortie des trous, voir le schéma de la figure 4. On trouve que  $\delta = a\epsilon = \frac{ax}{f}$ .

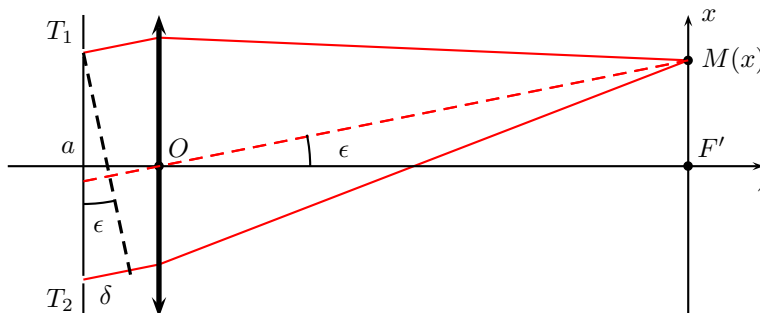


FIGURE 4 – Calcul de la différence de marche

27. L'intensité lumineuse ou l'éclairement sont donnés par  $I_A(x) = 2I_0(1 + \cos \frac{2\pi ax}{\lambda f})$ . On voit immédiatement que l'interfrange est  $i = \frac{\lambda f}{a}$ . Avec  $a = 100 \text{ m}$ , on trouve  $i = 0,29 \mu\text{m}$ . Il faut donc une caméra infrarouge qui possède de très petits pixels pour arriver à distinguer les franges.

28. Les franges brillantes sont données par  $\delta = \frac{ax}{f} = p\lambda$  avec  $p \in \mathbb{Z}$ . Ces équations sont celles de segments de droites alignés sur l'axe  $Oy$  dans le plan du capteur CCD. Le plan du capteur est donc strié par une alternance de ces segments de droites qui représentent la succession des franges brillantes et des franges sombres.

**Observation d'une source ponctuelle dans une direction différente de celle de l'axe optique**

29. Le rayon infrarouge qui passe par le centre optique de la lentille n'est pas dévié. L'angle  $i_B$  est nécessairement petit, on peut appliquer l'approximation des conditions de GAUSS est écrire que :  $x_B = \pm f i_B$ , le signe dépend de la position des rayons incidents. S'ils parviennent depuis le bas par rapport à l'axe optique, on a  $x_B = f i_B$  et réciproquement pour l'autre côté de l'axe optique.

30. La différence de marche diffère de la précédente car, comme les rayons lumineux arrivent avec un angle  $i_B$ , il y a une différence de marche avant d'arriver sur les trous que l'on doit ajouter à celle qui est la conséquence de la diffraction des ondes dans la direction  $\epsilon$ . En supposant que les rayons infrarouges arrivent au-dessus de l'axe optique, la différence de marche supplémentaire que doit parcourir le rayon passant par  $T_2$  est  $a i_B$ . On a donc une différence de marche  $\delta_{av} = a i_B$  et donc au total  $\delta = a(i_B + \frac{x}{f})$ . L'intensité lumineuse est donc  $I_B(x) = 2I_0(1 + \cos \frac{2\pi a}{\lambda}(i_B + \frac{x}{f}))$ . L'interfrange ne change pas, on a toujours  $i = \frac{\lambda f}{a}$ .

31. L'interfrange est identique comme nous venons de le dire, il y a un décalage de ce système de franges d'avec le précédent.

**Observation de deux sources ponctuelles**

32. Ces deux sources sont incohérentes car il s'agit de deux sources où les mécanismes qui président à l'émission d'une onde sont non corrélés.

33. L'intensité lumineuse est donc la somme des deux intensités lumineuses calculées avant. Il n'y a pas d'interférences entre ces deux sources.  $I_{A \cup B}(x) = I_A(x) + I_B(x)$  en un point d'abscisse  $x$ . On peut développer le calcul et obtenir  $I_{A \cup B}(x) = 4I_0 \left( 1 + \cos \frac{\pi a i_B}{\lambda} \cos \frac{2\pi a}{\lambda} \left( \frac{x}{f} + \frac{i_B}{2} \right) \right)$ .

34. Nous avons vu que les deux systèmes de franges possédaient le même interfrange donc la même périodicité spatiale. Mais, du fait de leur décalage lié à l'angle  $i_B$ , on peut se retrouver dans une situation où la diminution d'une intensité lumineuse est parfaitement compensée par l'augmentation de l'autre. L'intensité lumineuse est constante. Cela se produit lorsque le contraste ou la visibilité  $\mathcal{V} = \cos \frac{\pi a i_B}{\lambda}$  s'annule. La condition d'annulation est  $\frac{\pi a i_B}{\lambda} = (2p + 1)\frac{\pi}{2}$  ce qui peut encore s'écrire  $i_B = (p + \frac{1}{2})\frac{\lambda}{a}$  avec  $p \in \mathbb{N}$ .

35. Pour mesurer l'angle  $i_B$ , il faut rechercher la plus petite distance qui assure le brouillage pour se débarrasser de l'influence de  $p$ . On aura donc  $i_B = \frac{\lambda}{2a_{min}}$ .

36. La limite de résolution angulaire  $i_{min}$  du VLTI correspond à l'angle  $i_B$  déterminé à la question précédente. On trouve numériquement  $i_{min} = 0,002''$  d'arc. On a donc gagné un facteur 30 en mettant à profit les

interférences à condition que la valeur  $a_{min} = 100$  m corresponde à la situation, ce que l'énoncé n'indique pas a priori.

## Problème n° 2 – Moteur Diesel suralimenté à 4 temps Banque PT 2007

### A. Définition des masses

1. Avec les définitions proposées, on trouve  $V_1 = \frac{\delta}{\delta-1} C_y = 2,15$  L et  $V_2 = \frac{1}{\delta-1} C_y = 0,15$  L. Le gaz comprimé occupe le volume  $V_1$  et obéit à la loi des gaz parfaits :  $P_1 V_1 = \frac{M_t}{M_{air}} R T_1$  où  $M_{air}$  est la masse molaire de l'air. Celle-ci n'est pas demandée dans l'expression, on peut utiliser la loi donnant l'expression de la capacité thermique massique à volume constant  $c_v = \frac{R}{M_{air}(\gamma-1)}$ . On peut donc écrire que :  $M_t = \frac{P_1 V_1}{(\gamma-1)c_v T_1}$ . On trouve en effectuant l'application numérique que  $M_t = 4,38$  g.

2. L'équation de la réaction est :  $C_{7,1}H_{14,8} + 10,8O_2 \rightleftharpoons 7,1CO_2 + 7,4H_2O$ . Le pouvoir comburivore est donc le rapport suivant :  $P_\infty = \frac{M_a}{M_c} = \frac{10,8(M_{O_2} + 3,76M_{N_2})}{M_{C_{7,1}H_{14,8}}}$ . On trouve :  $P_\infty = 14,8$ . La masse totale est donc  $M_t = M_a + M_c = M_a + \frac{M_a}{P_\infty}$ . On trouve  $M_t = 4,38$  g et  $M_c = 0,28$  g.

3. L'énergie dégagée lors de la combustion est :  $Q_{comb} = M_c P_{ci} = 11,62$  kJ.

### B. Étude du cycle

4. La compression est adiabatique et réversible, on peut utiliser la loi de LAPLACE :  $P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma$ . On trouve donc :  $P_2 = P_1 \delta^\gamma = 76,3$  bar. À partir de la loi des gaz parfaits, on obtient la température :  $T_2 = T_1 \delta^{\gamma-1} = 927$  K.

5. Sur la transformation 2-3, on a  $Q_{2-3} = 3,5$  kJ et sur 3-4, le reste de l'énergie dégagée par la réaction  $Q_{3-4} = 8,1$  kJ. La transformation 2-3 est isochore, le transfert thermique s'exprime donc à l'aide de la capacité thermique à volume constant puisqu'elle correspond à une variation d'énergie interne :  $Q_{2-3} = M_t c_v (T_3 - T_2)$ , on a donc :  $T_3 = T_2 + \frac{Q_{2-3}}{M_t c_v} = 1971$  K. Avec la loi des gaz parfaits à volume constant, on a :  $P_3 = P_2 \frac{T_3}{T_2} = 162,2$  bar. Pour la transformation 3-4, on a une isobare. Le transfert thermique est maintenant une variation d'enthalpie, il s'exprime en fonction de la capacité thermique à pression constante :  $Q_{3-4} = M_t \gamma c_v (T_4 - T_3)$  et par conséquent :  $T_4 = T_3 + \frac{Q_{3-4}}{M_t \gamma c_v} = 3733$  K. Pour le volume  $V_4$ , on utilise toujours la loi des gaz parfaits sur une isobare et donc :  $V_4 = V_3 \frac{T_4}{T_3}$ . On trouve :  $V_4 = 0,284$  L.

6. La transformation est adiabatique et réversible d'où  $P_4 V_4^\gamma = P_5 V_5^\gamma$ . On trouve :  $P_5 = 10$  bar. Pour la température, on utilise la loi des gaz parfaits :  $T_5 = T_4 \frac{P_5 V_4}{P_3 V_4} = 1745$  K.

7. la transformation 1-2 est adiabatique, le travail est une variation d'énergie interne  $W_{1-2} = M_t c_v (T_2 - T_1)$ . On trouve :  $W_{1-2} = 1,96$  kJ. Pour la transformation 2-3, il n'y a pas de travail puisqu'elle est isochore :  $W_{2-3} = 0$ . Sur la transformation isobare, on écrit le premier principe de la Thermodynamique sous sa forme complète :  $W_{3-4} = M_t c_v (T_4 - T_3) - Q_{3-4}$ . On trouve :  $W_{3-4} = -2,24$  kJ. Pour la transformation 4-5, on retrouve une transformation adiabatique :  $W_{4-5} = M_t c_v (T_5 - T_4)$  et :  $W_{4-5} = -6,66$  kJ. 5-1 est isochore :  $W_{5-1} = 0$ .

### C. Étude du turbocompresseur

8. On utilise encore la loi de LAPLACE liant  $T$  et  $p$  et on trouve :  $T_B = T_A \left( \frac{P_A}{P_B} \right)^{(1-\gamma)/\gamma} = 373$  K.

9. Il faut traduire le fait que la turbine produit un travail qui ne sert qu'au compresseur. C'est un système en écoulement :  $\mathcal{D}_m \Delta h = P_{comp \text{ ou turb}}$ . L'air qui entre dans le compresseur est de masse  $M_a$  et le gaz qui traverse la turbine de masse  $M_a + M_c$ . On va donc supposer que les débits massiques respectifs sont proportionnels à ses deux masses. Il faut donc écrire que la variation d'enthalpie dans le compresseur correspond à la variation d'enthalpie dans la turbine (au signe près...) On écrit donc que  $M_a (T_B - T_A) = (M_a + M_c) (T_C - T_D)$ . On peut donc écrire :  $T_D = T_C - \frac{M_a}{M_a + M_c} (T_B - T_A) = 1025$  K. Par la loi de LAPLACE, on trouve la pression :  $P_C = P_D \left( \frac{T_D}{T_C} \right)^{\gamma/(1-\gamma)} = 1,29$  bar.

## D. Étude du balayage et du rendement

10. Par définition du travail des forces pressantes, on a  $W_{0-1} = -\int_{V_2}^{V_1} P_1 dV = -P_1(V_1 - V_2)$ . Cela donne :  $W_{0-1} = -0,40 \text{ kJ}$ . De la même façon, on écrit  $W_{6-7} = -\int_{V_1}^{V_2} P_6 dV = P_6(V_1 - V_2)$ . On a :  $W_{6-7} = 0,26 \text{ kJ}$ .

11. Le travail utile fourni par le moteur correspond au cycle 1-2-3-4-5-1. Il faut sommer les travaux calculés précédemment sur toutes les étapes :  $W_u = -7,08 \text{ kJ}$ . Le rendement se calcule en faisant le rapport positif de l'énergie utile sur l'énergie payante. Ici, l'énergie utile est  $|W_u|$  alors que l'énergie payante est  $Q_{2-3-4} = Q_{comb}$ . Son rendement thermique est :  $\eta_{th} = -\frac{W_u}{Q_{comb}} = 61\%$ .

## E. Bilan global

12. La fréquence des cycles est :  $f = \frac{3000}{2 \times 60} = 25 \text{ s}^{-1}$ . On en déduit aussitôt les débits massiques demandés :  $D_a = fM_a = 102,5 \text{ g} \cdot \text{s}^{-1}$  et  $D_c = fM_c = 7 \text{ g} \cdot \text{s}^{-1}$ .

13. La puissance mécanique fournie par le moteur est donnée de la même façon  $P_m = f|W_u| = 177 \text{ kW}$ . Un cheval moteur correspond à  $0,736 \text{ kW}$ , le moteur présente une puissance de  $\frac{177}{0,736} = 240$  chevaux! Pour le compresseur, on a :  $P_{comp} = D_c \gamma c_v (T_B - T_A) = 8,6 \text{ kW}$ .

## F. Échangeur air-air

14. On va supposer que l'échangeur thermique est parfait, c'est-à-dire qu'il n'y a aucune perte d'énergie thermique : toute l'enthalpie perdue par le flux de l'air chaud et récupéré par le flux d'air frais extérieur :  $D_a c_p (T_B - T_1) = D_{me} c_p \Delta T$  où  $D_{me}$  est le débit massique d'air extérieur,  $\Delta T = 10^\circ \text{C}$  est la variation de la température de l'air extérieur. On a supposé, pour obtenir cette équation, que les capacités thermiques massiques des deux fluides étaient les mêmes. On trouve :  $D_{me} = D_a \frac{T_B - T_1}{\Delta T} = 338 \text{ g} \cdot \text{s}^{-1}$ . Le débit volumique est relié au débit massique par la masse volumique :  $D_{me} = D_{ve} \mu_{air}$ . Par la loi des gaz parfaits, on arrive à  $\mu_{air} = \frac{P_A M}{RT_A}$  où  $M$  est la masse molaire moyenne de l'air  $M = xM_{O_2} + (1-x)M_{N_2} = 28,8 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$  car la fraction molaire de dioxygène est  $x = \frac{1}{4,76}$ . On trouve finalement que :  $D_{ve} = 286 \text{ L} \cdot \text{s}^{-1}$ .