

# Devoir surveillé de Sciences Physiques n°3 du 16-11-2023

— Durée : 4 heures —

## Calculatrice interdite

### Problème n° 1 – Microscopie

ENS Bio 2023

Ce sujet a été adapté en tenant compte du programme MP.

#### A. Lentille mince convergente

On considère une lentille mince convergente de centre optique  $O$ , de foyer image  $F'$  tel que  $\overline{OF'} = f' > 0$ . On considère un petit objet  $AB$  et  $A'B'$  son image, sachant que  $A$  est sur l'axe optique et que  $AB$  est perpendiculaire à ce même axe optique.

1. Réaliser un schéma faisant figurer le tracé de deux rayons caractéristiques pour le point  $B$  de l'objet  $AB$  situé dans le plan focal objet de la lentille.

2. Exprimer le grandissement transversal  $g_t$  en fonction de  $f'$  et  $\overline{OA}$  pour  $\overline{OA} \in ]-\infty, -f'[\cup]-f', 0[$ , puis tracer  $g_t$  en fonction de  $\overline{OA}$ . Pour quelles valeurs de  $\overline{OA}$  l'image est-elle droite ou renversée? Pour quelles valeurs de  $\overline{OA}$  est-elle agrandie ou réduite? Où se trouve l'image si  $\overline{OA} = -f'$ ?

Le dictionnaire Larousse<sup>TM</sup> donne la définition suivante du terme loupe : *lentille convergente qui grossit les objets*.

3. Réaliser un schéma montrant une lentille convergente utilisée comme une loupe.

On définit la puissance optique d'un instrument, tel qu'une loupe ou un microscope, comme le rapport entre l'angle  $\alpha'$  sous lequel est vue  $A'B'$  par l'œil de l'observateur sur la taille de l'objet :

$$\mathcal{P} = \frac{\alpha'}{\overline{AB}}$$

4. Dans le cas de l'utilisation d'une loupe, on place l'œil de l'observateur au foyer image. Montrer que la puissance optique  $\mathcal{P}$  s'écrit uniquement en fonction de  $f'$ . Comment faut-il modifier  $f'$  pour augmenter le pouvoir grossissant?

#### B. Microscope simplifié

On associe maintenant, sur un même axe optique, deux lentilles minces convergentes de manière à construire un instrument grossissant (appelé microscope). On considère tout d'abord un microscope dit droit. Il est constitué :

- ◇ d'un objectif, qu'on modélisera par une lentille de distance focale image  $f'_{\text{obj}}$  et de centre  $O_{\text{obj}}$
- ◇ d'un oculaire, modélisé par une lentille de distance focale image  $f'_{\text{oc}}$  et de centre  $O_{\text{oc}}$

On place un petit objet  $AB$  avant le foyer objet de l'objectif. Cet objet forme une image  $A'_1B'_1$  qui sert d'objet à l'oculaire pour former l'image définitive  $A'B'$ . On indique les informations suivantes :  $f'_{\text{oc}} = 20$  mm,  $f'_{\text{obj}} = 4$  mm,  $\overline{O_{\text{obj}}A'_1} = 160$  mm et  $D = \overline{F'_{\text{obj}}F_{\text{oc}}} = 154$  mm où  $F_{\text{oc}}$  est le foyer objet de l'oculaire et  $F'_{\text{obj}}$  le foyer image de l'objectif.

5. Calculer  $\overline{O_{\text{obj}}A}$ , puis le rapport  $\frac{\overline{O_{\text{obj}}A}}{f'_{\text{obj}}}$ . Analyser ce dernier résultat.

6. Calculer numériquement  $\overline{O_{\text{oc}}A'_1}$ . En déduire  $\overline{F_{\text{oc}}A'_1}$ .

7. Vérifier que  $\overline{O_{\text{obj}}A'} = -2$  mm. En déduire la nature (réelle ou virtuelle) de l'image finale  $A'B'$ .

8. En déduire que le grandissement transversal du microscope  $g_{t,m} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$  vaut environ  $-400$  et que la puissance optique du microscope  $\mathcal{P}_m = \frac{\alpha'}{\overline{AB}}$  vaut environ  $-2000 \text{ m}^{-1}$  pour un œil placé au niveau du foyer image de l'oculaire  $F'_{\text{oc}}$ .

L'œil de l'observateur est placé au niveau du foyer image de l'oculaire  $F'_{\text{oc}}$ . Dans ces conditions d'observation, la valeur absolue minimum de l'angle  $\alpha'$  que peut résoudre un œil humain est notée  $\varepsilon$ , et vaut  $\varepsilon = 5 \times 10^{-4}$  rad.

9. D'après les calculs précédents, quelle serait alors la taille du plus petit objet  $AB$  qu'un observateur pourrait voir à travers le microscope ?

10. D'après le constructeur, le plus petit objet  $AB$  qu'un observateur peut voir à travers le microscope est  $|\overline{AB}|_{\min} = 0,5 \mu\text{m}$ . Comparer cette donnée au résultat précédent, commenter.

De nombreux microscopes de recherche sont à présent dans la configuration dite *infini-foyer*. Les performances optimales en terme de qualité d'image sont obtenues lorsque l'objet est placé dans le plan focal objet de l'objectif. Pour pouvoir faire l'observation avec une caméra, on rajoute après l'objectif une lentille dite *lentille de tube* de distance focale image  $f'_t$ . On parle de *microscope inversé*, car souvent, l'échantillon est posé au dessus de l'objectif.

11. Réaliser un schéma montrant l'objectif, modélisé par une lentille, la lentille de tube et un objet situé dans le plan focal objet de l'objectif (on prendra un point objet situé en dehors de l'axe optique). Où faut-il placer la surface sensible de la caméra par rapport à la lentille de tube pour observer une image nette ?

12. À l'aide du schéma précédent, exprimer le grandissement transverse  $g_m$  du système

$$\{\text{objectif} + \text{lentille de tube}\}$$

en fonction des distances focales images respectives de l'objectif  $f'_{\text{obj}}$  et de la lentille de tube  $f'_t$ .

### C. Microscopie de fluorescence

Une façon d'observer des molécules comme l'ADN est de les marquer avec des molécules fluorescentes et d'utiliser un microscope de fluorescence pour détecter le signal lumineux émis par les marqueurs fluorescents. Ces molécules, lorsqu'elles sont excitées par de la lumière à une longueur d'onde adaptée, sont capables d'absorber un photon à cette longueur d'onde et de réémettre un autre photon à une longueur d'onde différente.

#### Niveaux d'énergie d'une molécule. Notion de fluorescence.

On considère tout d'abord une molécule diatomique  $AB$  constituée de deux noyaux  $A$  et  $B$ , assimilés à des points matériels  $A$  et  $B$  de masse  $m_A$  et  $m_B$  respectivement, et d'électrons constituant le nuage électronique de la molécule, voir la figure 1. On considère que la molécule est isolée et qu'elle n'a pas de mouvement de rotation, et on s'intéresse uniquement au mouvements vibrationnels des deux noyaux selon l'axe  $Ox$ . On note  $\vec{R}_A$  et  $\vec{R}_B$  les vecteurs positions des noyaux  $A$  et  $B$ , relativement à leur barycentre  $G$ , choisi comme origine d'un référentiel galiléen, voir la figure 1. Le mouvement relatif est unidirectionnel tel que  $\vec{GA} = \vec{R}_A = -R_A \vec{e}_x$ ,  $\vec{GB} = \vec{R}_B = R_B \vec{e}_x$  et  $\vec{e}_x$  est le vecteur unitaire de l'axe de la molécule passant par  $G$ . La norme  $R$  du vecteur  $\vec{R} = \vec{R}_B - \vec{R}_A$  donne la distance inter-nucléaire entre  $A$  et  $B$ . L'énergie d'interaction entre  $A$  et  $B$  est donnée par  $U(R)$  représentée sur la figure 1.

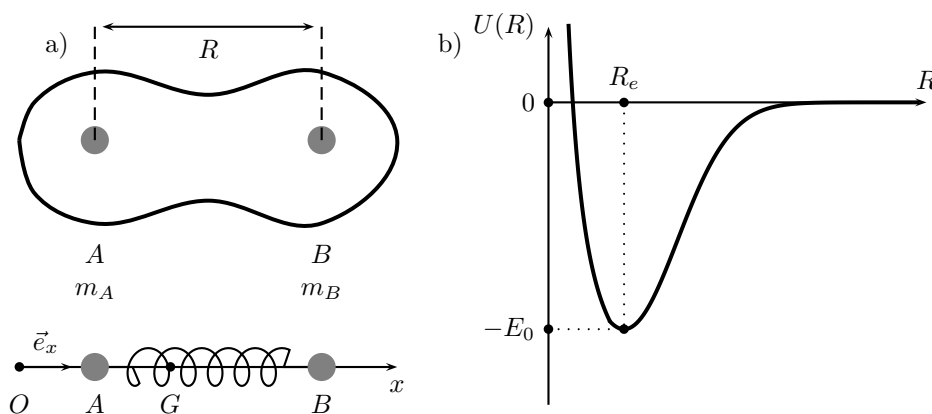


FIGURE 1 – Caractéristiques de la molécule diatomique  $AB$ . a) Représentation des noyaux  $A$  et  $B$  de la molécule et du nuage électronique et modélisation de la molécule  $AB$  et de son entre de masse  $G$ . b) Dépendance de l'énergie potentielle d'interaction atomique vis-à-vis de la distance  $R$  inter-nucléaire.

13. Montrer, sous une hypothèse que l'on précisera, que l'on peut modéliser la liaison atomique  $AB$  par un ressort à comportement linéaire dont on précisera la raideur  $k$  et la longueur au repos  $\ell_0$  en fonction des caractéristiques extraites de l'énergie potentielle d'interaction  $U(R)$ .

On se place, dans toute la suite, sous l'hypothèse formulée à la question précédente.

14. Appliquer le principe fondamental de la Dynamique au point matériel  $B$ , puis au point matériel  $A$ . En déduire que l'équation différentielle à laquelle obéit la distance inter-nucléaire  $R(t)$  s'écrit :

$$\frac{d^2R}{dt^2} + \omega_0^2(R - R_e) = 0$$

où on exprimera  $\omega_0$  en fonction de  $k$  et de  $\mu$ , avec  $\mu = \frac{m_A m_B}{m_A + m_B}$ . Exprimer la fréquence  $f$  des oscillations de la molécule AB en fonction de  $\mu$  et  $k$ . Rappeler le domaine spectral en longueur d'onde correspondant aux mouvements vibrationnels d'une molécule.

On s'intéresse à présent à une molécule fluorescente plus complexe, nommée ATTO565<sup>TM</sup>.

15. À quelle gamme de longueurs d'onde correspond le phénomène de fluorescence? Comparer au domaine spectral de la question précédente. Les énergies des photons émis sont-elles plus grandes ou plus petites que celles des photons associés au mouvement vibrationnel? Les spectres d'absorption et d'émission de fluorescence de l'ATTO565<sup>TM</sup> sont représentés sur la figure 2.

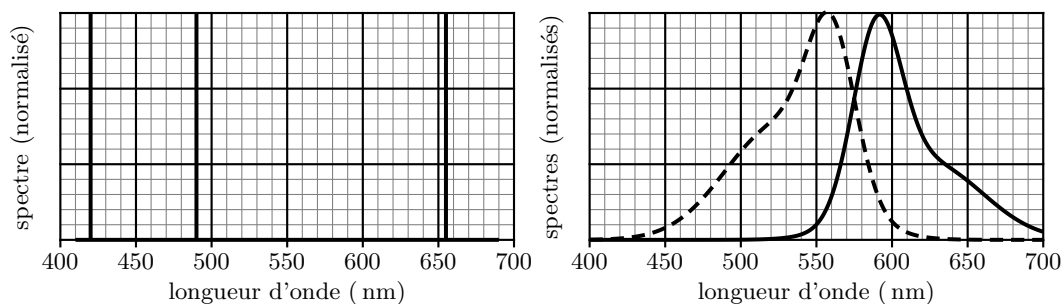


FIGURE 2 – À gauche : Spectre d'émission de l'atome d'hydrogène. À droite : Spectres normalisés d'émission et d'absorption de la molécule ATTO565<sup>TM</sup> tracés à partir des données disponibles sur le site <https://www.atto-tec.com>.

16. Sur la figure 2, quelle courbe (trait continu ou trait pointillé) représente le spectre d'absorption de la molécule fluorescente ATTO565<sup>TM</sup>? Justifier.

17. Commenter l'allure des spectres d'émission de l'atome d'hydrogène et de ATTO565<sup>TM</sup> et expliquer l'origine de la différence de ces spectres.

On peut mesurer la durée de vie de l'état excité en mettant en œuvre une méthode dite de *microscopie de fluorescence résolue en temps*. On excite pour cela un ensemble de molécules avec une impulsion laser ultra-brève et on mesure l'intensité de fluorescence émise pour analyser son évolution temporelle. On définit la date  $t = 0$  comme l'instant où l'impulsion d'excitation prend fin. On obtient les courbes de durée de vie de fluorescence représentées sur la figure 3.

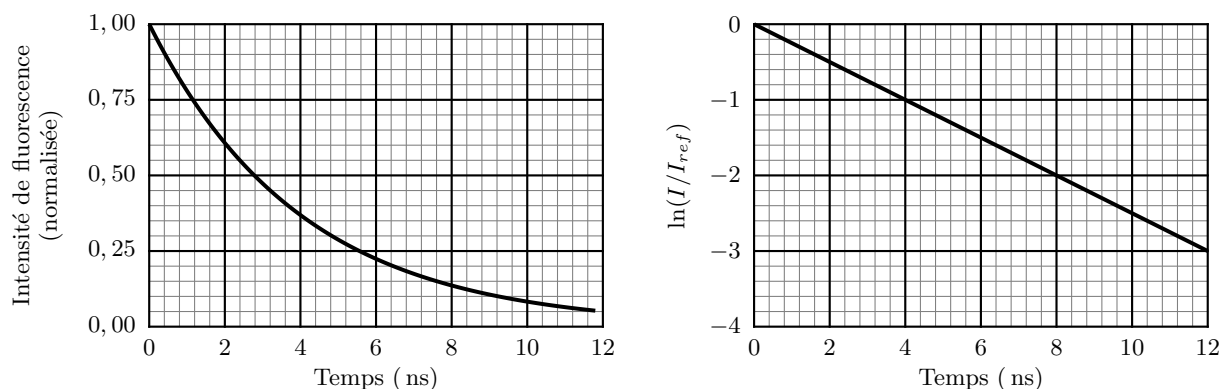


FIGURE 3 – Courbes donnant l'intensité de fluorescence d'un ensemble de molécules ATTO565<sup>TM</sup>, en fonction du temps écoulé depuis l'impulsion excitatrice. La figure de gauche est en échelle d'ordonnée linéaire, celle de droite en échelle logarithmique népérien.

18. En exploitant les deux graphiques de la figure 3, proposer un modèle mathématique pour l'évolution temporelle de l'intensité de fluorescence et évaluer numériquement la durée de vie  $\tau$  de fluorescence de l'état excité.

19. Préciser comment on doit choisir la durée de l'impulsion pour que cette méthode fonctionne.

### Mise en œuvre dans un microscope

En microscopie de fluorescence, on peut tirer parti de la différence entre les spectres d'absorption et d'émission d'une molécule fluorescente pour séparer la lumière d'excitation du signal de fluorescence. On utilise un miroir particulier appelé *miroir dichroïque* qui réfléchit la lumière pour certaines longueurs d'onde et transmet la lumière pour d'autres. On positionne ce miroir dans le dispositif de microscope inversé étudié avant. Le schéma du microscope par fluorescence est représenté sur la figure 4.

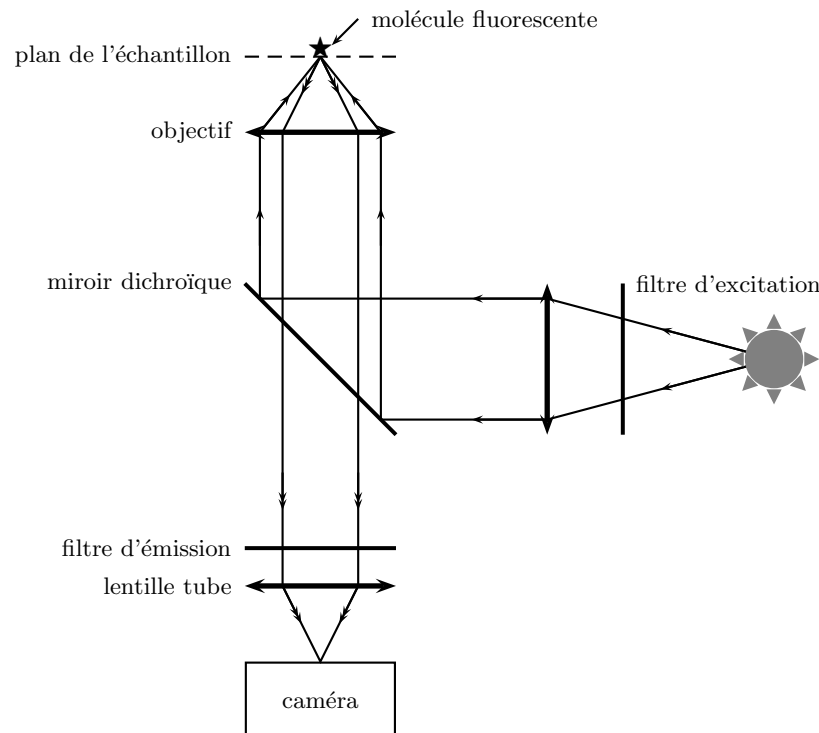


FIGURE 4 – Schéma du dispositif expérimental de microscopie par fluorescence. Le miroir dichroïque, ainsi que des filtres d'excitation et d'émission dans un microscope de fluorescence sont également représentés.

Le microscope de fluorescence utilisé dispose d'une source lumineuse blanche, de six filtres d'excitation passe-bande de largeur typique 40 nm, centrés respectivement sur les longueurs d'onde suivantes : 420, 470, 510, 550, 590 ; 630 et 730 nm, et de différents filtres d'émission.

20. Tracer le coefficient de transmission d'un filtre optique passe-bande en fonction de la longueur d'onde.

21. À partir de la figure 2, définir, parmi les filtres disponibles sur le microscope, le filtre d'excitation qui est le plus approprié pour exciter la molécule fluorescente ATTO565<sup>TM</sup>.

22. Représenter la dépendance en longueur d'onde du coefficient de réflexion du miroir dichroïque à associer à ce filtre pour observer la fluorescence de l'ATTO565<sup>TM</sup>.

### Séparation par un élément dispersif

La technique de microscopie de fluorescence la plus couramment utilisée est celle d'*épi-fluorescence*. Dans cette configuration, tout l'échantillon est éclairé et toutes les molécules fluorescentes sont excitées simultanément. On considère une molécule fluorescente comme une source ponctuelle de lumière. À cause du phénomène de diffraction, on admettra que l'image de la molécule fluorescente sur la surface sensible de la caméra n'est pas un point, comme le prédit l'Optique géométrique mais une tache de rayon :

$$g_m \frac{\lambda_{em}}{2ON}$$

où  $g_m$  est le grandissement transverse du microscope,  $\lambda_{em}$  la longueur d'onde d'émission du fluorophore (c'est-à-dire celle pour laquelle le spectre d'émission est maximum).  $ON$  est un paramètre caractéristique de l'objectif du microscope appelé *ouverture numérique*.

On considère, dans un premier temps, deux types de molécules fluorescentes émettant de la lumière à deux longueurs d'onde,  $\lambda_1 = 550$  nm et  $\lambda_2 = 590$  nm respectivement, situées au foyer objet de l'objectif. Leurs images sont alors superposées. On ne soucie pas de la façon dont les molécules sont excitées et on considère qu'elles mettent un signal de fluorescence.

On place à présent, entre l'objectif et la lentille tube, un réseau de diffraction en transmission constitué d'une série de fentes équidistantes les unes des autres. La distance entre deux fentes successives est le pas du réseau noté  $a$ . Le pouvoir de résolution du réseau est :

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda}$$

Il décrit sa capacité à séparer deux longueurs d'onde très proches, où  $\delta\lambda$  est le plus petit écart en longueurs d'onde décelable.

Le plan du réseau est perpendiculaire à l'axe optique de l'objectif. La lentille tube et la caméra sont positionnés angulairement de façon à ce que l'ordre 1 à  $\lambda_1$  soit parallèle à l'axe optique de la lentille tube. Seul l'ordre 1 de diffraction est détecté par la caméra.

**23.** Réaliser un schéma représentant :

- ◇ une molécule fluorescente à  $\lambda_1$  dans le plan focal objet de l'objectif,
- ◇ le réseau,
- ◇ la lentille tube,
- ◇ la surface sensible de la caméra avec l'image de la molécule

Représenter également sur le même schéma, l'image d'une molécule émettant à  $\lambda_2$ . Il n'est demandé ni calcul, ni schéma à l'échelle.

**24.** On utilise un réseau possédant 500 fentes par mm. Établir l'expression de la différence entre les angles des deux rayons diffractés dans l'ordre 1 pour  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ . Calculer numériquement cette différence, pour  $\lambda_1 = 550$  nm et  $\lambda_2 = 590$  nm.

La caméra utilisée pour cette expérience possède une surface sensible de détection constituée de  $2000 \times 2000$  pixels. Chaque pixel est un carré de côté  $5 \mu\text{m}$ .

**25.** En utilisant le schéma de la question **23.**, déduire de la question précédente la valeur numérique de la distance entre les deux taches sur la surface sensible de la caméra sachant que la distance focale image de la lentille de tube est  $f'_t = 200$  mm. La comparer à la taille de la surface sensible de la caméra.

On rappelle que l'image d'un émetteur lumineux ponctuel par le microscope est une image circulaire de rayon  $r = g_m \frac{\lambda}{2ON}$  sur la surface sensible de la caméra.

**26.** Le grandissement du microscope est  $g_m = 100$  et l'ouverture numérique de l'objectif  $ON = 1,5$ . Estimer numériquement la taille de l'image d'une molécule, supposée ponctuelle et placée au foyer objet de l'objectif, sur la surface sensible de la caméra (on considérera que l'ajout du réseau ne modifie pas la taille de l'image). On donnera le résultat en  $\mu\text{m}$ , puis en nombre de pixels correspondant.

On souhaite que les images des deux molécules fluorescentes émettant respectivement à  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  ne se superposent pas.

**27.** Quelle est la distance minimale entre les deux images que doit introduire le réseau de diffraction ?

**28.** Un réseau comportant 500 fentes par mm est-il adapté pour avoir deux images non superposées mais séparées d'un pixel ?

Une solution alternative est d'utiliser un prisme de verre comme élément dispersif, au lieu d'un réseau en transmission. Un prisme est un bloc de verre poli d'indice optique  $n$  (représenté sur la figure 5). On notera  $\beta$  son angle au sommet. On considère tout d'abord la configuration la plus simple dans laquelle le faisceau incident est normal à la face d'entrée.

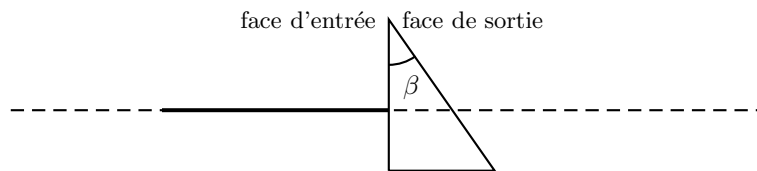


FIGURE 5 – Configuration dans laquelle est utilisé le prisme. Seul le faisceau incident, normal à la face d'entrée, est représenté.

**29.** Rappeler sur la base d'un schéma, les lois de SNELL-DESCARTES dans le cadre d'un dioptre séparant deux milieux transparents, homogènes et isotropes, d'indices optiques respectifs  $n_1$  et  $n_2$ .

**30.** Reproduire le schéma de la figure 5 et le compléter avec les faisceaux se propageant à l'intérieur du prisme et émergeant de celui-ci. Établir la relation entre l'angle que fait le rayon émergent avec la normale à la face de sortie du prisme, noté  $r$ , en fonction de l'angle  $\beta$  et de l'indice  $n$ .

**31.** Que devient cette expression dans le cas d'un prisme cale, pour lequel  $\beta \ll 1$  ?

L'indice  $n$  du verre dépend de la longueur d'onde  $\lambda$ . Dans le domaine du visible, il suit la loi de CAUCHY :

$$n(\lambda) = c_1 + \frac{c_2}{\lambda^2}$$

où  $c_1$  et  $c_2$  sont deux constantes positives caractéristiques du verre.

**32.** Compléter le schéma réalisé à la question 30. en représentant les faisceaux émergents pour deux longueurs d'onde du spectre visible  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  avec  $\lambda_1 < \lambda_2$ .

**33.** Calculer la différence entre les angles des faisceaux de sortie correspondant aux longueurs d'onde  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ . On donnera les valeurs des angles avec trois chiffres significatifs. On prendra  $\beta = 3^\circ$ ,  $n(550 \text{ nm}) = 1,627$  et  $n(590 \text{ nm}) = 1,623$  et on pourra utiliser le graphique 9 fourni à la fin du sujet.

Le prisme est placé entre le miroir dichroïque et la lentille de tube. Sa face d'entrée est perpendiculaire à l'axe optique de l'objectif. La lentille de tube est positionnée angulairement de telle manière que son axe optique soit confondu avec la direction du rayon de sortie du prisme pour le faisceau de longueur d'onde  $\lambda_1$ .

**34.** Déterminer l'expression de la distance  $\Delta x$  entre les images des deux molécules fluorescentes sur la surface sensible de la caméra et l'évaluer numériquement.

**35.** Conclure quant à l'intérêt de ce dispositif pour obtenir deux images non superposées mais séparées d'un pixel.

**36.** En raisonnant sur la façon dont chaque dispositif disperse les différentes longueurs d'onde contenues dans le faisceau incident, expliquer quel élément dispersif sera plus avantageux en terme de quantité de photons collectés sur la caméra.

On s'intéresse au système optique sans élément dispersif représenté sur la figure 6, et on cherche la sensibilité de détection de la caméra nécessaire pour observer une molécule unique fluorescente en présence d'un bruit de fond de fluorescence.

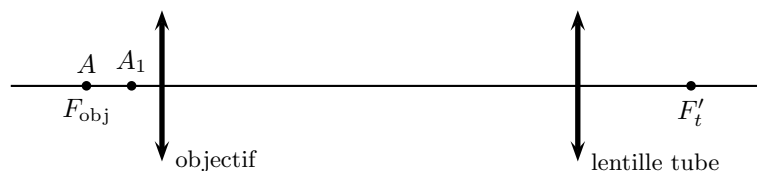


FIGURE 6 – Système optique sans élément dispersif.

**37.** Reproduire le schéma de la figure 6, et représenter :

- ◇ l'image d'une molécule fluorescente placée en  $A$ , et confondue avec le foyer objet de l'objectif,
- ◇ la position approximative de l'image d'une molécule fluorescente placée en  $A_1$ , entre le foyer et l'objectif, et à proximité du foyer objet de l'objectif.

Une molécule fluorescente, lorsqu'elle est excitée, peut émettre, au maximum, un nombre de photons par seconde  $\phi_{fl,max}$ . L'ordre de grandeur de  $\phi_{fl,max}$  est de quelque  $10^8$  photons par seconde.

**38.** D'après le schéma réalisé à la question précédente, quel est l'effet de molécules fluorescentes excitées et situées dans des plans différents du plan focal objet de l'objectif sur la caméra ? Quelle est la conséquence sur le signal issu d'une molécule fluorescente située en  $F_{\text{obj}}$  et détecté par la caméra ?

### Microscopie de fluorescence par réflexion totale

Pour limiter l'épaisseur excitée de l'échantillon, en vue de réduire le bruit de fond de fluorescence, on s'intéresse à la technique dite de *microscopie de fluorescence par réflexion totale*. Dans un premier temps, on considère une interface plane séparant deux milieux transparents, homogènes et isotropes, d'indices optiques respectifs  $n_1$  et  $n_2$ . Un rayon lumineux se propage dans le milieu d'indice  $n_1$  et atteint l'interface avec l'angle  $\theta_1$  par rapport sa normale.

Pour les applications numérique de cette partie, la figure 9 et les valeurs des quotients suivants pourront être utiles :

$$\frac{1,33}{1,52} = 0,88 \quad \frac{1,52}{1,33} = 1,14 \quad \frac{1,33}{1,50} = 0,89 \quad \frac{1,50}{1,33} = 1,13 \quad \frac{1,50}{1,52} = 0,99 \quad \frac{1,52}{1,50} = 1,01$$

**39.** Justifier qu'il existe un angle limite  $\theta_{\text{lim}}$  d'incidence, au delà duquel on observe une réflexion totale. Calculer  $\theta_{\text{lim}}$  pour  $n_1 = 1,52$  et  $n_2 = 1,33$ .

On souhaite à présent amener un faisceau laser en réflexion totale à l'interface entre une lamelle de microscope d'indice  $n_1$  et une solution aqueuse dans une cellule microfluidique (voir la figure 7). L'échantillon étant observé par microscopie optique, on veut utiliser l'objectif de microscope pour obtenir cette réflexion totale. l'objectif de microscope utilisé est un objectif à *immersion*. Cela signifie qu'on dépose une goutte d'un liquide transparent d'indice  $n_1$ , identique à celui de la lamelle de microscope, entre la sortie de l'objectif et la lamelle de microscope, de telle sorte qu'en sortie de l'objectif, les faisceaux lumineux se propagent dans un milieu continu, transparent, homogène et isotrope d'indice  $n_1$ , jusqu'à l'interface avec la solution.

On définit l'ouverture numérique  $ON$  de l'objectif par la relation  $ON = n_1 \sin \theta$  où  $\theta$  est l'angle maximum que peut faire un rayon qui entre dans l'objectif avec l'axe optique de l'objectif (voir la figure 7). Pour une lamelle de verre,  $n_1 = 1,52$ , et on considère que la solution aqueuse contenue dans la cellule microfluidique a un indice  $n_2 = 1,33$ . Le faisceau laser entre dans l'objectif et doit en ressortir collimaté (c'est-à-dire parallèle) en faisant un angle avec la normale à la lamelle de microscope tel qu'il sera totalement réfléchi.

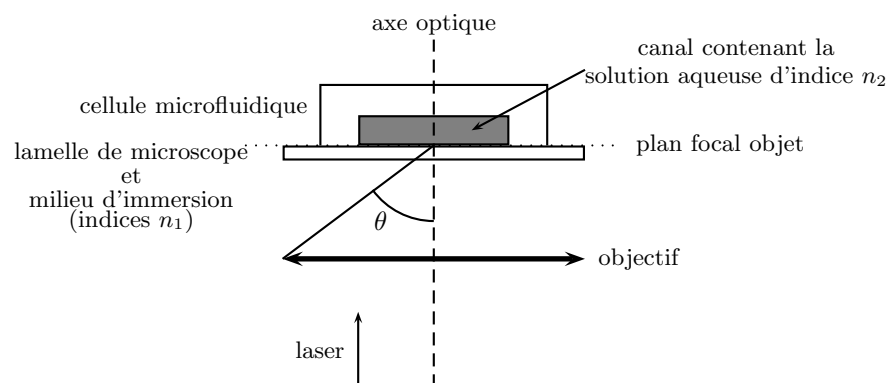


FIGURE 7 – Utilisation d'un objectif à immersion. La zone entre l'objectif et la lamelle correspond à la goutte d'indice  $n_1$  déposée sur l'objectif. le plan focal objet de l'objectif est confondu avec la face supérieure de la lamelle de microscope. Le faisceau laser est introduit du côté du plan focal image de l'objectif pour illuminer l'échantillon par le bas.

**40.** Déterminer l'expression de l'ouverture numérique minimale d'un objectif pour obtenir un phénomène de réflexion totale à sa sortie.

**41.** En pratique, on utilise un objectif d'ouverture numérique  $ON = 1,50$ . Quelle est la valeur numérique de l'angle maximal d'un rayon émergeant de cet objectif ?

**42.** Reproduire le schéma de la figure 8 et tracer les rayons entrant dans l'objectif permettant d'avoir cette configuration du faisceau laser en sortie de l'objectif. Comment placer une lentille en amont de l'objectif de microscope pour que le laser puisse sortir de cette façon de l'objectif ?

Lorsque le faisceau laser d'excitation subit une réflexion totale, il ne se propage pas dans la solution aqueuse. cependant, il existe une onde ne se propageant pas, appelée *onde évanescente*, à l'interface entre la lamelle de

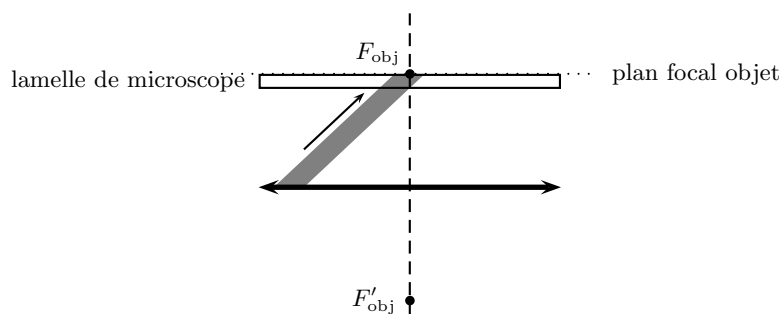


FIGURE 8 – Représentation du faisceau laser (zone grisée) en sortie de l’objectif avant réflexion sur la lamelle de microscope. La flèche indique le sens de propagation du laser.

microscope et la solution aqueuse qui peut exciter des molécules fluorescentes fixées à la lamelle. Cette méthode permet de diminuer le bruit de fond de fluorescence.

**Annexe sur la fonction sinus et la correspondance entre radians et degrés**

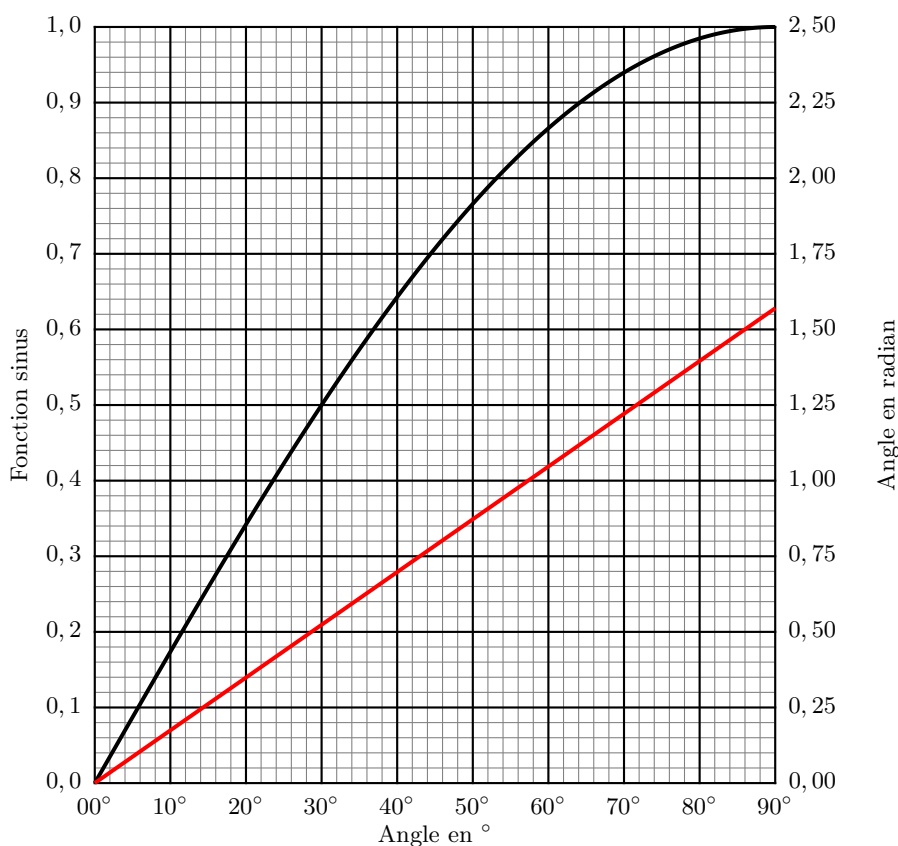


FIGURE 9 – À gauche : représentation graphique de la fonction sinus. À droite : représentation graphique de la correspondance entre radians et degrés.



## Problème n° 2 – Centrale solaire Thémis

Banque PT 2023

Le Soleil peut être utilisé pour la production d'énergie électrique, par le biais de panneaux photovoltaïques, de chauffe-eau solaires individuels ou en produisant de l'énergie électrique de manière thermique. Cette dernière production est marginale en France et dans le monde (0,04% de la production contre 2,1% pour le photovoltaïque) mais peut être adapté dans certaines circonstances et en certains lieux. On parle alors de centrale solaire thermodynamique à concentration (CSTC). Il en existe différents types, liés principalement à la forme des miroirs utilisés, à la forme de la partie de chauffe et aux fluides caloporteurs utilisés. Une des premières CSTC à avoir été construite a été la centrale solaire Thémis, située dans le Pyrénées orientales. Elle a fonctionné pendant 3 ans avant d'être arrêtée en 1986. Elle n'avait de réelle vocation industrielle. Ses technologies ont été utilisées dans de grandes centrales actuelles qui produisent en Espagne et aux États-Unis. Elle est maintenant utilisée comme instrument de recherche au niveau national et européen. On cherche en particulier à améliorer les performances des CSTC, surtout de petite capacité. Nous examinerons quelques tenants et aboutissants d'un projet de recherche actuel utilisant Thémis.

### A. Centrale Thémis

Thémis utilisait lors de son exploitation  $N = 201$  miroirs de surface individuelle  $S = 54\text{ m}^2$ , appelés héliostats. La puissance moyenne reçue durant la journée normalement aux rayons solaires au niveau du sol par temps clair sera prise égale à  $\phi_s = 1,0\text{ kW} \cdot \text{m}^{-2}$ . Les miroirs orientaient l'énergie solaire vers la chaudière, située en haut d'une tour, où l'échange thermique avec le fluide caloporteur pouvait s'effectuer. C'est toujours le principe utilisé par les centrales à tour exploitées à l'heure actuelle à travers le monde, voir la figure 10.



FIGURE 10 – Vue de la tour depuis le champ d'héliostats

1. les héliostats suivent la course du Soleil pour ramener le maximum de puissance solaire vers la chaudière. On note  $\phi_h$  la puissance maximale captée par un héliostat au cours de la journée. Il se produit cependant une perte de surface efficace lorsque le miroir n'est pas pratiquement aligné avec la tour et le Soleil. Cet effet est appelé *effet cosinus*. Expliquer cette expression.

2. La puissance électrique maximale que pouvait produire Thémis était indiquée à  $P_e = 2,5\text{ MW}$ . Déterminer une expression littérale pour son rendement maximal  $r_{\max}$ . Déterminer la valeur numérique de ce rendement.

3. En quoi l'utilisation de sels fondus à haute température ou de fluides utilisés avec leur phase solide à haut point de fusion peut pallier l'intermittence de la source d'énergie utilisée dans les centrales solaires ?

Sur le site de Thémis ont été expérimentés, t sont encore expérimentés différents projets de production d'énergie à base solaire. L'un d'entre eux, toujours actif et impliquant le laboratoire CNRS PROMES, est le projet POLYPHEM qui va servir de support à la suite de ce problème. Il s'agit d'un projet expérimental de centrale solaire de petite capacité pour des régions ensoleillées et loin des réseaux majeurs de fourniture d'électricité. Ce projet n'utilise qu'une partie des héliostats du site. Le flux solaire reçu par les miroirs est renvoyé vers la tour au niveau d'un récepteur solaire qui joue le rôle de chaudière (source chaude). À ce niveau, le fluide chauffé est de l'air qui est utilisé dans une turbine de type BRAYTON (cycle haut) entraînant un alternateur et qui sert aussi, après passage dans la turbine, à chauffer une huile organique qui est stockée dans un réservoir et utilisée dans un cycle de RANKINE (cycle bas). Voir la figure 11.

L'air ambiant à  $P_a = 0,85\text{ bar}$  et  $T_a = 20^\circ\text{C}$  est admis dans le compresseur (point 1) et ressort sous une pression  $P_2 = 2,2\text{ bar}$  (point 2) avant d'être chauffé, soit dans le récepteur solaire, soit dans une chaudière à

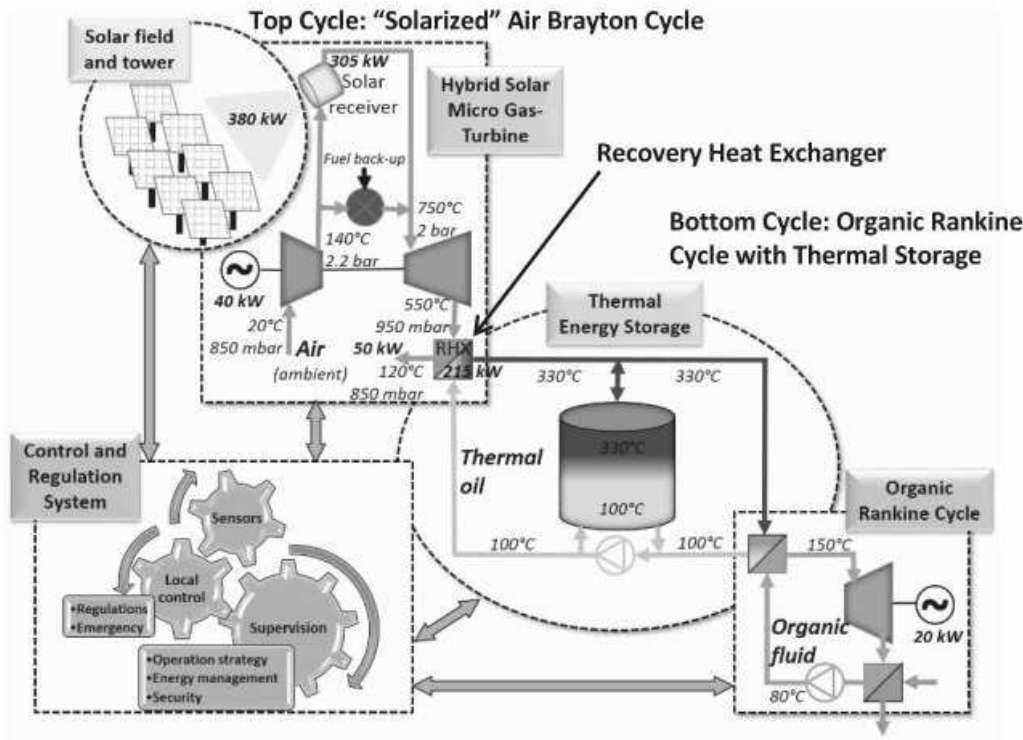


FIGURE 11 – Schéma de principe au début du projet POLYPHEM (stade recherche)

fuel d’appoint (cogénération) et ressort à  $T_3 = 750\text{ °C}$  (point 3). Il arrive alors dans la turbine qui entraîne le compresseur et l’alternateur. L’air ressort à  $T_4 = 550\text{ °C}$  (point 4) pour alimenter l’échangeur avec l’étage de stockage.

## B. Cycle de Brayton idéal

On va étudier dans cette partie un cycle idéal de BRAYTON fonctionnant entre les mêmes pressions que le cycle réel. Dans ce cycle idéal, la compression dans le compresseur et la détente dans la turbine sont isentropiques et l’étape de chauffe et celle de refroidissement sont isobares à  $P_2$  et  $P_a$ . Il n’y a pas de récupération d’énergie par échangeur. L’air est traité comme un gaz parfait caractérisé par  $\gamma = 1,4$  et la masse molaire  $M_{\text{air}} = 29\text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ .

4. Pourquoi la pression d’admission  $P_a$  n’est-elle pas prise égale à 1 bar dans le projet POLYPHEM ?
5. En se servant du modèle du gaz parfait, établir l’expression de la capacité massique de l’air  $c_{pa}$  en fonction de  $R$ ,  $M_{\text{air}}$  et  $\gamma$ .
6. Dessiner l’allure du cycle de BRAYTON idéal dans les coordonnées de CLAPEYRON ( $P, v$ ) et dans les coordonnées entropiques ( $T, s$ ). On fera aussi figurer sur chaque diagramme une courbe isotherme, une isobare et une isentropique. Les échelles seront respectées au mieux. On notera  $T_{i1} = T_a$ ,  $T_{i2}$ ,  $T_{i3}$  et  $T_{i4}$  les températures atteintes au cours du cycle idéal à la fin de chaque transformation.

On note le débit massique de l’air lors du fonctionnement en régime permanent  $\mathcal{D}_m$ .

7. Déterminer la puissance thermique  $\mathcal{P}_{ich}$  reçue depuis la source chaude durant le cycle en fonction de  $\mathcal{D}_m$ ,  $\gamma$ ,  $R$  et  $M_{\text{air}}$ .
8. Déterminer de même la puissance thermique  $\mathcal{P}_{ifr}$  reçue depuis la source froide durant le cycle.

Soit  $\mathcal{P}_{iu}$  la puissance mécanique produite et transformée en puissance électrique durant le cycle idéal (rendement de l’énergie mécanique à l’énergie électrique supposé idéal de 1).

9. Quelle est la relation entre les trois puissances qui ont été définies ? Quelle est l’origine physique de cette relation ?
10. Donner l’expression du rendement du cycle idéal  $r_i$  en fonction des puissances définies plus haut.
11. Déterminer  $r_i$  en fonction des températures du cycle.
12. Exprimer  $T_{i2}$  en fonction de  $T_{i1} = T_a$ ,  $P_a$  et  $P_2$  puis  $T_{i3}$  en fonction de  $T_{i4}$ ,  $P_a$  et  $P_2$ .
13. Déterminer alors l’expression de  $r_i$  en fonction des pressions  $P_a$  et  $P_2$ . Donner la valeur numérique de  $r_i$ . On donne  $R = 8,3\text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$  et  $(0,85/2,2)^{0,4/1,4} = 0,76$ .

### C. Échangeur avec l'étage de stockage

L'air chaud en sortie du compresseur passe au travers d'une chambre d'échange contenant de multiples tubes dans lesquels circule le fluide de stockage de chaleur qui sert de source chaude pour l'étage du cycle organique de RANKINE. Voir la figure 12.

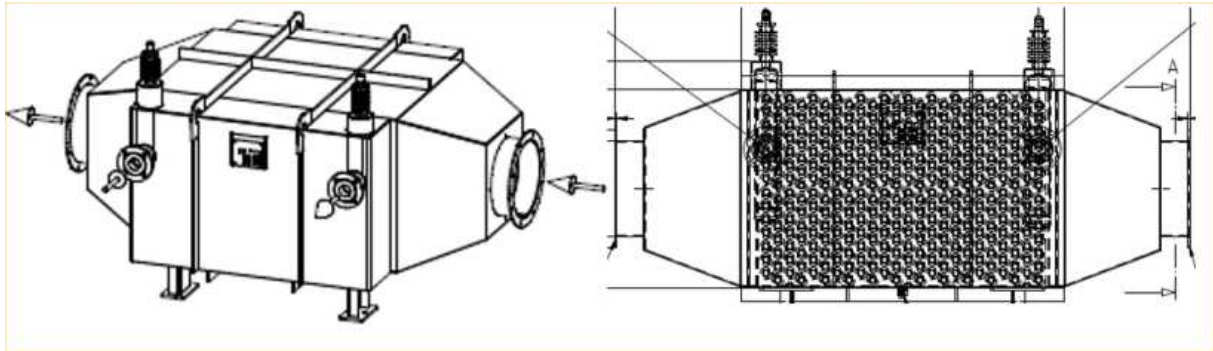


FIGURE 12 – Schéma de l'échangeur (AALBORG)

14. Pourquoi utilise-t-on de très nombreux petits tubes pour faire passer l'huile et pas un seul gros tuyau dans la chambre d'échange ? Quel inconvénient cela peut-il aussi avoir ?

On donne dans le tableau ci-dessous, les valeurs, légèrement différentes de celles du projet de recherche schématisé à la figure 11.

	Huile thermique	Air
Débit massique	$\mathcal{D}_{mh} = 0,60 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$	$\mathcal{D}_{ma} = 0,82 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$
Température d'entrée	$T_{eh} = ?$	$T_{ea} = 495 \text{ }^\circ\text{C}$
Température de sortie	$T_{sh} = 350 \text{ }^\circ\text{C}$	$T_{sa} = ?$
Capacité thermique massique	$c_{ph} = 2,1 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$	$c_{pa} = 1,0 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

15. En estimant l'échangeur sans perte, lier les différentes grandeurs du tableau.

16. En déduire l'expression de la température  $T_{eh}$  puis, dans le cas où l'air sortant de l'échangeur est aux environs de  $T_{sa} = 100 \text{ }^\circ\text{C}$ , estimer sa valeur numérique.