Bilans d'une grandeur extensive
Notion de débit
Bilan global
Équation locale
Loi des nœuds
Premier principe industriel
Situation
Premier principe
Travail lié à l'écoulement
Travail utile
Expression
Concrétisation
Second principe

Thermodynamique

JR Seigne MP*, Clemenceau Nantes

November 3, 2024

JR Seigne MP*,
Clemenceau
Nantes

Bilans d'une grandeur extensive
Notion de débit
Bilan global
Équation locale
Loi des nœuds
Premier principe industriel
Situation
Premier principe
Travail lié à l'écoulement
Travail utile
Expression
Concrétisation
Second principe

Thermodynamique et écoulement.

Notion de débit.

1 Bilans d'une grandeur extensive
- Notion de débit
- Bilan global
- Équation locale
- Loi des nœuds

2 Premier principe industriel
- Situation
- Premier principe
- Travail lié à l'écoulement
- Travail utile
- Expression
- Concrétisation

3 Second principe

Grandeur transférée et débit

Le bilan global d'une grandeur extensive donne :

$$\Delta X = X_{tr} + X_{cr}$$

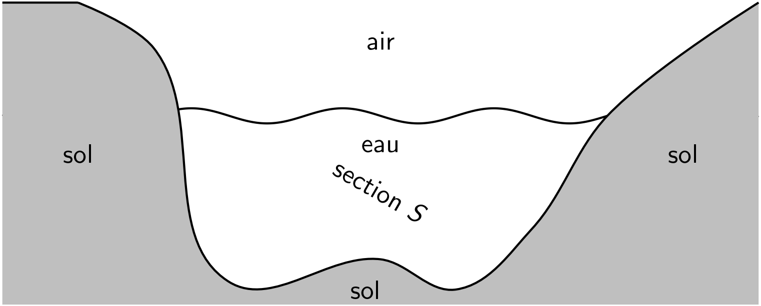
On peut écrire ce bilan en travaillant par unité de temps pour obtenir :

$$\frac{\mathrm{d}X}{\mathrm{d}t} = \frac{\delta X_{tr}}{\mathrm{d}t} + \frac{\delta X_{cr}}{\mathrm{d}t}$$

Le terme de transfert correspond à un débit de la quantité X par unité de temps qui franchit la surface de définition du système. Dans un tel cas, la surface de travail est fermée. Mais dans la plupart des applications courantes de la notion de débit, on raisonne sur le transfert à travers une surface ouverte comme pour déterminer le débit d'une rivière qui s'exprime en $\mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{s}^{-1}$.

Bilans d'une grandeur extensive
Notion de débit
Bilan global
Équation locale
Loi des nœuds
Premier principe industriel
Situation
Premier principe
Travail lié à l'écoulement
Travail utile
Expression
Concrétisation
Second principe

Débit volumique



$$\mathcal{D}_{vol} = \iint_{\text{section}} \vec{v} \cdot \mathrm{d}\vec{S} \quad \text{en} \quad \mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{s}^{-1}$$

Débit général

X extensif s'écoule à la vitesse $\vec{v}$. On définit la grandeur intensive volumique associée à X par $x_{vol} = \dfrac{\mathrm{d}X}{\mathrm{d}V}$. On note $\vec{j} = x_{vol}\,\vec{v}$ le vecteur densité de courant de transfert de la grandeur X. Le débit de X à travers une surface S ouverte ou fermée est le flux de $\vec{j}$ à travers S :

$$\mathcal{D}_X = \iint_S \vec{j}\cdot\mathrm{d}\vec{S} = \iint_S x_{vol}\,\vec{v}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$

Si la surface S est une surface fermée

$$\mathcal{D}_X = \oiint_S \vec{j}\cdot\mathrm{d}\vec{S} = \oiint_S x_{vol}\,\vec{v}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$

Dans le cas d'une surface fermée, $\mathrm{d}\vec{S} = \mathrm{d}S\,\vec{n}_{ext}$. La normale est orientée vers l'extérieur de cette surface.

Exemples de débit

$$x_{vol} = \mu = \frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}V} \text{ en } \mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^{-3}$$

Débit massique : $\mathcal{D}_m = \iint_S \vec{j}\cdot\mathrm{d}\vec{S} = \iint_S \mu\,\vec{v}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$ en $\mathrm{kg}\cdot\mathrm{s}^{-1}$

$$x_{vol} = \rho = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}V} \text{ en } \mathrm{C}\cdot\mathrm{m}^{-3}$$

$$\mathcal{D}_q = \iint_S \vec{j}\cdot\mathrm{d}\vec{S} = \iint_S \rho\,\vec{v}\cdot\mathrm{d}\vec{S} \text{ en } \mathrm{C}\cdot\mathrm{s}^{-1}$$

Le débit de charge est l'intensité I d'un courant :

$$I = \iint_S \vec{j}\cdot\mathrm{d}\vec{S} \text{ en } \mathrm{C}\cdot\mathrm{s}^{-1} = \mathrm{A}$$

On considère une surface fermée S qui enferme le volume V contenant une masse $m = \iiint_{V/S} \mu \mathrm{d}V$. Cette masse varie en raison de transfert et de termes de création (physique nucléaire, chimie) :

$$\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} = \iiint_{V/S} \frac{\partial \mu}{\partial t}\mathrm{d}V = \frac{\delta m_{tr}}{\mathrm{d}t} + \frac{\delta m_{cr}}{\mathrm{d}t}$$

Les phénomènes de création (ou de disparition) de masse se produisent à l'intérieur de S, ils sont souvent décrits par un taux volumique de création par unité de temps tel que :
$$\frac{\delta m_{cr}}{\mathrm{d}t} = \iiint_{V/S} \sigma_m \mathrm{d}V.$$

Le terme de transfert $\oiint_S \mu\, \vec{v} \cdot \mathrm{d}S \vec{n}_{ext}$ est compté positif sortant. Il correspond à une diminution de la masse m :

$$\boxed{\frac{\delta m_{tr}}{\mathrm{d}t} = -\mathcal{D}_m = -\oiint_S \mu\, \vec{v} \cdot \mathrm{d}\vec{S}}$$

Le bilan global s'écrit :

$$\iiint_{V/S} \frac{\partial \mu}{\partial t} \mathrm{d}V = -\oiint_{S} \mu\, \vec{v} \cdot \mathrm{d}\vec{S} + \iiint_{V/S} \sigma_m \mathrm{d}V$$

On transforme l'intégrale de surface en une intégrale de volume par le théorème de Green-Ostrogradski :

$$\oiint_{S} \mu\, \vec{v} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \iiint_{V/S} \mathrm{div}\, \mu\vec{v}\, \mathrm{d}V$$

$$\iiint_{V/S} \left(\mathrm{div}\, \mu\vec{v} + \frac{\partial \mu}{\partial t} - \sigma_m \right) \mathrm{d}V = 0$$

Relation vraie $\forall\, V$, par conséquent l'élément intégré est donc nul.

Bilan local

Équation locale traduisant le bilan d'une grandeur extensive avec terme de création.

$$\mathrm{div}\, \mu\vec{v} + \frac{\partial \mu}{\partial t} = \sigma_m$$

Un principe fondamental de la physique : il n'y a pas de terme de création pour la charge. On parle alors d'équation locale de conservation de la charge :

$$\mathrm{div}\, \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

avec $\vec{j} = \rho\vec{v}$ la densité volumique de courant en $\mathrm{A} \cdot \mathrm{m}^{-2}$, l'intensité est $i = \iint \vec{j} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$

Bilan énergétique local

Soit $u_e = \dfrac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}V}$ une énergie volumique, $\vec{v}_e$ la vitesse de cette énergie et donc $\vec{j} = u_e\,\vec{v}_e$. L'équation locale traduisant, sans terme de création, le bilan énergétique est :

$$\operatorname{div}\vec{j} + \frac{\partial u_e}{\partial t} = 0$$

où $\vec{j}$ est une densité de courant de transfert d'énergie en $\mathrm{W}\cdot\mathrm{m}^{-2}$, c'est-à -dire une puissance surfacique. La puissance est $P = \iint \vec{j}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$ en W.

Bilans d'une grandeur extensive
Notion de débit
Bilan global
Équation locale
Loi des nœuds

Premier principe industriel
Situation
Premier principe
Travail lié à l'écoulement
Travail utile
Expression
Concrétisation

Second principe

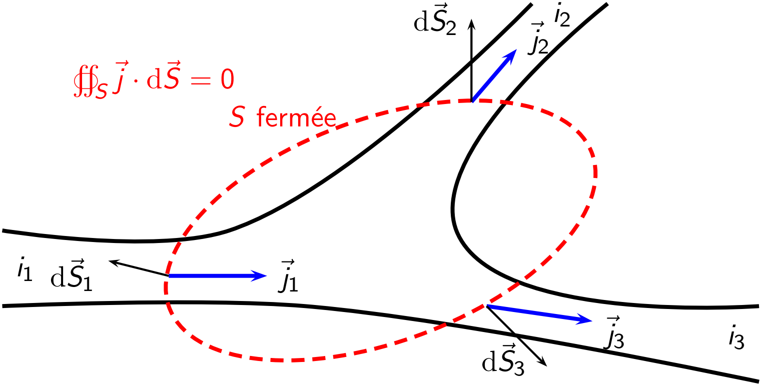
Densité volumique de courant à flux conservatif

En l'absence de terme de création, le bilan local est : $\mathrm{div}\,\vec{j} + \dfrac{\partial x_{vol}}{\partial t} = 0$. En régime indépendant du temps ou dans le cadre de l'ARQS $\dfrac{\partial x_{vol}}{\partial t} = 0$ ou $\simeq 0$. On a donc :

$$\mathrm{div}\,\vec{j} = 0 \text{ et donc } \iiint_{V/S} \mathrm{div}\,\vec{j}\,\mathrm{d}V = \oiint_{S} \vec{j}\cdot\mathrm{d}\vec{S} = 0$$

La densité de courant est à flux conservatif.

Le flux sortant global de $\vec{j}$ est donc nul. Cela signifie que le flux sortant réellement est égal au flux entrant réellement dans la surface fermée utilisée, ou bien qu'aucun flux n'entre ni ne sort.



Il y a autant de charges qui entrent dans S pendant une durée donnée que de charges qui en sortent.

Loi des nœuds : $\mathrm{div}\,\vec{j} = 0$ ou $\oiint_S \vec{j} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$

$i_1 + i_2 + i_3 = 0$ avec $i_k = \iint_{S_k} \vec{j}_k \cdot \mathrm{d}\vec{S}_k$ ici $i_1 < 0$

Bilans d'une grandeur extensive
Notion de débit
Bilan global
Équation locale
Loi des nœuds
Premier principe industriel
Situation
Premier principe
Travail lié à l'écoulement
Travail utile
Expression
Concrétisation
Second principe

Pas uniquement en électricité (1) !

Dans le cas de la confluence de la Loire et de la Maine à Bouchemaine, on écrit :

$$\mathcal{D}_{\text{vol, Loire après B.}} = \mathcal{D}_{\text{vol, Loire avant B.}} + \mathcal{D}_{\text{vol, Maine}}$$

L'eau est supposée incompressible, c'est pourquoi il est possible de raisonner sur le débit volumique.

Pour les inondations :

$$\mathcal{D}_{\text{vol, Loire après B.}} < \mathcal{D}_{\text{vol, Loire avant B.}} + \mathcal{D}_{\text{vol, Maine}}$$

De l'eau s'accumule dans le système. Lors de la décrue, l'inégalité est dans l'autre sens. On oublie le chargement des nappes phréatiques à travers les sols inondés.

Bilans d'une grandeur extensive
Notion de débit
Bilan global
Équation locale
Loi des nœuds
Premier principe industriel
Situation
Premier principe
Travail lié à l'écoulement
Travail utile
Expression
Concrétisation
Second principe

Pas uniquement en électricité (2) !

Dans le cas d'un turboréacteur, on écrit :

$$\mathcal{D}_{\text{m, gaz brûlés}} = \mathcal{D}_{\text{m, air entrant}} + \mathcal{D}_{\text{m, kérosène}}$$

On peut citer les ordres de grandeurs raisonnables suivants :

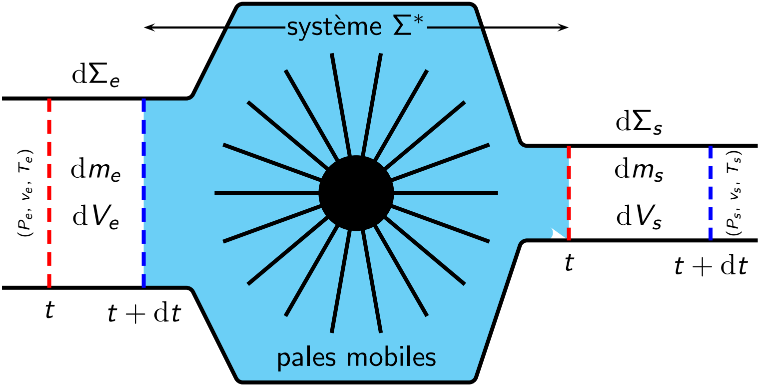
$\mathcal{D}_{\text{m, air entrant}} \simeq 500\,\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$

$\mathcal{D}_{\text{m, kérosène}} \simeq 1\,\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$

L'approximation consistant à négliger le débit massique de kérosène est justifiée :

$$\mathcal{D}_{\text{m, gaz brûlés}} \simeq \mathcal{D}_{\text{m, air entrant}}$$

Définition du système



La système Σ est une portion de fluide à la date t que l'on suit à la date $t+\mathrm{d}t$. En régime permanent :

$$\forall t \qquad \Sigma^*(t) = \Sigma^*(t+\mathrm{d}t) \qquad \text{et} \qquad \mathrm{d}m_e = \mathrm{d}m_s = \mathrm{d}m$$

L'expression classique est :

$$\mathrm{d}E_c + \mathrm{d}E_{pot,ext} + \mathrm{d}U = \delta W + \delta Q$$

Exemple de l'évaluation de $\mathrm{d}U$ pour comprendre :

$$\mathrm{d}U = U_{\Sigma^* + \mathrm{d}\Sigma_s}(t+\mathrm{d}t) - U_{\mathrm{d}\Sigma_e + \Sigma^*}(t)$$

$$\mathrm{d}U = U_{\mathrm{d}\Sigma_s} - U_{\mathrm{d}\Sigma_e} + U_{\Sigma^*}(t+\mathrm{d}t) - U_{\Sigma^*}(t) = U_{\mathrm{d}\Sigma_s} - U_{\mathrm{d}\Sigma_e}$$

$$\mathrm{d}m\left[\left(\frac{c_s^2}{2} - \frac{c_e^2}{2}\right) + (e_{pot,ext,s} - e_{pot,ext,e}) + (u_s - u_e)\right] = \delta W + \delta Q$$

Bilans d'une grandeur extensive
Notion de débit
Bilan global
Équation locale
Loi des nœuds
Premier principe industriel
Situation
Premier principe
Travail lié à l'écoulement
Travail utile
Expression
Concrétisation
Second principe

Travail lié à l'écoulement

C'est le travail moteur de la pression P_e en entrée qui provoque l'écoulement et le travail résistant de la pression P_s en sortie.

$$\delta W_{\text{écoult, e}} = P_e S_e \vec{e}_x \cdot \mathrm{d}\ell_e \vec{e}_x = P_e \,\mathrm{d}V_e = P_e v_e \,\mathrm{d}m$$

$$\delta W_{\text{écoult, s}} = -P_s S_s \vec{e}_x \cdot \mathrm{d}\ell_s \vec{e}_x = -P_s \,\mathrm{d}V_s = -P_s v_s \,\mathrm{d}m$$

$$\delta W_{\text{écoult}} = \left(P_e v_e - P_s v_s\right) \mathrm{d}m$$

On remarque que le travail lié à l'écoulement est nul sur un cycle complet !

Bilans d'une grandeur extensive
Notion de débit
Bilan global
Équation locale
Loi des nœuds
Premier principe industriel
Situation
Premier principe
Travail lié à l'écoulement
Travail utile
Expression
Concrétisation
Second principe

Travail utile

Ce sont les travaux transférés avec le fluide autres que le travail lié à l'écoulement :

$$\delta W = \delta W_{\text{écoult}} + \delta W_u = (P_e v_e - P_s v_s)\, \mathrm{d}m + \delta W_u$$

Ces travaux ont pour origine toutes les pièces mobiles à l'intérieur des différentes parties de la machine :

- Pales des compresseurs et des turbines
- Pistons
- Parois mobiles

Sans parties mobiles : $W_u = 0$!

Bilans d'une grandeur extensive
Notion de débit
Bilan global
Équation locale
Loi des nœuds
Premier principe industriel
Situation
Premier principe
Travail lié à l'écoulement
Travail utile
Expression
Concrétisation
Second principe

En factorisant par $\mathrm{d}m$, on peut écrire $\delta W_u = w_u \,\mathrm{d}m$ et $\delta Q = q\,\mathrm{d}m$. On obtient :

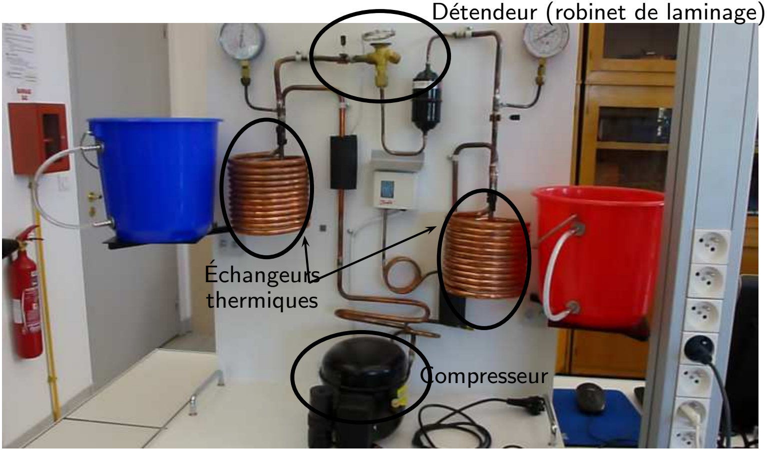
$$\mathrm{d}m\left[\left(\frac{c_s^2}{2}-\frac{c_e^2}{2}\right)+(e_{pot,ext,s}-e_{pot,ext,e})+(u_s-u_e)\right]=$$
$$\mathrm{d}m\left[(P_e v_e - P_s v_s)+w_u+q\right]$$

En utilisant l'enthalpie massique $h = u + Pv$, on arrive à :

$$\Delta e_c + \Delta e_{pot,ext} + \Delta h = w_u + q \qquad \text{en} \qquad \mathrm{J}\cdot\mathrm{kg}^{-1}$$
$$\mathcal{D}_m\left(\Delta e_c + \Delta e_{pot,ext} + \Delta h\right) = P_u + P_{th} \qquad \text{en} \qquad \mathrm{W}$$

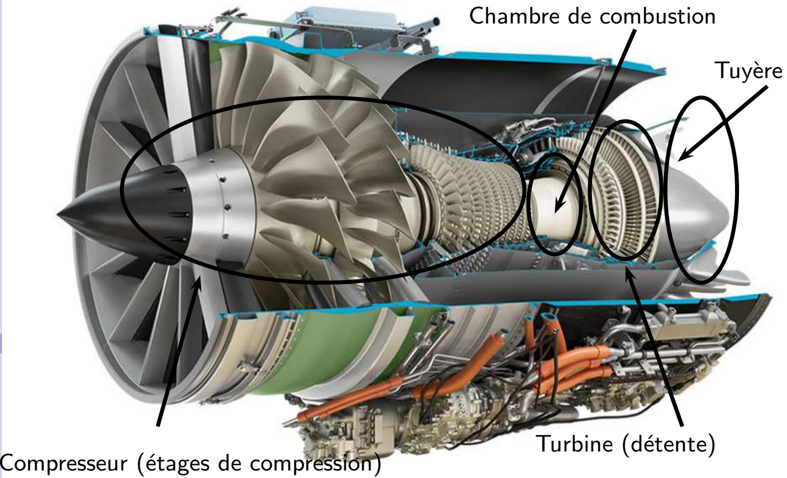
Bilans d'une grandeur extensive
Notion de débit
Bilan global
Équation locale
Loi des nœuds
Premier principe industriel
Situation
Premier principe
Travail lié à l'écoulement
Travail utile
Expression
Concrétisation
Second principe

Pompe à chaleur



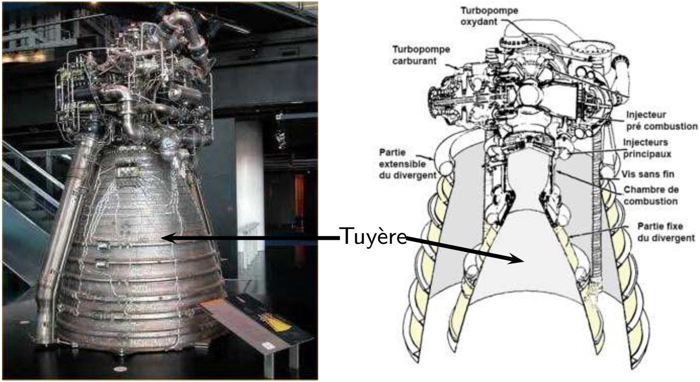
La structure est du même type pour un réfrigérateur mais optimisée différemment.

Réacteur d'avion



Bilans d'une grandeur extensive
Notion de débit
Bilan global
Équation locale
Loi des nœuds
Premier principe industriel
Situation
Premier principe
Travail lié à l'écoulement
Travail utile
Expression
Concrétisation
Second principe

Tuyère de fusée



	Travail utile	Transfert thermique	Modélisation
Compresseur	$w_u > 0$	$q \simeq 0$	Isentropique
Turbine	$w_u < 0$	$q \simeq 0$	Isentropique
Chambre de combustion	$w_u = 0$	$q > 0$	Isobare
Échangeur thermique	$w_u = 0$	$q > 0$ ou $q < 0$	Isobare
Détendeur (laminage)	$w_u = 0$	$q \simeq 0$	Isenthalpique
Tuyère	$w_u = 0$	$q \simeq 0$	Isentropique

Tuyère : $\Delta e_c = -\Delta h$

Robinet de détente : $\Delta h = 0$

L'écriture du second principe de la Thermodynamique n'a rien de particulier. C'est une adaptation directe à la situation de l'écoulement permanent.

$$\Delta S = S_{tr} + S_{cr} \qquad S_{tr} = \int \frac{\delta Q}{T_{ext}} \qquad S_{cr} \geq 0$$

$$\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t} = \dot{S}_{tr} + \dot{S}_{cr} \qquad \dot{S}_{tr} = \int \frac{\delta P_{th}}{T_{ext}} \qquad \dot{S}_{cr} \geq 0$$

$$\Delta s = s_{tr} + s_{cr} \qquad s_{tr} = \int \frac{\delta q}{T_{ext}} \qquad s_{cr} \geq 0$$

$$\mathcal{D}_m \, \Delta s = \dot{S}_{tr} + \dot{S}_{cr} \qquad \dot{S}_{tr} = \int \frac{\delta P_{th}}{T_{ext}} \qquad \dot{S}_{cr} \geq 0$$