Mécanique

JR Seigne MP*, Clemenceau Nantes

November 30, 2024

Une nouvelle approche de la Mécanique classique

Les principes de la Mécanique sont issus des réflexions purement théoriques et des travaux expérimentaux des physiciens au cours des siècles. On les réfère souvent à Galilée et à Newton.

Les fondements théoriques reposent sur l'existence d'un référentiel galiléen - référentiel théorique vers lequel on peut tendre. La salle où l'on effectue une expérience de physique est un bon référentiel galiléen. En effet, lorsque l'expérience se déroule, il est rare que les murs se déplacent par rapport à l'expérience ou bien se déforment...

On ne peut se satisfaire du référentiel fixe précédent. C'est le pendule de Léon Foucault qui permet de bien le comprendre. Les murs de la salle ne constituent pas un référentiel galiléen si l'expérience n'est pas de durée courte devant la période de rotation de la Terre sur elle-même.

Référentiel galiléen

Le référentiel terrestre est un bon référentiel galiléen pour l'étude de nombreux phénomènes courants. Le référentiel géocentrique est un bon référentiel pour l'étude du mouvement des satellites de la Terre. Le référentiel héliocentrique est un bon référentiel pour l'étude du mouvement des planètes autour du Soleil...

Un référentiel galiléen est un modèle théorique qui constitue en quelque sorte une asymptote comme la loi des gaz parfaits constitue une loi asymptotique pour le comportement réel des gaz.

Principe d'inertie

Un système isolé ne subit aucune interaction avec des éléments extérieurs au système.

Dans un référentiel galiléen $\mathcal{R}$, un système isolé possède une quantité de mouvement $\vec{p}_{\Sigma/\mathcal{R}}$ constante.

Il est important de noter que l'expression du principe d'inertie donnée ici est certes très traditionnelle mais qu'elle est encore incomplète. Elle sera complétée un peu plus loin.

Principe de force

Ce principe définit une force et relie cette force aux variations de la quantité de mouvement. Il est valable dans tous les référentiels qu'ils soient galiléens ou non.

Un corps dont la quantité de mouvement $\vec{p}$ varie subit une force $\vec{F}$ telle que :

$$\frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t} = \vec{F}.$$

Ce principe, présenté, ici sous le nom de principe de force est plus couramment nommé Principe Fondamental de la Dynamique.

On considère, dans un référentiel $\mathcal{R}$ galiléen, un système isolé de deux points M_1 et M_2 en interaction. Cette interaction est caractérisée par les forces $\vec{F}_{1sur2}$ et $\vec{F}_{2sur1}$. On a donc :

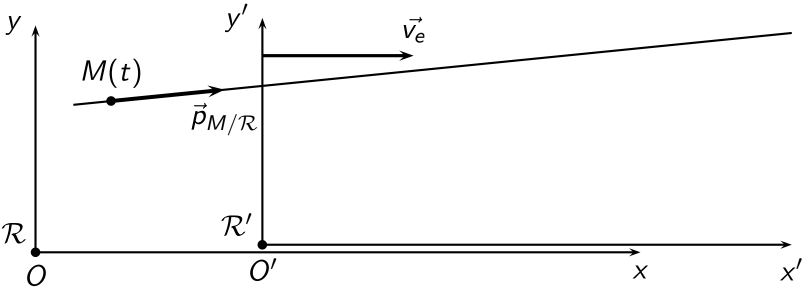
$$\frac{\mathrm{d}\vec{p_1}}{\mathrm{d}t} = \vec{F}_{2sur1} \text{ et } \frac{\mathrm{d}\vec{p_2}}{\mathrm{d}t} = \vec{F}_{1sur2}$$

$$\text{Pour le système : } \frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t} = \vec{F}_{2sur1} + \vec{F}_{1sur2}$$

$$\text{Le système est isolé : } \frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t} = \vec{0} \text{ dans } \mathcal{R}$$

Loi 1 des actions réciproques : $\vec{F}_{2sur1} = -\vec{F}_{1sur2}$

On considère deux référentiels $\mathcal{R}$ et $\mathcal{R}'$ en translation.



La relation de Chasles permet d'écrire $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OO'} + \overrightarrow{O'M}$. Comme les deux référentiels sont en translation la relation de dérivation est :

$$\left.\frac{\mathrm{d}\vec{u}}{\mathrm{d}t}\right|_{\mathcal{R}} = \left.\frac{\mathrm{d}\vec{u}}{\mathrm{d}t}\right|_{\mathcal{R}'}$$

On dérive par rapport au temps la relation de Chasles :

$$\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{OM}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\overrightarrow{OO'}}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}\overrightarrow{O'M}}{\mathrm{d}t}$$

En multipliant par m : $\vec{p}_{\mathcal{R}'} = \vec{p}_{\mathcal{R}} - m\vec{v}_e$

On dérive par rapport au temps : $\dfrac{\mathrm{d}\vec{p}_{\mathcal{R}'}}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{p}_{\mathcal{R}}}{\mathrm{d}t} - m\dfrac{\mathrm{d}\vec{v}_e}{\mathrm{d}t}$

Si $\mathcal{R}'$ est en translation rectiligne et uniforme par rapport à $\mathcal{R}$ alors $\dfrac{\mathrm{d}\vec{v}_e}{\mathrm{d}t} = \vec{0}$ et :

$$\frac{\mathrm{d}\vec{p}_{\mathcal{R}'}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\vec{p}_{\mathcal{R}}}{\mathrm{d}t}$$

Si le système est isolé alors $\vec{p}_{\mathcal{R}}$ et $\vec{p}_{\mathcal{R}'}$ sont des constantes. Le principe d'inertie est vérifié, par conséquent, aussi bien dans $\mathcal{R}$, référentiel galiléen, que dans $\mathcal{R}'$ référentiel mobile, en translation rectiligne et uniforme par rapport à $\mathcal{R}$.

Tous les référentiels $\mathcal{R}'$ en translation rectiligne et uniforme par rapport à un référentiel galiléen sont des référentiels GALILÉENS.

Dans tous les référentiels galiléens, le principe d'inertie s'applique.

Un système subit une force $\vec{F}$ dans le référentiel $\mathcal{R}$ galiléen :

$$\left.\frac{\mathrm{d}\vec{p}_{/\mathcal{R}}}{\mathrm{d}t}\right|_{\mathcal{R}} = \vec{F} = m\,\vec{a}_{/\mathcal{R}}$$

Si $\mathcal{R}'$ est un référentiel accéléré par rapport à $\mathcal{R}$, on a :

$$\vec{a}_{/\mathcal{R}} = \vec{a}_{/\mathcal{R}'} + \vec{a}_{ent} + \vec{a}_{\text{Coriolis}}$$

où $\vec{a}_{\text{Coriolis}} = 2\,\vec{\omega}_{\mathcal{R}'/\mathcal{R}} \wedge \vec{v}_{/\mathcal{R}'}$.

On a donc :

$$\vec{F} = m\vec{a}_{/\mathcal{R}} = m\left(\vec{a}_{/\mathcal{R}'} + \vec{a}_{ent} + \vec{a}_{\text{Coriolis}}\right)$$

que l'on peut encore écrire :

$$\left.\frac{\mathrm{d}\vec{p}_{/\mathcal{R}'}}{\mathrm{d}t}\right|_{\mathcal{R}'} = m\,\vec{a}_{/\mathcal{R}'} = \vec{F} - m\left(\vec{a}_{ent} + \vec{a}_{\text{Coriolis}}\right)$$

Forces d'inertie

On appelle *forces d'inertie* les deux forces qui, même en l'absence de force $\vec{F}$, vont provoquer une variation de la quantité de mouvement dans le référentiel $\mathcal{R}'$. Plus précisément :

$$\begin{cases} \text{Force d'inertie d'entraînement :} & \vec{f}_{i,ent} = -m\,\vec{a}_{ent} \\ \text{Force d'inertie de Coriolis :} & \vec{f}_{i,Cor} = -m\,\vec{a}_{\text{Coriolis}} \end{cases}$$

avec :

$$\vec{a}_{\text{entraînement}} = \left.\frac{\mathrm{d}^2\overrightarrow{OO'}}{\mathrm{d}t^2}\right|_{\mathcal{R}} \quad \text{ou} \quad \vec{\omega}_{\mathcal{R}'/\mathcal{R}} \wedge \left(\vec{\omega}_{\mathcal{R}'/\mathcal{R}} \wedge \overrightarrow{O'M}\right)$$

$$\vec{a}_{\text{Coriolis}} = 2\,\vec{\omega}_{\mathcal{R}'/\mathcal{R}} \wedge \vec{v}_{/\mathcal{R}'}$$

Principe de force étendu

Dans un référentiel non galiléen $\mathcal{R}'$, un système subit une force $\vec{F}$ qui tend à faire varier sa quantité de mouvement. En plus de cette force, il faut ajouter les forces d'inertie :

$$\left.\frac{\mathrm{d}\vec{p}_{/\mathcal{R}'}}{\mathrm{d}t}\right|_{\mathcal{R}'} = m\,\vec{a}_{/\mathcal{R}'} = \vec{F} + \vec{f}_{i,ent} + \vec{f}_{i,Cor}$$

avec $\vec{f}_{i,ent} = -m\,\vec{a}_{ent}$ et $\vec{f}_{i,Cor} = -m\,\vec{a}_{\text{Coriolis}}$

La Terre

Au départ, dans le principe d'inertie, nous avons présenté le référentiel $\mathcal{R}$ comme un référentiel galiléen. Toutefois, nous n'avons pas la capacité d'en percevoir la réalité par nos sens. Cette impossibilité est-elle de nature à nous faire renoncer à son existence et d'une façon générale à l'existence d'un référentiel galiléen ? La réponse que nous vous proposons est non.

La Terre est un très bon référentiel galiléen pour l'étude de nombreux phénomènes qui nous sont quotidiens. Mais au XIXème siècle, on a montré que des chutes de plus de $100\,\mathrm{m}$ ne pouvaient s'expliquer en considérant la Terre comme référentiel galiléen. La chute présente une déviation vers l'Est et une autre plus petite vers le Sud. Par déviation, on évoque le fait que le point d'impact au sol n'est pas celui que l'on prévoit en considérant le référentiel terrestre comme galiléen. Il faut donc tenir compte des forces d'inertie.

Référentiel géocentrique

On a alors proposé de considérer le référentiel géocentrique comme galiléen. Il est constitué par le trièdre $Oxyz$ où O est le centre de la Terre, les trois directions Ox, Oy et Oz pointant vers des étoiles lointaines qui nous paraissent fixes. Pour certaines études, il est indiscutablement un bon référentiel galiléen mais, comme cela est arrivé pour la Terre, à un moment donné, on se rend compte qu'il n'est plus possible de le considérer comme galiléen...

Ce référentiel effectue un mouvement de translation quasi circulaire autour du Soleil, il est donc accéléré par rapport au référentiel héliocentrique.

Référentiel héliocentrique

Le référentiel héliocentrique est centré sur le Soleil et ses trois axes pointent vers des étoiles lointaines qui nous paraissent fixes. Cela jusqu'à ce que des observations remettent en cause son caractère galiléen...

C'est ainsi qu'on peut être amené à considérer le référentiel galaxocentrique... Histoire sans fin ?

Finalement, pourquoi pas un référentiel amasocentrique ayant pour origine le centre de l'amas de galaxie auquel appartient notre galaxie ?...

Référentiel	terrestre
Mouvement	rotation
Durée caractéristique	1 jour
Taille caractéristique	$1\,000\,\mathrm{km}$
Utilisation	Mécanique quotidienne

Référentiel	géocentrique
Mouvement	translation
Durée caractéristique	1 an
Taille caractéristique	150 millions de km
Utilisation	Satellites, marées...

Référentiel	héliocentrique
Mouvement	translation
Durée caractéristique	30 millions d'années
Taille caractéristique	$10^{17}\,\mathrm{km}$
Utilisation	Astronomie