

Précision d'un spectre

JR Seigne MP*, Clemenceau
Nantes

September 10, 2024

Lorsqu'on fait effectuer à un ordinateur ou à un oscilloscope numérique, une analyse de Fourier pour visualiser le spectre d'un signal, le spectre obtenu est d'autant plus précis que la durée de prise en compte du signal pour le calcul de la FFT est longue. Cela est illustré par les images des enregistrements qui suivent.

Plus un signal est bref, plus l'intervalle des fréquences significatives de celui-ci est petit et réciproquement.

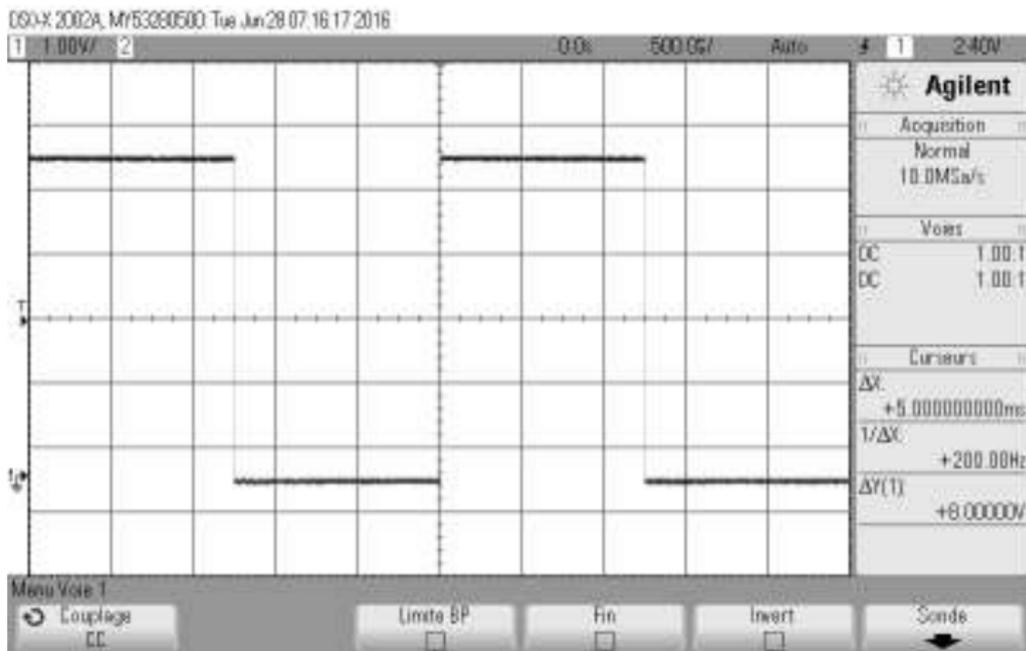
Durée du signal Δt
Largeur spectrale Δf

$$\Delta t \times \Delta f \simeq 1$$

Le spectre obtenu est d'autant plus précis que la durée de prise en compte du signal pour le calcul de la FFT est longue.

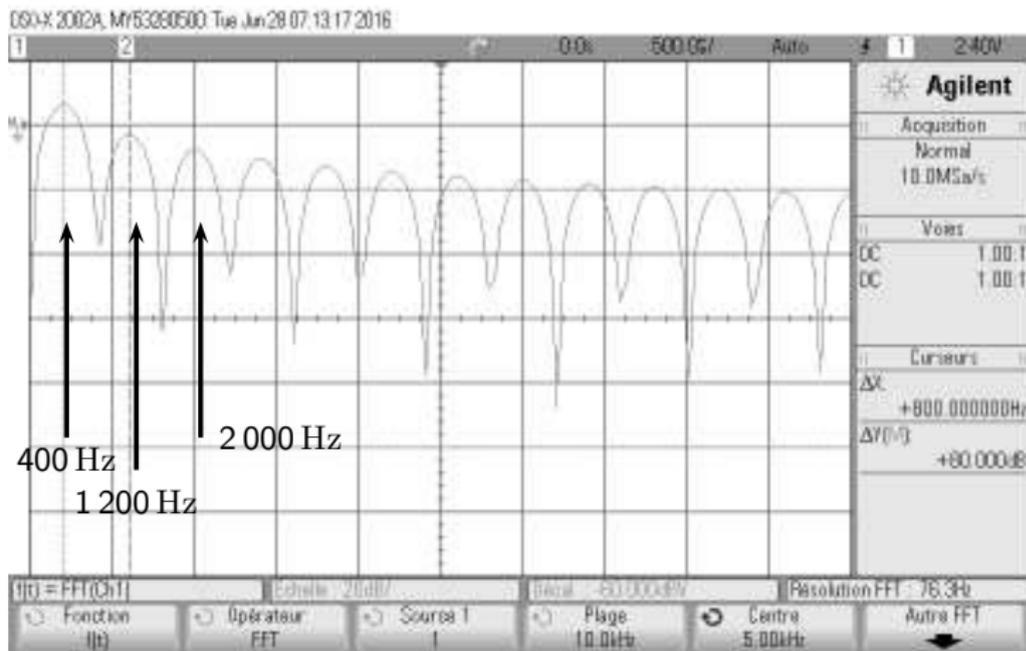
Calcul sur une durée courte

Signal de fréquence 400 Hz sur 2 périodes.



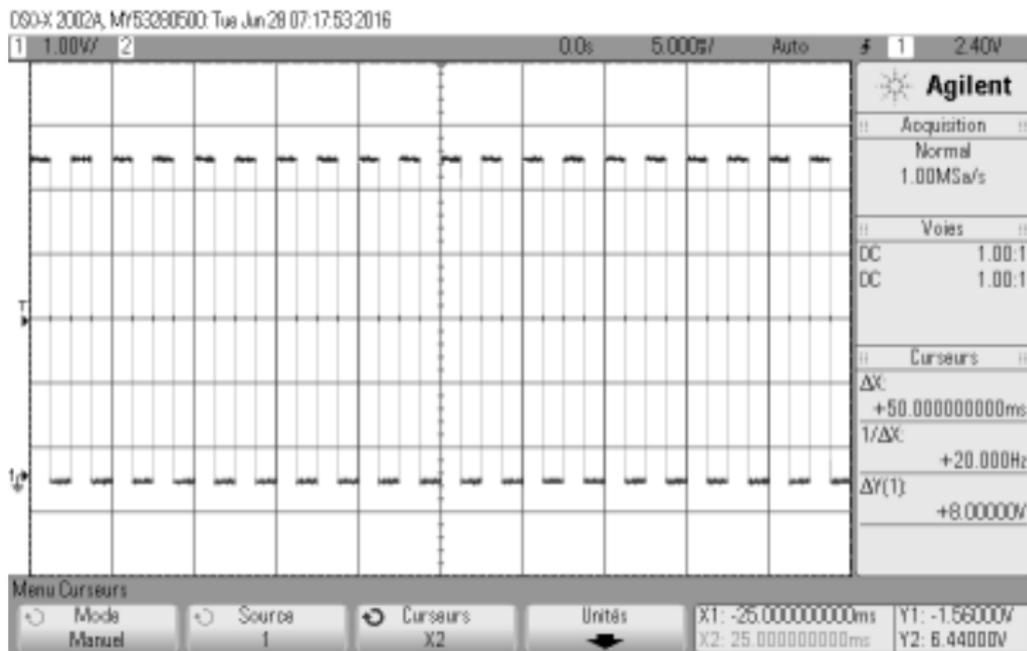
Calcul sur une durée courte

Signal de fréquence 400 Hz sur 2 périodes.



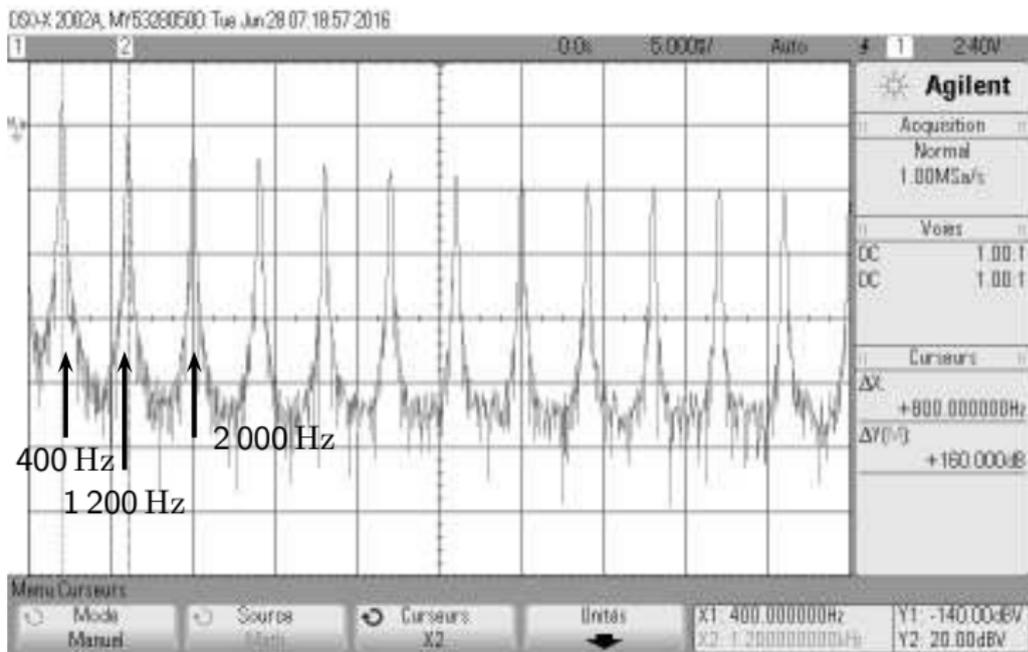
Calcul sur une durée moyenne

Signal de fréquence 400 Hz sur 20 périodes.



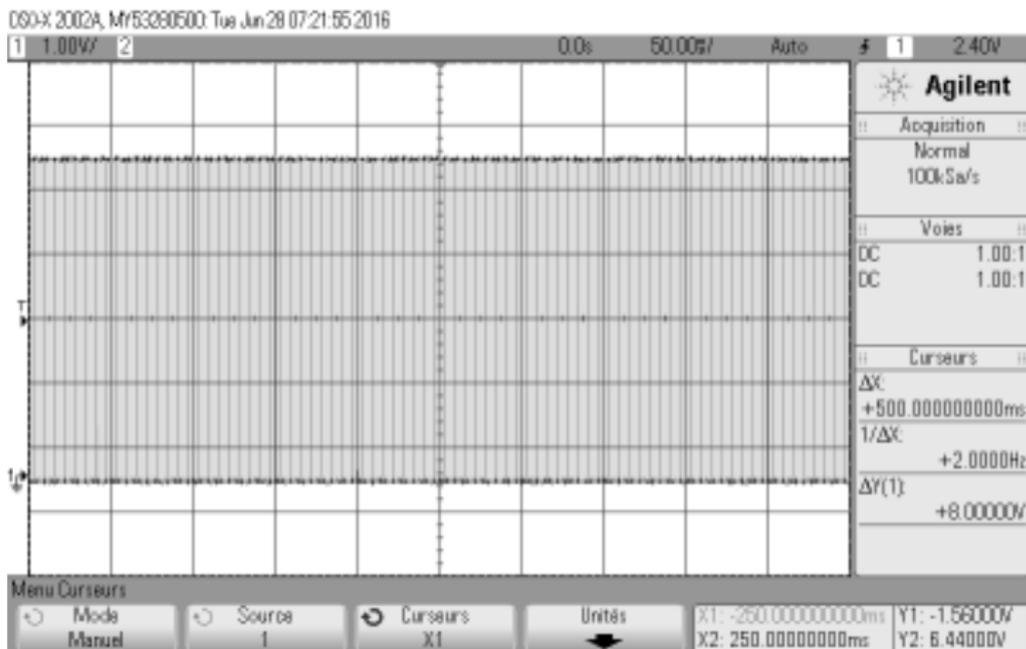
Calcul sur une durée moyenne

Signal de fréquence 400 Hz sur 20 périodes.



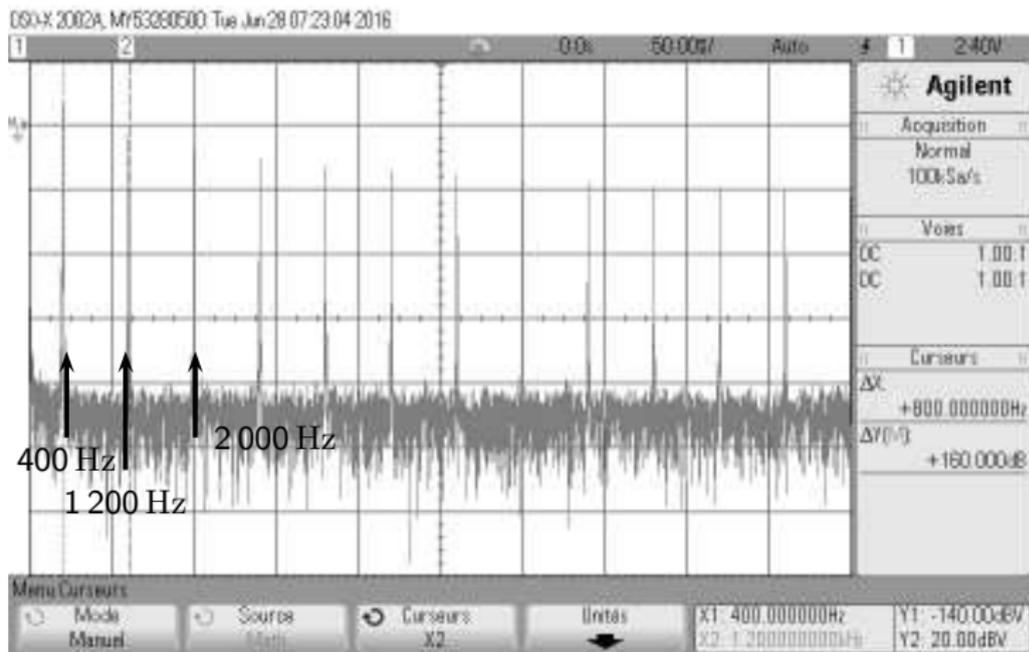
Calcul sur une longue durée

Signal de fréquence 400 Hz sur 200 périodes.



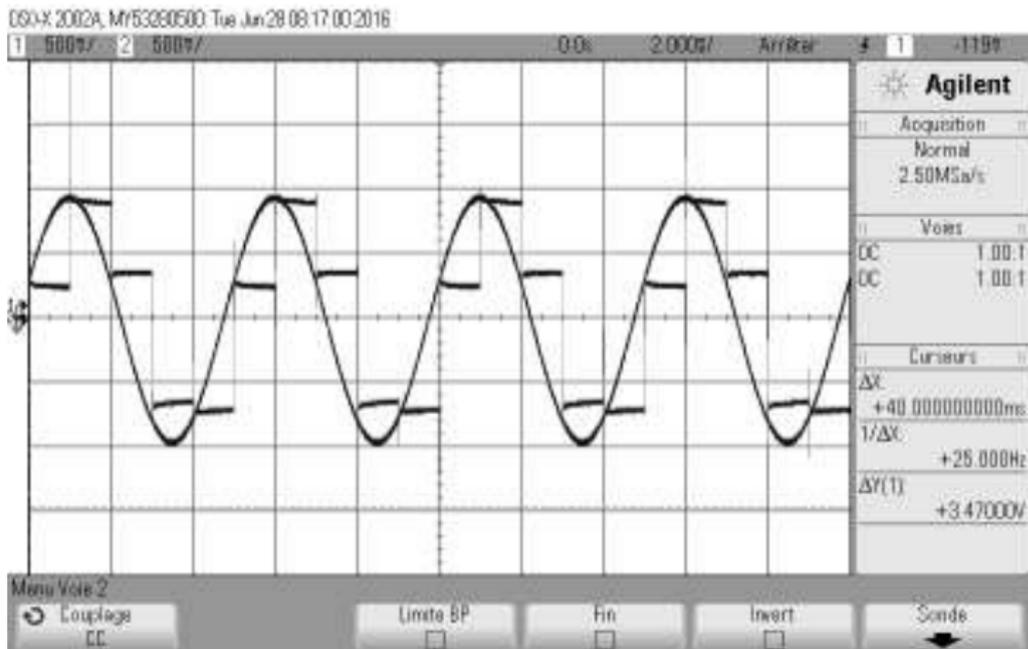
Calcul sur une longue durée

Signal de fréquence 400 Hz sur 200 périodes.



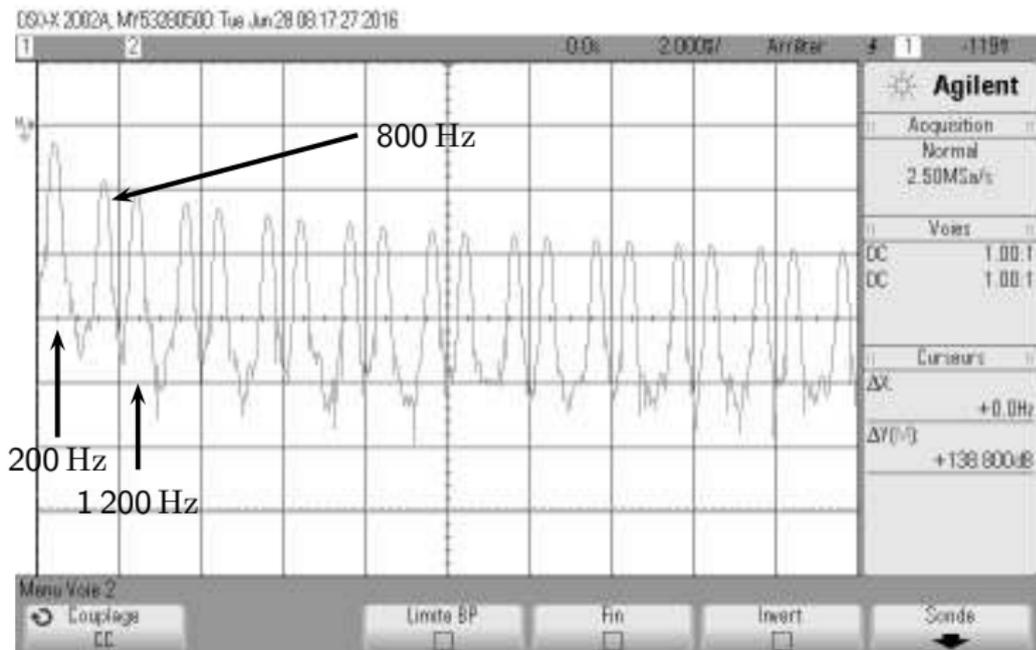
Calcul sur une durée courte

Signal sinusoïdal de fréquence 200 Hz sur 4 périodes avec $F_e = 1\,000$ Hz.



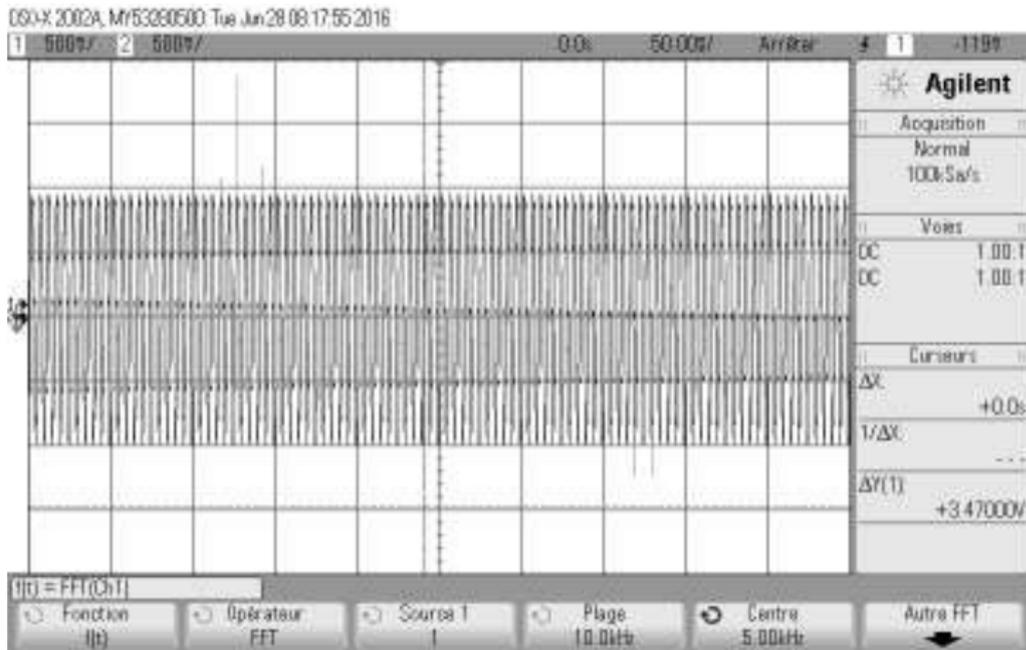
Calcul sur une durée courte

Signal sinusoïdal de fréquence 200 Hz sur 4 périodes avec $F_e = 1\,000$ Hz.



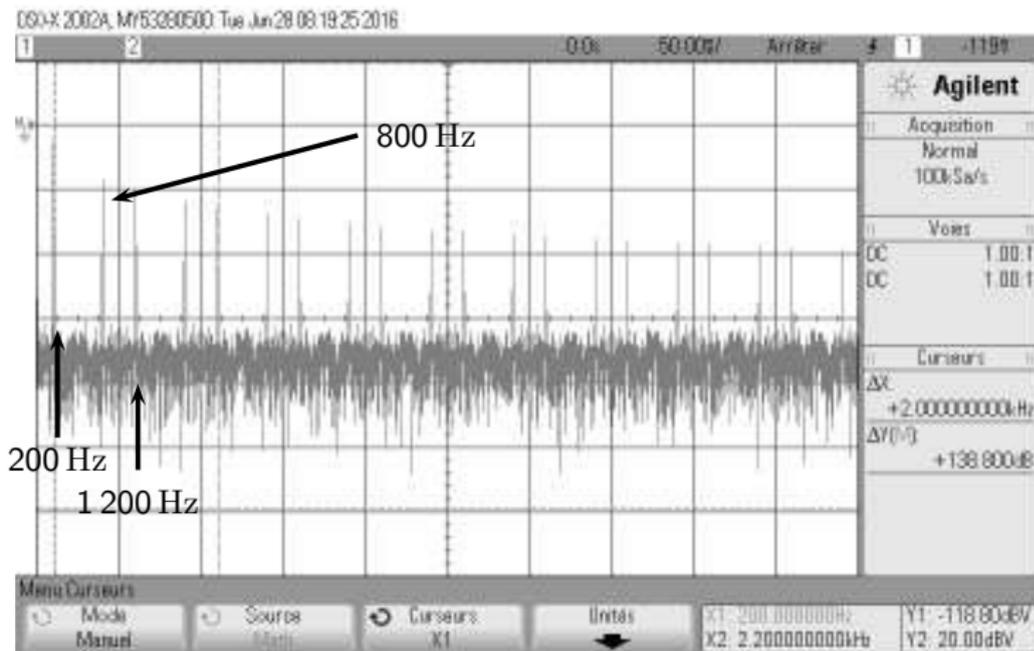
Calcul sur une longue durée

Signal sinusoïdal de fréquence 200 Hz avec $F_e = 1\,000$ Hz.



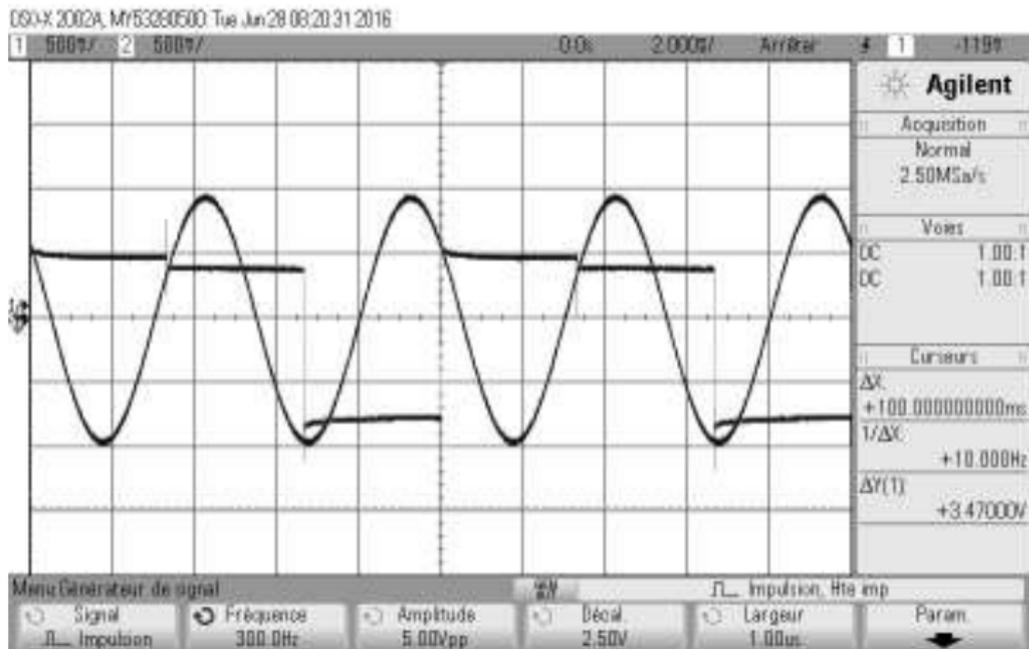
Calcul sur une longue durée

Signal sinusoïdal de fréquence 200 Hz avec $F_e = 1\,000$ Hz.



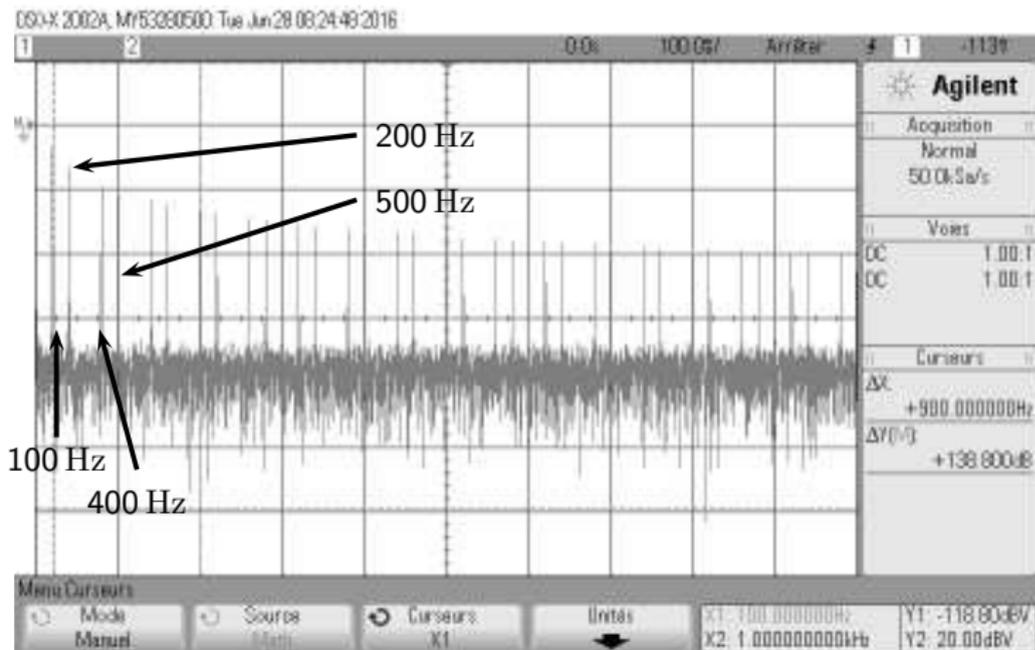
Calcul sur une longue durée

Signal sinusoïdal de fréquence $f_0 = 200 \text{ Hz}$ avec $F_e = 300 \text{ Hz} < 2f_0$.



Calcul sur une longue durée

Signal sinusoïdal de fréquence $f_0 = 200$ Hz avec
 $F_e = 300$ Hz $< 2f_0$.



La précision du spectre est en $\frac{1}{\Delta t}$
où Δt est la durée totale prise pour le calcul de la FFT.

Attention : le spectre peut être très précis même si l'on ne respecte pas le critère de Shannon $F_e \geq 2f_0$. On voit alors le phénomène de repliement du spectre.

Dans une FFT, seules les fréquences $f \leq \frac{F_e}{2}$ ont du sens.