

L'effet tunnel

L'effet tunnel est très déstabilisant pour une pensée classique. Le fait qu'il ait de nombreuses applications a été très important pour asseoir la conviction des scientifiques. Les principales applications sont le microscope à effet tunnel et la radioactivité α que nous allons présenter mais il ne faut pas oublier que cet effet est aussi mis à profit dans les diodes à effet tunnel, dans les mémoires flash USB ou encore dans les mémoires des ordinateurs par l'effet de magnétorésistance tunnel. Les applications de l'effet tunnel ont valu le prix NOBEL en 1984 à G. BINNIG et H. ROHRER pour la mise au point du microscope à effet tunnel, voir la figure 1. En 2007, c'est le français A. FERT et l'allemand P. GRÜNBERG qui l'ont reçu pour la découverte de l'effet de magnétorésistance géante.

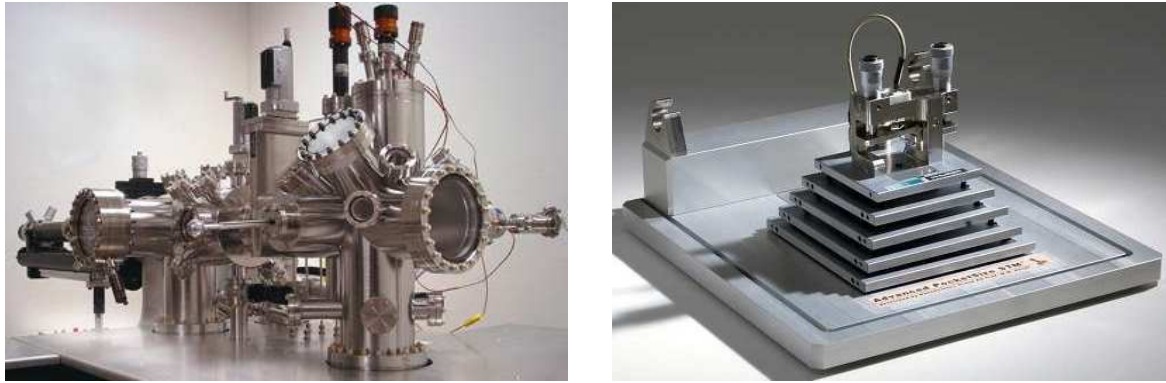


FIGURE 1 – Microscope à effet tunnel : grande taille à gauche - petite taille à droite

1 Le microscope à effet tunnel

1.1 Principe

Il consiste à approcher une pointe conductrice d'une surface également conductrice, voir la figure 2. Un électron de la surface ne peut sortir de celle-ci que s'il reçoit une énergie correspondant à ce que l'on appelle le travail d'extraction noté Φ . Pour l'électron de la surface conductrice, tout se passe comme s'il se trouvait face à une marche de potentiel Φ . En approchant une pointe métallique à une distance suffisamment faible de la surface et si on applique une différence de potentiel V_t entre cette pointe qui constitue l'anode et la surface qui est la cathode, alors la situation est modifiée : la marche de potentiel est transformée en une barrière de potentiel à travers laquelle les électrons peuvent transiter. L'intensité du courant tunnel est donnée par la formule :

$$I_t = A V_t \frac{k}{z} \exp -2kz \quad \text{avec} \quad k = \frac{\sqrt{2m_e \Phi}}{\hbar}$$

Dans cette formule, A est une constante de proportionnalité, z est la distance qui sépare la pointe métallique de la surface étudiée et m_e la masse de l'électron. Dans la formule précédente, on peut voir que le courant évolue rapidement avec z en raison de la forme exponentielle décroissante de la distance. Au contraire si l'on approche la pointe suffisamment près le courant tunnel sera élevé. Le potentiel d'extraction est couramment $\Phi \simeq 4\text{eV}$.

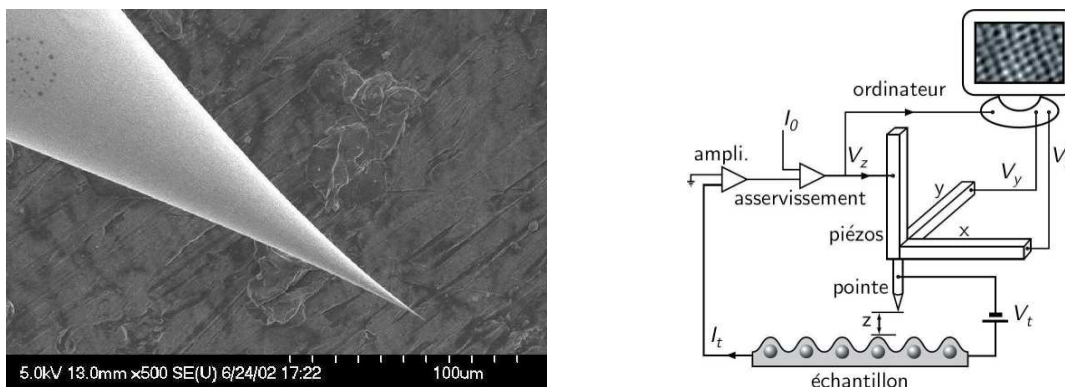


FIGURE 2 – Pointe du microscope à effet tunnel et schéma de fonctionnement

1.2 Fonctionnement

Le microscope à effet tunnel est utilisé dans deux modes de fonctionnement. Le plus courant est le mode à courant constant. La position verticale est asservie au maintien de la valeur de l'intensité tunnel I_t de l'ordre de 1 nA. On ajuste donc z en permanence pour tous les points de la surface étudiée. En enregistrant $z(x, y)$, on obtient une cartographie des densités électroniques de la surface. On peut aussi travailler à hauteur constante et mesurer l'évolution de l'intensité du courant qui sera, une fois encore, à l'image des densités électroniques. On utilise des céramiques piézoélectriques, on peut donc avoir une précision nettement inférieure au nanomètre.

Le microscope à effet tunnel est utilisé au niveau industriel à l'heure actuelle dans la réalisation des réseaux de diffraction, pour la fabrication des têtes de lecture magnétiques et même en biologie pour étudier des macromolécules et des virus. On utilise aussi le microscope à effet tunnel pour déplacer des atomes et construire des structures particulières comme celles que l'on peut voir à la figure 3.

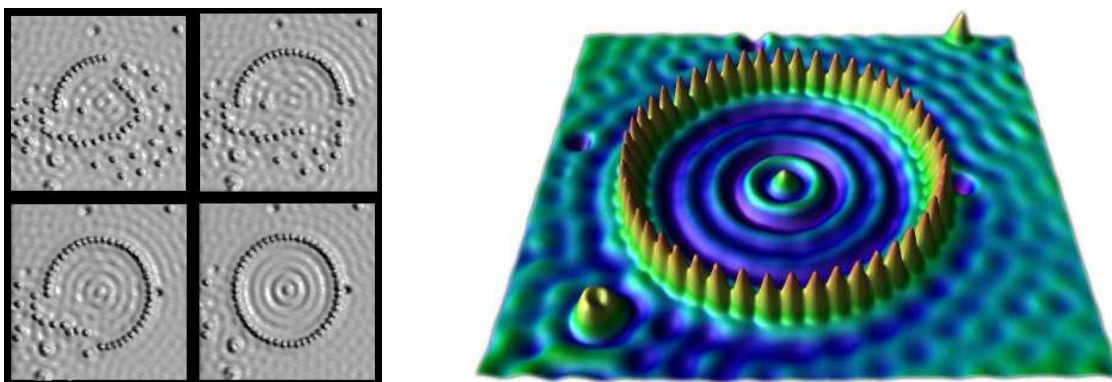
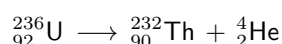


FIGURE 3 – Structures réalisées avec un microscope à effet tunnel

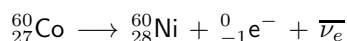
2 La radioactivité α

2.1 Les différents types de radioactivité

Les noyaux des atomes sont constitués de Z protons et de N neutrons. Le nombre de masse est $A = Z + N$. Certains d'entre eux peuvent être l'objet d'un processus radioactif. Il existe trois types de radioactivité. La radioactivité α au cours de laquelle un noyau d'atome se désintègre en émettant un noyau d'hélium ${}^4_2\text{He} = \alpha$. L'équation traduisant la désintégration radioactive est par exemple :



La désintégration β correspond soit à l'émission d'un électron et d'un antineutrino (radioactivité β^-), soit à l'émission d'un positron - antiparticule correspondant à l'électron - et d'un neutrino. Le cobalt 60 présente une désintégration β^- au cours de laquelle correspond une conversion d'un neutron en proton dans le noyau. L'équation du processus est :



La désintégration γ correspond à la perte d'énergie du noyau qui passe d'un état d'énergie élevée (noyau excité) vers un niveau d'énergie plus faible. Cette perte d'énergie s'effectue par émission d'un photon de très courte longueur d'onde. Il s'agit d'un photon γ .

2.2 Effet tunnel pour la radioactivité α

L'étude porte plus particulièrement sur la radioactivité α . Sur le plan expérimental, on constate que quasiment toutes les particules ont une énergie comprise entre 4 MeV et 10 MeV et que sur le plan de leur demi-vie¹ (ou période radioactive) il y a des écarts considérables puisque certaines demi-vies sont des fractions de secondes alors que d'autres sont de l'ordre de milliards d'années. Le tableau qui suit illustre cette situation, on peut constater qu'il y a des écarts considérables entre des isotopes qui paraissent pourtant très proches sur le plan de la constitution.

1. La demi-vie est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux présents à une date donnée se sont désintégrés.

Élément	Énergie E des α en MeV	Demi-vie
${}^{212}_{84}\text{Po}$	8,95	$3,0 \times 10^{-7}$ s
${}^{240}_{96}\text{Cm}$	6,40	27 jours
${}^{226}_{88}\text{Ra}$	4,90	1 600 ans
${}^{232}_{90}\text{Th}$	4,05	$1,4 \times 10^{10}$ ans
${}^{230}_{92}\text{U}$	5,60	21 jours
${}^{232}_{92}\text{U}$	5,21	73 ans
${}^{234}_{92}\text{U}$	4,70	$2,4 \times 10^5$ ans
${}^{236}_{92}\text{U}$	4,45	$2,3 \times 10^7$ ans
${}^{238}_{92}\text{U}$	4,19	$4,4 \times 10^9$ ans

On constate que la période radioactive est liée à l'énergie des particules α , plus l'énergie est faible, plus la période de désintégration est grande. Le physicien G. GAMOW a développé en 1929 une théorie basée sur l'effet tunnel. Il a proposé une modélisation du potentiel (énergie potentielle) vu par la particule α en fonction de la distance r la séparant du noyau. La modélisation est représentée sur le schéma de la figure 4. On a typiquement $V_0 = 40$ MeV et $V_m = 30$ MeV.

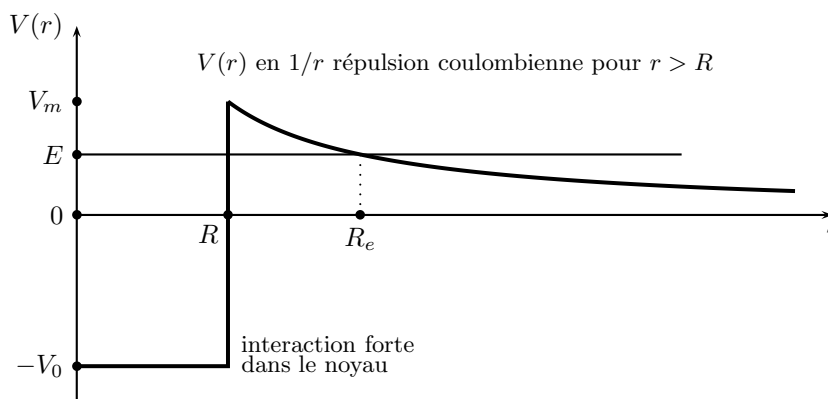


FIGURE 4 – Modèle du potentiel $V(r)$ de la particule α

Comme les particules α ont une énergie $E < 10$ MeV, leur sortie du noyau ne peut être expliquée dans un cadre classique. Seul le cadre de la Mécanique quantique permet grâce à l'effet tunnel de comprendre qu'elles franchissent une barrière de potentiel de largeur $R_e - R$. Dans un noyau, la taille est relativement bien donnée par la loi $R = R_0 A^{1/3}$ avec $R_0 = 1,2$ fm. Pour les noyaux lourds qui sont les principaux noyaux concernés par la radioactivité α , on a $R \simeq 10$ fm. Sur le schéma de la barrière de potentiel de la figure 4, il n'était pas possible - pour des raisons pratiques - de traduire le fait que $R_e \geq 10R$.

2.3 Probabilité de transmission tunnel

La probabilité de transmission $T(E)$ de la particule α est assez difficile à évaluer. C'est cette probabilité qui va fixer la valeur de la demi-vie radioactive. On peut commencer par modéliser la barrière de potentiel par une barrière de hauteur $V_m - E$ rectangulaire de largeur $R_e - R$. La probabilité $T(E)$ est donnée par :

$$T(E) \simeq \exp -2K(R_e - R) \quad \text{avec} \quad K = \frac{\sqrt{2m_\alpha(V_m - E)}}{\hbar}$$

Lorsqu'on utilise cette expression, l'accord avec les mesures de demi-vie n'est pas très satisfaisant. Il faut en quelque sorte ne pas traiter en un bloc la largeur $R_e - R$ de la barrière mais plutôt envisager une intégrale comme cela apparaît dans l'expression suivante :

$$T(E) = \exp \left[-2 \int_R^{R_e} \frac{\sqrt{2m_\alpha(V(r) - E)}}{\hbar} dr \right]$$

À partir de cette expression, on arrive à une probabilité de transmission donnée par :

$$T(E) = \exp \left[-4\pi Z \sqrt{\frac{E_\ell}{E}} + 8\sqrt{\frac{8R}{r_\ell}} \right]$$

où $r_\ell = \frac{\varepsilon_0 \hbar^2}{\pi m_\alpha e^2}$ et $E_\ell = \frac{e^2}{8\pi \varepsilon_0 r_\ell}$.

Maintenant que l'on connaît la loi de probabilité $T(E)$, on peut en déduire le taux de désintégration $\lambda(E)$ - ou encore la probabilité d'émission d'une particule α par unité de temps $\frac{dN_\alpha}{dt} = -\lambda(E)N_\alpha$ - en multipliant $T(E)$ par le nombre de collisions par unité de temps de la particule α avec la barrière nucléaire du noyau de départ. Dans la plupart des cas, on estime que ce nombre de collisions est de l'ordre de 10^{21} s^{-1} . On arrive donc ensuite au temps de demi-vie :

$$t_{1/2}(E) = \frac{\ln 2}{\lambda(E)}$$

Cette expression est conforme à la loi observée dès 1911 par GEIGER et NUTTAL qui avaient proposé une loi empirique donnant les temps de vie :

$$t_{1/2}(E) = C_1 \exp \frac{C_2}{\sqrt{E}}$$

où les constantes C_1 et C_2 positives ne dépendent pas de E mais du numéro atomique Z du noyau formé par la désintégration que l'on appelle le noyau fils.

3 Questions

3.1 Microscope à effet tunnel

1. Quels sont les facteurs essentiels à l'obtention d'une image à la résolution atomique ?
2. Le microscope à effet tunnel permet-il de voir au sens strict du terme les atomes ?
3. Le microscope fonctionne aussi avec un liquide comme l'eau entre la pointe et l'échantillon. Cela ne pose-t-il pas un problème ?
4. Estimer la résolution verticale d'un microscope utilisé sur un bon conducteur en mode hauteur constante, en supposant que la sensibilité sur l'intensité tunnel est de 2%.

3.2 Radioactivité α

5. Écrire l'équation-bilan de production d'une particule α et d'un noyau fils Y à partir d'un noyau père X de nombre de masse A et de noyau fils de numéro atomique Z .
6. Quelle est l'expression de la loi de répulsion coulombienne $V(r)$ à adopter pour la barrière en fonction de Z , e , ε_0 et r ?
7. Préciser les relations permettant de déterminer le rayon nucléaire R , l'énergie maximale de barrière E_m et le rayon de sortie de barrière R_e . Effectuer les applications numériques pour ${}^{226}_{88}\text{Ra}$.
8. Quelle relation littérale, fonction de E , V_0 , m_α et R peut-on proposer pour estimer la fréquence de collision de la particule α pas encore libérée du noyau ? Effectuer l'application numérique pour ${}^{226}_{88}\text{Ra}$. Commenter.
9. Expliquer le fait que $t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda(E)}$.
10. Exprimer les constantes C_1 et C_2 à partir de la loi obtenue par le modèle de GAMOW.

L'effet tunnel

4 Le microscope à effet tunnel

4.1 Principe

4.2 Fonctionnement

5 La radioactivité α

5.1 Les différents types de radioactivité

5.2 Probabilité de transmission tunnel

6 Questions

6.1 Microscope à effet tunnel

11. Il faut posséder une pointe réduite à un atome pour pouvoir observer à ce niveau de résolution. Il faut des céramiques piézoélectriques très précises pour maîtriser les déplacements tout en évitant que la structure soit soumise à des vibrations extérieures. Il faut amplifier le courant tunnel qui est faible puisque de l'ordre de 1 nA.

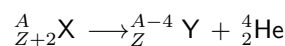
12. Le microscope ne peut pas voir au sens strict du terme les atomes, il ne cartographie que les densités électroniques.

13. Les électrons n'assurent pas la conduction dans l'eau, ce sont les ions. La couche d'eau constitue une barrière que l'électron devra franchir.

14. Un bon conducteur possède un potentiel d'extraction $\Phi \simeq 4 \text{ eV}$. Comme la loi de décroissance est en $\exp -2kz$, l'épaisseur de peau est $\delta = \frac{1}{2k} = \frac{\hbar}{2\sqrt{2m_e\Phi}}$. On trouve que $\delta \simeq 50 \text{ pm}$. En prenant en compte uniquement le terme en exponentiel de z , on arrive à $\frac{\Delta I_t}{I_t} = 2k\Delta z$ et donc $\Delta z \simeq 0,02\delta = 1 \text{ pm}$. La résolution verticale est très forte alors que la résolution horizontale est de l'ordre de la taille d'un atome à savoir 100 pm au moins.

6.2 Radioactivité α

15. L'équation-bilan de la radioactivité α est :



16. Cette énergie de répulsion vient de la loi de COULOMB. Pour une charge considérée comme ponctuelle, on a $V(r) = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$.

17. On a $R = R_0 A^{1/3}$ avec $R_0 = 1,2 \text{ fm}$, le potentiel V_m est donc donné par $V_m = \frac{Ze^2}{2\pi\epsilon_0 R_0 A^{1/3}}$. Le rayon correspondant à la sortie de la barrière de potentiel est $R_e = \frac{Ze^2}{2\pi\epsilon_0 E}$. On a $E = 4,90 \text{ MeV}$. On peut donc calculer $V_m = 34 \text{ MeV}$, $R = 7,3 \text{ fm}$ et $R_e = 51 \text{ fm}$. La largeur de la barrière de potentiel à franchir est grande devant la taille du noyau.

18. On a $E = \frac{1}{2}m_\alpha v^2 - V_0$. Avec $V_0 = 40 \text{ MeV}$ et la valeur précédente de E , on trouve que $v = \sqrt{\frac{2(E + V_0)}{m_\alpha}}$, on trouve $v \simeq 5 \times 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Cette vitesse montre que la particule est au début du domaine relativiste. Comme il s'agit juste d'évaluer un ordre de grandeur, on se contentera de cette approche classique. Pour traverser le

diamètre du noyau, la particule met une durée $T = \frac{2R}{v}$, la fréquence des collisions avec la barrière de donc de l'ordre de $f = \frac{v}{2R}$. On trouve que $f = \frac{1}{2R} \sqrt{\frac{2(E + V_0)}{m_\alpha}} \simeq 10^{21}$ Hz.

19. La loi de décroissance radioactive est $-\frac{dN}{dt} = \lambda(E)N$. On obtient alors $N(t) = N_0 \exp -\lambda(E)t$. La demi-vie est mesurée lorsque $N = N_0/2$ d'où $\frac{1}{2} = \exp -\lambda(E)t_{1/2}$. On obtient bien : $t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda(E)}$.

20. En comparant la loi obtenue par le modèle de GAMOW et la loi empirique de GEIGER et NUTTAL, on peut écrire que $C_1 = \frac{\ln 2}{f} \exp -8\sqrt{ZR/r_\ell}$ et $C_2 = 4\pi Z\sqrt{E_\ell}$.

