Transformations de Galilée et de Lorentz

Les transformations de Galilée et de Lorentz établissent des relations entre les coordonnées associées à deux référentiels en translation l'un par rapport à l'autre. La transformation de Galilée était une conséquence des lois de la Mécanique classique. À la fin du XIX$^{\text{e}}$ siècle, le développement de la théorie de l'Électromagnétisme de Maxwell amena les physiciens à s'interroger sur la transformation de Galilée. En effet, cette théorie qui unifiait électricité et magnétisme a très rapidement fait la preuve de son bien-fondé. Le physicien allemand Hertz prédit à la lecture des écrits de Maxwell l'existence des ondes électromagnétiques qu'il mit en évidence peu de temps après avec le dispositif expérimental présenté à la figure 1.

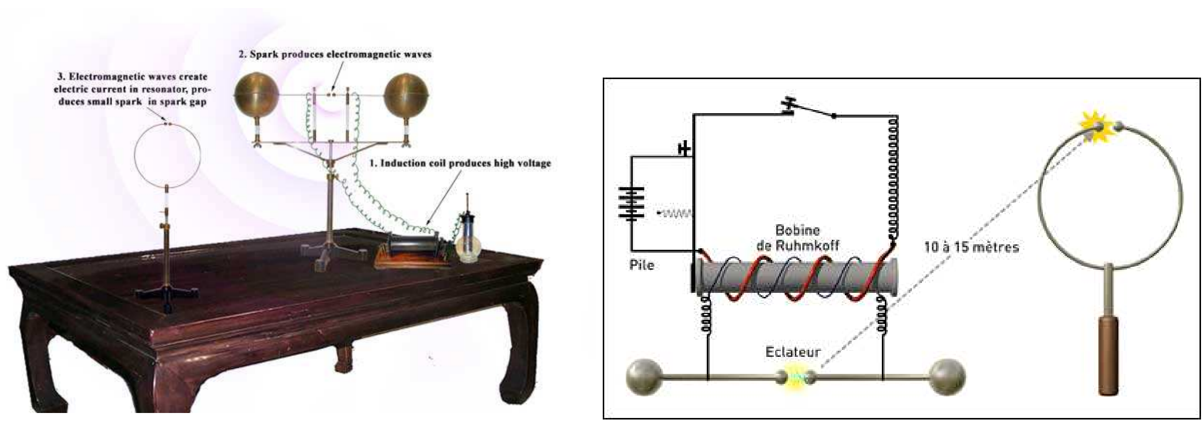

Figure 1 – Dispositif expérimental de Hertz - 1887

1 Les deux transformations

1.1 Contexte

Ces deux transformations concernent deux référentiels en mouvement de translation l'un par rapport à l'autre. Pour simplifier l'étude, on considère que les axes des deux référentiels restent parallèles en permanence et que le mouvement relatif a lieu sur l'axe x et x', voir le schéma de la figure 2.

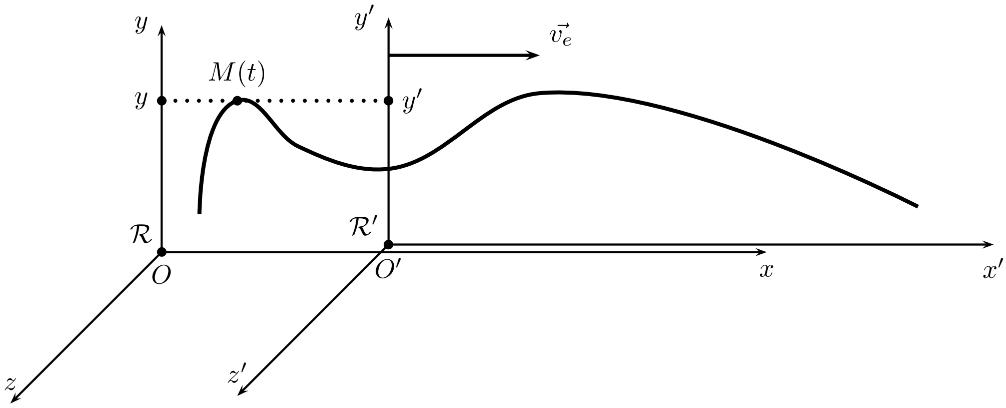

Figure 2 – Référentiels $\mathcal{R} = Oxy$, $\mathcal{R}' = O'x'y'$ avec $y = y'$ et $z = z'$

Les transformations de Galilée et de Lorentz établissent les relations entre les coordonnées d'espace et le temps. Compte tenu de la simplicité de la situation étudiée, nous verrons que les relations - que l'on peut facilement percevoir intuitivement - $y = y'$ et $z = z'$ sont vraies. Ces résultats seront établis par la suite en se fondant sur le principe de relativité de Galilée d'une part et d'Einstein d'autre part. La seconde transformation porte le nom de Lorentz et non pas d'Einstein car Lorentz - et indépendamment Poincaré - l'ont établie comme la transformation cohérente avec la théorie de l'Électromagnétisme de Maxwell environ 20 ans avant qu'en 1905, Einstein n'énonce un nouveau principe de relativité.

1.2 Représentation d'un événement

Un événement est défini en général par la donnée des trois coordonnées d'espace et de la date correspondante. Dans le référentiel $\mathcal{R}$ qui, rappelons-le, est considéré comme fixe, nous utilisons les coordonnées x, y et z. La date est donnée par t. On a donc $E = (x, y, z, t)$ comme représentation d'un événement. De la même façon, dans le référentiel $\mathcal{R}'$, on pourra utiliser les coordonnées x', y' et z'. La date est donnée par t'. Un événement est donc décrit par $E' = (x', y', z', t')$:

$$\text{Événement dans } \mathcal{R} : E = (x, y, z, t)$$
$$\text{Événement dans } \mathcal{R}' : E' = (x', y', z', t')$$

Si maintenant on veut parler du même événement à la fois dans $\mathcal{R}$ et dans $\mathcal{R}'$, il faut être capable de relier entre elles les coordonnées de ce même événement enregistré dans l'un et l'autre référentiels. Le minimum pour espérer aboutir est d'avoir une idée de ce que fait le référentiel $\mathcal{R}'$ par rapport au référentiel $\mathcal{R}$. Nous allons étudier une situation assez simple qui peut apparaître comme très réductrice mais qui a énormément d'importance en Physique : nous considérons que la vitesse du référentiel $\mathcal{R}'$ est constante et, ici, uniquement orientée sur la direction commune à Ox et $O'x'$. Nous la notons $\vec{v_e} = v_e \vec{e_x}$. Afin de simplifier encore un peu plus les calculs, nous avons choisi de considérer que les points O et O' sont confondus à une date particulière que nous prenons nulle dans $\mathcal{R}$ mais aussi dans $\mathcal{R}'$:

$$O = O' \quad \text{pour} \quad t = 0 \quad \text{et} \quad t' = 0$$

Avec une vitesse constante, les calculs de distance parcourue sont assez simples à réaliser puisqu'ils sont tous de la forme du produit de la vitesse par une durée. Nous avons affaire à une relation linéaire. Par exemple, si l'on s'intéresse à l'abscisse de O' vue dans le référentiel $\mathcal{R}$ et évaluée à la date t de ce référentiel, on a évidemment $x = v_e t$ puisque la durée entre la date initiale $t = 0$ et la date t, où l'on a représenté le référentiel $\mathcal{R}'$ sur la figure 2, est bien t. Cette relation illustre la linéarité des relations entre les coordonnées d'un événement. Avec le choix de mouvement du référentiel mobile $\mathcal{R}'$ sur Ox, on a déjà deux relations linéaires très simples pour les coordonnées d'un même événement :

$$y = y' \quad \text{et} \quad z = z'$$

1.3 Expressions des transformations

1.3.1 Transformation de Galilée

La relativité galiléenne est basée sur le postulat fondamental suivant :

Le temps est universel : $t = t'$.
Il n'y a pas d'influence du référentiel.

Dans ce cas, un observateur fixe dans le référentiel $\mathcal{R}'$ mesurera les mêmes durées qu'un autre observateur fixe dans le référentiel $\mathcal{R}$. On obtient la transformation de Galilée :

$$\begin{cases} x = x' + v_e\, t \\ y = y' \\ z = z' \\ t = t' \end{cases}$$

1.3.2 Transformation de Lorentz

Le postulat fondamental de la relativité restreinte porte sur l'*intervalle d'espace-temps*. Nous allons commencer par définir cet intervalle : soient deux événements $E_1(x_1, y_1, z_1, t_1)$ et $E_2(x_2, y_2, z_2, t_2)$, l'intervalle d'espace-temps entre ces deux événements se définit par :

$$s_{12}^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 - c^2(t_2 - t_1)^2$$

où c est la vitesse de la lumière dans le vide [1]. Le postulat de la relativité restreinte affirme que :

1. Actuellement, la vitesse de la lumière dans le vide est posée comme étant exactement $c = 2{,}997\,924\,580 \times 10^8\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

L'intervalle d'espace-temps s_{12} est invariant

par changement de référentiel $\mathcal{R} \longleftrightarrow \mathcal{R}'$.

On obtient alors la transformation de LORENTZ :

$$\left\{\begin{array}{lcl} x & = & \gamma_e(x' + v_e\, t') \\ y & = & y' \\ z & = & z' \\ t & = & \gamma_e\left(t' + \dfrac{v_e}{c^2}x'\right) \end{array}\right.$$

où c est toujours la vitesse de la lumière dans le vide et $\gamma_e = \dfrac{1}{\sqrt{1-\dfrac{v_e^2}{c^2}}}$.

1.3.3 Conséquences

La conséquence fondamentale de cette transformation est la rupture d'un dogme en quelque sorte : celui de l'universalité du temps. D'après cette théorie, le temps dépend du référentiel d'observation, on a $t \neq t'$. Cela représenta à l'époque une vraie révolution en Physique mais encore à l'heure actuelle, il n'est pas toujours évident de renoncer à l'universalité du temps. On constate que cette transformation des coordonnées est nettement différente de celle de GALILÉE d'une part à cause du constat $t = t(x', t')$ mais aussi à cause de l'intervention du facteur γ_e. Il est tout de même intéressant de relever que si la vitesse v_e est nulle, on retrouve dans les deux cas $x = x'$ et $t = t'$ puisque $v_e = 0$ fait que $\gamma_e = 1$. Il aurait été inquiétant de trouver autre chose dans chacune des deux transformations car alors $O = O'$ $\forall t$ puisque $\mathcal{R}'$ est immobile et donc confondu en permanence avec $\mathcal{R}$! Considérons $v_e \neq 0$ mais petit devant c ce que nous écrivons $v_e \ll c$. Qu'est-ce que cela signifie ? Imaginons que $v_e \leq 10^6\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ ce qui représente quelque chose comme 3,6 millions de kilomètres par heure... En clair, toutes nos vitesses macroscopiques, même celle d'une fusée peu après le décollage ($11\,\mathrm{km\cdot s^{-1}}$), vérifient la condition $v_e \ll c$. Avec cette condition, on voit bien que $\gamma_e \simeq 1$ et que la transformation de LORENTZ permet de retrouver la transformation de GALILÉE en considérant que le terme $\dfrac{v_e}{c^2}x' \ll t'$ car $v_e \ll c$. On retrouve alors $t = t'$ et $x = x' + v_e t$. La relativité galiléenne correspond au cas limite des faibles vitesses de la relativité restreinte. Ce constat est fondamental car il permet de conserver tous les résultats éprouvés de la Mécanique pratiquée jusqu'à la fin du XIX^e^ siècle.

2 Établissement des transformations

2.1 Méthode générale

Nous avons déjà établi $x = v_e t$, relation illustrant la linéarité des relations entre les coordonnées d'un événement. Avec le choix de mouvement du référentiel mobile $\mathcal{R}'$ sur Ox, nous avons aussi $y = y'$ et $z = z'$.

On continue donc d'envisager des relations linéaires entre x, t, x' et t', on peut proposer l'écriture suivante :

$$\left\{\begin{array}{lcl} x & = & A\,x' + B\,t' \\ t & = & C\,x' + D\,t' \end{array}\right.$$

Pour déterminer les expressions des coefficients A, B, C et D, nous allons particulariser tout d'abord ces relations pour l'abscisse du point O' dans $\mathcal{R}$. Nous avons vu que $x = v_e t$ alors que $x' = 0$ puisque O' est l'origine de $\mathcal{R}'$. On en déduit donc que $v_e t = Bt'$ ainsi que $t = Dt'$. En remplaçant cette dernière égalité dans l'expression donnant $v_e t = Bt'$, on arrive à $v_e Dt' = Bt'$. Cette relation étant valable $\forall t'$, on en déduit que $v_e D = B$. On peut aussi envisager la perception de l'abscisse de O dans le référentiel $\mathcal{R}'$. On a de façon évidente $x' = -v_e t'$ alors que $x = 0$ puisque O est l'origine de $\mathcal{R}$. On en déduit donc que $0 = -Av_e t' + Bt'$ et $t = -Cv_e t' + Dt$. On déduit que $B = Av_e$ et comme nous avons démontré que $B = v_e D$, on a $A = D$. La dernière équation ne nous apporte pas de nouvelle relation entre les coefficients du système linéaire proposé au départ. Nous allons privilégier les coefficients A et C. Le système auquel nous aboutissons est donc :

$$\begin{cases} x &= A\,(x' + v_e\, t') \\ t &= A\, t' + C\, x' \end{cases}$$

Nous ne pouvons plus progresser pour déterminer A et C. Il faut un apport supplémentaire d'information pour cela. Cet apport va être décisif pour la compréhension de la notion de relativité en Physique. Il nous faut tout de même remarquer que la dernière relation écrite avant $t = -Cv_e t' + Dt = -Cv_e t' + At$ peut encore s'écrire selon : $Cv_e t' = (A-1)t$. Vous avez sans doute été surpris au départ de voir que la seconde relation envisagée exprimant t faisait intervenir à la fois t' et x' et donc que t soit une fonction de ces deux grandeurs. Pour avancer cette forme d'équation, nous nous sommes uniquement basés sur le caractère linéaire des relations entre temps et abscisses. L'interprétation du fait que $t = t(t', x')$ n'est pas facile à donner. D'ailleurs, ce fut tellement peu naturel – si l'on peut dire... – qu'il fallut attendre très longtemps dans l'histoire des Sciences Physiques pour que $t = t(t', x')$ devienne une réalité dans une théorie physique. Cela s'est produit à la fin du XIX^e^ siècle et au début du XX^e^. Avant cette période, la Physique était qualifiée de galiléenne.

2.2 Transformation de Galilée

Dans notre cas, un observateur fixe dans le référentiel $\mathcal{R}'$ mesurera les mêmes durées qu'un autre observateur fixe dans le référentiel $\mathcal{R}$. On en déduit immédiatement que $C = 0$ et que $A = 1$. On obtient alors ce que l'on appelle la transformation de Galilée qui s'écrit :

$$\begin{cases} x &= x' + v_e\, t \\ y &= y' \\ z &= z' \\ t &= t' \end{cases}$$

2.3 Transformation de Lorentz

Le postulat de la relativité restreinte est limité aux situations de référentiels qui sont en mouvement de translation rectiligne et uniforme les uns par rapport aux autres comme dans le cas de la situation des référentiels $\mathcal{R}$ et $\mathcal{R}'$ que nous avons définis précédemment. Dans notre situation où la translation du référentiel $\mathcal{R}'$ par rapport à $\mathcal{R}$ s'effectue selon Ox, les coordonnées sur Oy et Oz sont conservées. On ne se préoccupera donc que de (x,t) et (x',t'). On considère comme premier événement la situation initiale où les deux origines des référentiels sont confondues ($O = O'$). À la date $t_1 = 0$, on associe $x_1 = 0$ et de la même façon $x'_1 = 0$ et $t'_1 = 0$. Si l'on considère maintenant un événement caractérisé par (x,t) dans $\mathcal{R}$, il sera caractérisé par (x',t') dans $\mathcal{R}'$. Avec $x_2 = x$, $t_2 = t$ et $x'_2 = x'$ et $t'_2 = t'$, l'invariance de l'intervalle d'espace-temps impose donc que :

$$x^2 - c^2 t^2 = x'^2 - c^2 t'^2$$

La propriété de linéarité nous avait amenés à écrire que $x = A\,(x' + v_e\, t')$ et $t = A\, t' + C\, x'$. On remplace donc x et t dans l'expression précédente qui traduit la conservation de l'intervalle d'espace-temps, on développe le calcul et on obtient : $A^2 x'^2 + 2A^2 v_e x' t' + A^2 v_e^2 t'^2 - (c^2 A^2 t'^2 + 2c^2 AC x' t' + c^2 C^2 x'^2) = x'^2 - c^2 t'^2$. Pour que cette équation soit vraie dans tous les cas, on doit nécessairement avoir égalité des coefficients des termes $x't'$, c'est-à-dire $2A^2 v_e = 2c^2 AC$. On en déduit aussitôt que $C = Av_e/c^2$. Une fois cette condition réalisée, l'équation évolue et donne $(A^2 - c^2C^2)x'^2 - (c^2 - v_e^2)A^2 t'^2 = x'^2 - c^2 t'^2$. On trouve alors l'unique solution pour $A^2 = \dfrac{c^2}{c^2 - v_e^2}$ qui donne $A = \gamma_e = \dfrac{1}{\sqrt{1 - v_e^2/c^2}}$ à condition que $v_e \leq c$. Cette condition sera évoquée plus loin. Nous retrouvons donc bien la transformation de Lorentz :

$$\begin{cases} x &= \gamma_e (x' + v_e\, t') \\ y &= y' \\ z &= z' \\ t &= \gamma_e \left(t' + \dfrac{v_e}{c^2} x' \right) \end{cases}$$

Ces deux expressions sont nettement différentes de celles obtenues en relativité de Galilée où nous avions $x = x' + v_e t$ et $t = t'$. C'est surtout la seconde qui nous déstabilise puisque $t \neq t'$. La perception du temps dépend donc du référentiel d'observation. Nous allons essayer de comprendre de quelle façon en définissant la notion de durée propre.

3 Conséquences

3.1 Durée propre - Dilatation des durées

Plaçons-nous dans le référentiel $\mathcal{R}'$, et considérons deux événements qui se succèdent au même endroit. Nous ne faisons pas apparaître les coordonnées y' et z' pour simplifier l'écriture. L'intervalle de temps qui les sépare est appelé *durée propre* :

$$\text{Durée propre : } \Delta t_{\text{propre}} = t'_2 - t'_1 \text{ dans le cas où } E_1 = (x'_1, t'_1) \text{ et } E_2 = (x'_2 = x'_1, t'_2)$$

Cette durée est dite « propre »car le postulat de relativité restreinte assure l'invariance par changement de référentiel en translation rectiligne et uniforme de l'intervalle d'espace-temps. En effet, dans notre cas, l'intervalle d'espace temps $s_{12}^2 = (x'_2 - x'_1)^2 - c^2(t'_2 - t'_1)^2$ est invariant. Si nous nous plaçons au même endroit dans le référentiel $\mathcal{R}'$, alors $s_{12}^2 = -c^2(t'_2 - t'_1)^2$ est un invariant relativiste puisque c est une valeur fixée dont nous reparlerons et s_{12} un invariant[2] par le postulat de départ. On peut montrer que la durée mesurée pour ces mêmes événements dans $\mathcal{R}$ est plus longue. Pour cela, il suffit d'utiliser la dernière relation de la transformation de LORENTZ $t = \gamma_e(t' + \frac{v_e}{c^2}x')$. On a donc pour la durée $\Delta t = t_2 - t_1 = \gamma_e(t'_2 - t'_1)$ puisque $x'_2 = x'_1$. On peut donc conclure que :

$$\Delta t = \gamma_e \, \Delta t_{\text{propre}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{v_e^2}{c^2}}} \Delta t_{\text{propre}}$$

On constate que la durée Δt mesurée dans $\mathcal{R}$ est plus longue que la durée propre, c'est pour cela que l'on parle de dilatation des durées. Cette constatation est liée au fait que $\gamma_e > 1$. Toutefois, comme nous l'avons déjà remarqué, si $v_e \ll c$, on voit facilement que vers $\gamma \to 1$. On retrouve l'universalité du temps de la relativité galiléenne. Pour que des effets notables soient observés, il est nécessaire que la vitesse v_e soit proche de c. Cela ne se produit pas souvent pour des objets macroscopiques mais la validité de la dilatation des durées a été mise en évidence par l'étude de particules microscopiques constituant la matière[3]. Le coefficient γ_e évolue relativement peu pour des vitesses faibles mais lorsque $v_e \to c$, il tend très rapidement vers l'infini, voir le graphique de la figure 3. Comme nous l'avons dit auparavant, l'influence de la relativité restreinte se fait sentir seulement lorsque les vitesses deviennent relativistes, en général le critère retenu est $v \geq c/10$ (voir la figure 3).

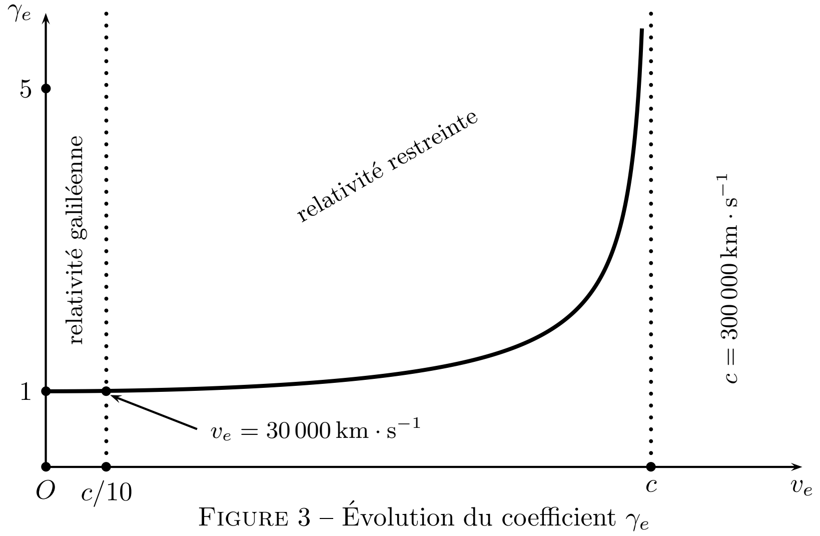

FIGURE 3 – Évolution du coefficient γ_e

2. Il peut être plus habile de définir l'intervalle d'espace-temps par $s_{12}^2 = c^2(t'_2 - t'_1)^2 - (x'_2 - x'_1)^2$ plutôt que par $s_{12}^2 = (x'_2 - x'_1)^2 - c^2(t'_2 - t'_1)^2$ mais nous avons fait le choix contraire car cette étude ne constitue qu'une sensibilisation à la relativité restreinte pour laquelle il ne faudra pas attacher d'importance au fait que s_{12}^2 soit négatif.

3. L'expérience a été réalisée en 1963 sur des muons, particules élémentaires possédant la charge de l'électron mais une masse environ 200 fois plus grande que celle de ce dernier.

3.2 Composition des vitesses

3.2.1 Relativité galiléenne

On trouve ensuite la loi de transformation des vitesses. Si l'on considère le point M situé à la date t au point de coordonnées (x, y, z), on a alors $\overrightarrow{OM} = x\vec{e_x} + y\vec{e_y} + z\vec{e_z}$ et la vitesse de M dans le référentiel $\mathcal{R}$ s'écrit : $\vec{v}_{/\mathcal{R}} = \frac{\mathrm{d}\overrightarrow{OM}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\vec{e_x} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\vec{e_y} + \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\vec{e_z}$. Compte tenu des relations précédentes, on voit que $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}x'}{\mathrm{d}t} + v_e$, que $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}y'}{\mathrm{d}t}$ et que $\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}z'}{\mathrm{d}t}$. Or, la vitesse de M dans le référentiel $\mathcal{R}'$ est par définition $\vec{v}_{/\mathcal{R}'} = \frac{\mathrm{d}\overrightarrow{O'M}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}x'}{\mathrm{d}t}\vec{e_x} + \frac{\mathrm{d}y'}{\mathrm{d}t}\vec{e_y} + \frac{\mathrm{d}z'}{\mathrm{d}t}\vec{e_z}$. On constate donc que $\vec{v}_{/\mathcal{R}} = \vec{v}_{/\mathcal{R}'} + v_e\,\vec{e_x}$. La transformation galiléenne des vitesses est donc :

$$\vec{v}_{/\mathcal{R}} = \vec{v}_{/\mathcal{R}'} + \vec{v_e}$$

Cette transformation qu'on appelle encore loi de composition des vitesses est très intuitive en fait. Tout le monde l'a déjà expérimentée mais attention, nous ne l'avons établie que pour un mouvement de translation de $\mathcal{R}'$ par rapport à $\mathcal{R}$. Dans le cas de mouvements plus complexes comme ceux faisant intervenir des rotations, la formulation de la loi de composition des vitesses est différente.

3.2.2 Relativité restreinte

Lors du calcul de l'expression de $\gamma_e = \frac{1}{\sqrt{1 - v_e^2/c^2}}$, nous n'avons pas évoqué la question du signe du facteur $1 - v_e^2/c^2$. Cette omission temporaire était destinée à ne pas porter trop tôt l'attention sur un point important de la relativité restreinte. Vous avez remarqué que $\gamma_e \to \infty$ lorsque[4] $v_e \to c^-$ et que nous nous sommes bien gardés d'envisager $v_e > c$. Vous allez en comprendre progressivement les raisons.

Nous venons d'établir que $\vec{v}_{/\mathcal{R}} = \vec{v}_{/\mathcal{R}'} + \vec{v_e}$. Pour simplifier cette étude, nous allons nous restreindre à l'étude de la composante des vitesses sur l'axe Ox (ou $O'x'$). Par conséquent, en relativité galiléenne, on a :

$$v_{x/\mathcal{R}} = v'_{x'/\mathcal{R}'} + v_e \quad \text{ou} \quad v_x = v'_x + v_e$$

En relativité restreinte, nous avons montré que $x = \gamma_e(x' + v_e t')$ et que $t = \gamma_e(t' + v_e x'/c^2)$. La composante de la vitesse sur l'axe Ox dans $\mathcal{R}$ est définie par $v_x = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ alors que dans le second référentiel on aura $v'_x = \frac{\mathrm{d}x'}{\mathrm{d}t'}$. Si l'on écrit les expressions liant les coordonnées pour des grandeurs élémentaires, on obtient $\mathrm{d}x = \gamma_e(\mathrm{d}x' + v_e\mathrm{d}t')$ et $\mathrm{d}t = \gamma_e(\mathrm{d}t' + v_e\mathrm{d}x'/c^2)$. En fait, sans le dire, nous venons de différentier les deux relations. Pour calculer v_x, il suffit de faire le rapport de $\mathrm{d}x$ et de $\mathrm{d}t$. On obtient alors $v_x = \frac{\mathrm{d}x' + v_e\mathrm{d}t'}{\mathrm{d}t' + v_e\mathrm{d}x'/c^2}$. Pour aboutir à la forme de la loi de composition des vitesses, il suffit de factoriser dans le membre de droite de l'équation par $\mathrm{d}t'$ puis de simplifier. On voit apparaître le facteur $\frac{\mathrm{d}x'}{\mathrm{d}t'}$ qui n'est autre que v'_x. La loi de composition des vitesses limitée à l'axe Ox est donc :

$$v_x = \frac{v'_x + v_e}{1 + \frac{v_e v'_x}{c^2}}$$

On constate encore une fois que la loi de composition des vitesses selon GALILÉE est le cas limite de la loi de composition des vitesses d'EINSTEIN pour les vitesses faibles. Imaginons que $v_e \ll c$ ou bien que $v'_x \ll c$, on peut considérer alors que le terme $1 + v_e v'_x/c^2 \simeq 1$ et on retrouve bien $v_x = v'_x + v_e$.

3.2.3 Vitesse limite

Nous allons appliquer les résultats du paragraphe précédent à un cas particulier très classique : celui de la composition des vitesses dans un train. Une personne dans le train ($\mathcal{R}'$) marche dans le sens du train à la vitesse v'_x et le train se déplace par rapport au sol ($\mathcal{R}$) à la vitesse v_e. Pour un observateur placé sur le sol, la personne aura une vitesse $v_x = v_e + v'_x$. Si elle avait marché dans le sens contraire, sa vitesse pour l'observateur au sol apparaîtrait plus petite $v_x = v_e - v'_x$. Nous avons appliqué la loi galiléenne car une personne est un objet macroscopique qu'il est difficile d'imaginer à des vitesses de l'ordre de $c/10$. Jusque-là, rien de particulier, juste la perception très intuitive de tout un chacun. Changeons de passager. L'intérieur d'un train possède de nombreuses sources lumineuses destinées à notre confort. La lumière émise par l'une de ces sources se déplace à

4. Le symbole $v_e \to c^-$ signifie que v_e tend vers c par valeur inférieure.

la vitesse $v'_x = c$ par rapport au train [5]. Quelle est alors sa vitesse par rapport au sol ? On applique bien entendu la loi de composition d'EINSTEIN et on obtient :

$$v_x = \frac{c + v_e}{1 + \dfrac{cv_e}{c^2}} = \frac{c + v_e}{1 + \dfrac{v_e}{c}} = c\frac{c + v_e}{c + v_e} = c$$

Le résultat est une surprise pour celui qui ignorait que la vitesse de la lumière était la même dans tous les référentiels en translation rectiligne et uniforme comme le sont $\mathcal{R}$ et $\mathcal{R}'$. Quoi qu'il en soit, un tel résultat déstabilise notre sens commun plus exercé à percevoir le déplacement des passagers dans le train que celui de la lumière ! Envisageons maintenant un cas extrême : celui d'un train qui irait lui-même à une vitesse très élevée. Considérons que $v'_x = c$ donc et que le train aille à la vitesse $v_e = 0,9c$. En fait, peu importe la valeur précédente, le calcul de composition des vitesses possède un résultat indépendant de v_e : on trouve $v_x = \dfrac{1,9c}{1+0,9} = c$. En prenant un train qui va à la vitesse $0,9c$, on a toujours $v_x = c$! La vitesse de la lumière dans le vide apparaît alors comme une limite infranchissable, c'est ce qui nous avait fait ignorer la possibilité pour le facteur $1 - v_e^2/c^2$ d'être négatif dans les calculs précédents.

$$\boxed{\text{La vitesse } c \text{ est une vitesse limite qui ne peut pas être dépassée.}}$$

En 2012, une expérience de mesure des vitesses de particules élémentaires, les neutrinos, a défrayé la chronique puisque pendant quelques mois, les physiciens ont pensé qu'il n'était pas impossible que ceux-ci dépassent un peu la vitesse c. Compte tenu des enjeux de ce résultat qui aurait remis en cause les fondements de la théorie de la relativité restreinte de 1905, ces mêmes physiciens ont appelé l'ensemble de la communauté scientifique à se pencher sur leurs mesures afin de les confirmer ou de les invalider. Finalement, il a été découvert qu'un problème de synchronisation des appareils de mesure avait amené ce résultat surprenant et, qu'une fois ce problème corrigé, les neutrinos étaient rentrés dans le rang puisque leur vitesse n'était pas supérieure à c. On ne peut que rendre hommage à l'ensemble des physiciens qui ont travaillé sur cette question pour leur attitude d'une grande honnêteté intellectuelle.

Dans l'étude des ondes, nous avons défini des vitesses dont la valeur est supérieure à celle de la lumière. C'est fréquemment le cas dans les études ondulatoires et plus particulièrement avec les ondes électromagnétiques. Dans un certain nombre de cas, la vitesse de phase d'une onde est supérieure à c. Comme nous l'avions fait remarquer alors dans la configuration de KLEIN-GORDON, la vitesse de phase ne possède pas de sens physique, elle ne correspond pas à la propagation d'une énergie ou d'une information. Ces vitesses supraluminiques ne remettent absolument pas en cause la théorie de la relativité restreinte.

5. Prendre $v'_x = c$ revient à considérer que l'air est assimilable au vide du point de vue de la vitesse de propagation de la lumière. C'est une approximation parfaitement justifiée tant la célérité réelle dans l'air en est proche. Elle ne diffère que de moins de $1/1\,000$.