

---

---

# MÉMOIRE

SUR

## LA DIFFRACTION DE LA LUMIÈRE;

PAR M. A. FRESNEL. \*

---

### INTRODUCTION.

AVANT de m'occuper spécialement des phénomènes nombreux et variés compris sous la dénomination commune de *diffraction*, je crois devoir présenter quelques considérations générales sur les deux systèmes qui ont partagé jusqu'à présent les savans relativement à la nature de la lumière. Newton a supposé que les molécules lumineuses lancées des corps qui nous éclairent arrivent directement jusqu'à nos yeux, où elles produisent par leur choc la sensation de la vision. Descartes, Hook, Huygens, Euler, ont pensé que

---

\* En publiant ce Mémoire, qui a été couronné par l'Académie en 1819, on a fait quelques changemens à la rédaction du manuscrit déposé à l'Institut le 29 juillet 1818, mais sans apporter aucune modification à la théorie et aux expériences qu'il contient. Desirant y ajouter quelques expériences nouvelles et quelques développemens théoriques, on les a placés dans des notes à la suite du Mémoire.

la lumière résultait des vibrations d'un fluide universel extrêmement subtil, agité par les mouvemens rapides des particules des corps lumineux, de la même façon que l'air est ébranlé par les vibrations des corps sonores ; en sorte que, dans ce système, ce ne sont plus les molécules du fluide en contact avec les corps lumineux qui parviennent à l'organe de la vue, mais seulement le mouvement qui leur a été imprimé.

La première hypothèse a l'avantage de conduire à des conséquences plus évidentes, parce que l'analyse mécanique s'y applique plus aisément : la seconde, au contraire, présente sous ce rapport de grandes difficultés. Mais, dans le choix d'un système, on ne doit avoir égard qu'à la simplicité des hypothèses ; celle des calculs ne peut être d'aucun poids dans la balance des probabilités. La nature ne s'est pas embarrassée des difficultés d'analyse ; elle n'a évité que la complication des moyens. Elle paraît s'être proposé de faire beaucoup avec peu : c'est un principe que le perfectionnement des sciences physiques appuie sans cesse de preuves nouvelles (1). L'astronomie, l'honneur de l'esprit humain, en présente sur-tout une confirmation frappante ; toutes les lois de Kepler ont été ramenées par le génie de Newton à la seule loi de la gravitation, qui a servi ensuite à expliquer et même à découvrir les perturbations les plus compliquées et les moins apparentes des mouvemens planétaires.

Si l'on s'est quelquefois égaré en voulant simplifier les élémens d'une science, c'est qu'on a établi des systèmes avant d'avoir rassemblé un assez grand nombre de faits. Telle

---

(1) Si la chimie, dans ses progrès, paraît faire une exception à cet égard, cela tient sans doute à ce qu'elle est encore peu avancée, malgré les pas rapides qu'elle a faits depuis trente ans. Mais on peut déjà remarquer que les proportions des nombreuses combinaisons qu'elle présente, qui avaient paru d'abord soumises chacune à des lois particulières, sont embrassées maintenant dans des règles générales d'une grande simplicité.

hypothèse très-simple quand on ne considère qu'une classe de phénomènes, nécessite beaucoup d'autres hypothèses lorsqu'on veut sortir du cercle étroit dans lequel on s'était d'abord renfermé. Si la nature s'est proposé de produire le *maximum* d'effets avec le *minimum* de causes, c'est dans l'ensemble de ses lois qu'elle a dû résoudre ce grand problème.

Il est sans doute bien difficile de découvrir les bases de cette admirable économie, c'est-à-dire, les causes les plus simples des phénomènes envisagés sous un point de vue aussi étendu. Mais, si ce principe général de la philosophie des sciences physiques ne conduit pas immédiatement à la connaissance de la vérité, il peut néanmoins diriger les efforts de l'esprit humain, en l'éloignant des systèmes qui rapportent les phénomènes à un trop grand nombre de causes différentes, et en lui faisant adopter de préférence ceux qui, appuyés sur le plus petit nombre d'hypothèses, sont les plus féconds en conséquences.

Sous ce rapport, le système qui fait consister la lumière dans les vibrations d'un fluide universel, a de grands avantages sur celui de l'émission. Il permet de concevoir comment la lumière est susceptible de recevoir tant de modifications diverses. Je n'entends pas ici celles qu'elle éprouve momentanément dans les corps qu'elle traverse et qu'on peut toujours rapporter à la nature de ces milieux; mais je veux parler de ces modifications permanentes qu'elle emporte avec elle et qui lui impriment des caractères nouveaux. On conçoit qu'un fluide, assemblage d'une infinité de molécules mobiles soumises à une dépendance mutuelle, est susceptible d'un grand nombre de modifications différentes, en raison des mouvemens relatifs qui leur sont imprimés. Les vibrations de l'air et la variété des sensations qu'elles produisent sur l'organe de l'ouïe, en offrent un exemple remarquable.

Dans le système de l'émission, au contraire, la marche

de chaque molécule lumineuse étant indépendante de celle des autres, le nombre des modifications diverses dont elles sont susceptibles paraît extrêmement borné. On peut ajouter un mouvement de rotation à celui de transmission ; mais voilà tout. Quant aux mouvemens oscillatoires, leur existence n'est concevable que dans des milieux qui les entretiendraient par une action inégale de leurs parties sur les divers côtés des molécules lumineuses, supposés doués de propriétés différentes. Dès que cette action cesse, les oscillations doivent cesser aussi ou se transformer en mouvemens de rotation. Ainsi le mouvement de rotation et la diversité des faces d'une même molécule lumineuse sont les seules ressources mécaniques de la théorie de l'émission pour représenter toutes les modifications permanentes de la lumière (1). Elles paraîtront bien insuffisantes, si l'on fait attention à la multitude de phénomènes qu'offre l'optique. On s'en convaincra davantage en lisant le *Traité de physique expérimentale et mathématique* de M. Biot, dans lequel sont développées avec beaucoup de détail et de clarté les principales conséquences du système de Newton. On y verra que, pour rendre compte des phénomènes, il faut accumuler sur chaque particule lumineuse un grand nombre de modifications diverses, souvent très-difficiles à concilier entre elles.

Suivant le système des ondulations, la variété infinie des rayons de diverses couleurs qui composent la lumière blanche, provient tout simplement de la différence de longueur des ondes lumineuses, comme les divers tons musicaux, de celle des ondes sonores. Dans la théorie newtonienne, on ne peut

---

(1) A moins qu'on ne suppose les molécules lumineuses susceptibles d'une sorte d'aimantation ou de modification interne résultant de la décomposition ou distribution inégale d'un fluide plus subtil renfermé dans chacune d'elles. Mais ce serait, à notre avis, abuser de l'analogie, que de supposer des phénomènes aussi compliqués dans les dernières molécules du fluide le plus subtil que l'on connaisse.

attribuer cette diversité de couleurs ou de sensations produites sur l'organe de la vue à des différences de masse ou de vitesse initiale des molécules lumineuses ; car il en résulterait que la dispersion devrait toujours être proportionnelle à la réfraction, et l'expérience prouve le contraire. Alors il faut *nécessairement* admettre que les molécules des rayons diversement colorés ne sont pas de même nature. Voilà donc autant de molécules lumineuses différentes qu'il y a de couleurs, de nuances diverses, dans le spectre solaire (1).

Après avoir expliqué la réflexion et la réfraction par l'action de forces répulsives et attractives émanant de la surface des corps, Newton, pour concevoir le phénomène des anneaux colorés, imagina, dans les molécules lumineuses, des accès

---

(1) Les géomètres, dans leurs recherches sur les vibrations des fluides élastiques, ont été conduits à cette conséquence, que les ondulations de diverses longueurs se propagent avec la même vitesse. Mais, en admettant ce résultat pour un fluide homogène, on ne doit pas en conclure que la même chose ait lieu lorsque ce fluide est interposé entre les particules d'un corps beaucoup plus dense et d'une élasticité toute différente. Il est très-possible que le retard apporté par ces obstacles dans la marche des ondes lumineuses varie avec leurs longueurs, comme avec la forme, la masse et les intervalles des particules du milieu. Et si la dispersion, le phénomène le plus irrégulier de l'optique, n'a point encore été expliquée dans la théorie des vibrations, on ne peut pas dire cependant qu'elle est en contradiction avec ce système. La théorie newtonienne n'en fait pas mieux connaître les lois ; elle suppose que les attractions que les corps exercent sur la lumière varient avec leur nature et suivant des rapports différens pour les diverses espèces de molécules lumineuses : mais peut-on appeler explication ce qui ne simplifie en rien la science et remplace les faits par un nombre égal d'hypothèses particulières ?

*Nota.* Depuis la rédaction de ce Mémoire, j'ai remarqué que, dans le cas même où l'on pourrait considérer le milieu vibrant comme homogène, pour simplifier l'hypothèse qui sert de base aux calculs, le résultat obtenu par les géomètres ne serait exact qu'autant que la sphère d'action réciproque des molécules du fluide élastique serait très-petite relativement à la longueur d'une ondulation. Dès que l'étendue de cette sphère d'activité n'est plus négligeable vis-à-vis la longueur d'ondulation, il n'est plus vrai de dire que les ondes de différentes longueurs ou largeurs se propagent avec la même vitesse. J'ai montré par un raisonnement très-simple, dans mon Mémoire sur la double réfraction, qu'alors les ondes étroites doivent se propager un peu moins vite que les ondes plus larges, conformément à ce qu'on observe dans le phénomène de la dispersion, considéré sous le point de vue de la théorie des ondes.

de facile réflexion et de facile transmission, revenant périodiquement à des intervalles égaux. Il était naturel de supposer que ces intervalles, comme la vitesse de la lumière, étaient toujours les mêmes dans les mêmes milieux, et que, par conséquent, sous des incidences plus obliques, le diamètre des anneaux devait diminuer, le chemin parcouru ayant augmenté. L'expérience apprend au contraire que le diamètre des anneaux augmente avec l'obliquité de l'incidence, et Newton fut obligé d'en conclure que les accès augmentaient alors de longueur, et dans un bien plus grand rapport que les chemins parcourus. Il devait s'attendre aussi à trouver les accès plus longs dans les milieux que la lumière traverse avec le plus de vitesse, qui, selon lui, sont les corps les plus denses; car il était naturel de supposer que leurs durées restaient isochrones dans les différens milieux. L'expérience lui prouva le contraire: il reconnut que l'épaisseur des lames d'air et d'eau, par exemple, qui réfléchissent la même teinte sous l'incidence perpendiculaire, est exactement dans le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction, pour le passage de la lumière de l'air dans l'eau; ce qui est précisément une des confirmations les plus frappantes de la théorie des ondulations. Il lui fallut donc supposer que la longueur des accès était en raison inverse de la vitesse de la lumière, ou, ce qui revient au même, que le temps de leur durée diminuait suivant le même rapport que le carré de sa vitesse augmentait.

Ainsi le système de l'émission suffit si peu à l'explication des phénomènes, que chaque phénomène nouveau nécessite une nouvelle hypothèse.

Si l'hypothèse des accès est déjà improbable par sa complication, elle le paraît bien davantage encore, lorsqu'on la suit dans ses conséquences.

Il faut d'abord remarquer qu'elle n'était pas seulement nécessaire à l'intelligence du phénomène des anneaux colorés,

dans le système de l'émission, mais qu'elle était encore indispensable pour expliquer comment une partie des molécules lumineuses qui arrivent à la surface d'un corps transparent, pénètre dans son intérieur, tandis que les autres sont repoussées et réfléchies. Comme les circonstances sont semblables et constantes de la part du milieu réfringent, il est clair qu'elles doivent être variables et différentes dans les molécules lumineuses, ou, en d'autres termes, que celles-ci doivent apporter avec celles certaines dispositions physiques en vertu desquelles elles sont tantôt attirées et tantôt repoussées par le même corps. La réflexion partielle de la lumière qui a déjà traversé une plaque diaphane, sur la surface d'une seconde plaque de même nature et semblablement inclinée, démontre que ces dispositions physiques ne restent pas constantes, mais varient dans la même molécule lumineuse; et les belles observations de Newton sur les anneaux colorés font connaître la périodicité de leurs variations. Il devient facile alors, à l'aide de ces hypothèses, d'expliquer pourquoi une partie des molécules lumineuses est réfléchie à la surface d'un corps transparent, tandis que les autres sont transmises; c'est que les premières se trouvent, à leur arrivée, dans un accès de facile réflexion, tandis que les autres sont dans un accès de facile transmission. Mais, en arrivant à la surface, toutes les molécules transmises ne sont pas au milieu ou au *maximum* de l'accès de facile transmission, comme toutes les molécules réfléchies ne sont pas au *maximum* de leur accès de facile réflexion. En raison de la multitude des chances, elles doivent se trouver à tous les différens degrés de ces deux sortes d'accès, et le nombre des molécules lumineuses qui, en cet instant, sont à un même période de l'accès de facile transmission, est beaucoup moindre nécessairement que celui des molécules lumineuses qui se trouvent à des périodes différens. Mais cette différence de leurs dispositions physiques, au moment où elles

sont réfractées, doit en apporter une dans l'intensité de la force attractive; car on a supposé que ces dispositions périodiques modifiaient l'action exercée par le corps réfringent, au point de changer souvent l'attraction en répulsion. Or, quelle que soit la fonction qui représente les modifications qu'éprouve l'action du milieu réfringent en raison des variations des dispositions physiques des molécules lumineuses, il est clair qu'elle ne peut point passer ainsi du positif au négatif, sans passer par zéro et tous les autres degrés intermédiaires. On ne peut donc supposer que toutes les molécules transmises soient attirées avec la même énergie; il faut admettre au contraire que cette énergie varie beaucoup en raison de la diversité de leurs dispositions physiques, et que le nombre des molécules pour lesquelles la force accélératrice se trouve sensiblement la même, est beaucoup moindre que le nombre de celles pour lesquelles elle est différente. Ainsi, puisque c'est l'intensité de la force attractive qui détermine la direction des rayons réfractés, ils devraient affecter des directions diverses: ce qui contredirait l'expérience; car on sait que, lorsque le milieu réfringent est bien diaphane, et sa surface parfaitement polie, il y a très-peu de lumière diffuse, c'est-à-dire, irrégulièrement réfractée, et que presque tous les rayons de même nature éprouvent exactement le même degré d'inflexion. Il me paraît donc très-difficile de concilier la régularité de la réfraction avec ces dispositions variables et périodiques des molécules lumineuses, qui, d'un autre côté, sont indispensables, dans le système de l'émission, pour expliquer comment une partie de la lumière incidente est réfléchie par un corps transparent, tandis que l'autre est transmise.

Non-seulement l'hypothèse des accès est improbable par sa complication, et difficile à concilier avec les faits dans ses conséquences, mais elle ne suffit pas même à l'explication du phénomène des anneaux colorés, pour lequel elle a été imaginée. Elle fait bien voir comment l'intensité de la lumière



réfléchi sur la seconde surface de la lame d'air dépend du chemin parcouru dans cette lame; mais elle n'explique pas les variations de la réflexion produite par la première surface : or l'expérience démontre que les parties obscures des anneaux ne résultent pas seulement de l'affaiblissement de la seconde réflexion, mais encore de celui de la première. Pour s'en convaincre, il suffit de placer un prisme sur une glace dont la surface inférieure a été noircie, de sorte que l'œil ne reçoive de lumière sensible que celle qui est réfléchi par les deux surfaces de la lame d'air comprise entre ces deux verres. Si on les dispose de façon que le prisme dépasse la glace, et que le point de contact se trouve vers l'extrémité de celle-ci, on pourra alors comparer aisément les anneaux obscurs à la partie de la base du prisme qui dépasse la glace, et n'envoie à l'œil que le produit d'une seule réflexion : or l'on verra, en se servant de lumière homogène, que cette partie du prisme est beaucoup plus éclairée que les anneaux obscurs, qui ne peuvent plus ainsi être considérés comme résultant seulement de la suppression de la réflexion inférieure, mais encore d'une diminution considérable de la réflexion supérieure, particulièrement dans les points les plus sombres du premier et du second anneau, où toute réflexion paraît éteinte, lorsque les verres sont bien polis, et que la lumière incidente est suffisamment simplifiée. Il est évident que, s'il n'en est pas de même des autres anneaux, cela tient uniquement au défaut d'homogénéité de la lumière. Mais, si l'on ne parvient pas à y produire un noir complet, on peut aisément, jusqu'au sixième ordre même, les rendre assez obscurs pour mettre en évidence l'affaiblissement de la réflexion supérieure.

Ce phénomène me paraît difficile à expliquer dans la théorie newtonienne. Dira-t-on que les molécules lumineuses, en arrivant à la surface du prisme, se trouvent attirées par la glace? On pourrait admettre à la rigueur cette hypothèse pour

la tache noire centrale, où le contact des deux verres est très-intime : mais il n'en est pas de même pour les anneaux obscurs qui l'entourent. Outre qu'il n'est pas probable que l'attraction des corps sur les molécules lumineuses s'exerce à des distances aussi sensibles, comment concevoir que le même verre qui les attire à une distance deux, les repousse à une distance trois, les attire à une distance quatre, et ainsi de suite ?

Il est bien plus naturel de supposer que ce phénomène résulte de l'influence que la lumière réfléchië à la seconde surface de la lame d'air exerce sur celle qui l'a été à la première, et que cette influence varie avec la différence des chemins parcourus. Ainsi les anneaux colorés conduisent au principe de l'influence mutuelle des rayons lumineux, comme les phénomènes de la diffraction, quoiqu'ils ne le démontrent pas avec la même évidence.

Dans la théorie des ondulations, ce principe est une conséquence de l'hypothèse fondamentale. On conçoit, en effet que, lorsque deux systèmes d'ondes lumineuses tendent à produire des mouvemens absolument opposés au même point de l'espace, ils doivent s'affaiblir mutuellement, et même se détruire complètement, si les deux impulsions sont égales, et que les oscillations doivent s'ajouter, au contraire, lorsqu'elles s'exécutent dans le même sens. L'intensité de la lumière dépendra donc des positions respectives des deux systèmes d'ondes, ou, ce qui revient au même, de la différence des chemins parcourus, quand ils émanent d'une source commune (1). Dans le

---

(1) A l'aide du principe des interférences, on explique aisément la loi des anneaux colorés, lorsque l'incidence est perpendiculaire; et, sans supposer que l'obliquité de la lame d'air apporte aucun changement dans la longueur des ondes lumineuses qui la traversent, on voit pourquoi le diamètre des anneaux augmente avec l'angle d'incidence. Ce principe conduit à une formule très-simple, qui représente fort bien le phénomène, excepté pour les grandes obliquités; du moins, dans ce cas, les résultats qu'elle donne diffèrent sensiblement des observations de Newton. Mais il est très-possible que cette différence entre la

cas contraire, les perturbations qu'éprouvent nécessairement les vibrations des deux points éclairans, et qui doivent se succéder avec une grande rapidité, n'ont plus lieu simultanément et de la même manière, puisqu'ils sont indépendans; en conséquence, les effets de l'influence des deux systèmes d'ondes qu'ils engendrent variant à chaque instant, l'œil ne peut plus les apercevoir (1).

Dans l'hypothèse de l'émission, on ne peut pas admettre d'influence mutuelle entre les molécules lumineuses; car leur indépendance est indispensable pour expliquer la régularité de leur marche: mais il semble qu'on pourrait se rendre compte des mêmes phénomènes, d'une manière analogue, en supposant que les vibrations du nerf optique, occasionnées par les chocs des molécules lumineuses sur la rétine, varient d'intensité, selon la manière dont ils se succèdent (2). On conçoit en effet que, lorsque deux molécules viennent frapper successivement le même point de la rétine, l'intensité de l'ébranlement qui en résulte, doit dépendre du rapport de la durée d'une vibration du nerf optique à l'intervalle de temps qui s'est écoulé entre les deux chocs; car le second peut affaiblir aussi bien qu'augmenter les vibrations produites par le premier, selon qu'il conspire avec elles, ou qu'il les contrarie. Mais cette hypothèse ne suffit pas; il faut encore admettre que les molécules lumineuses qui sont situées sur une même surface sphérique, ayant pour centre le point radieux, sont toutes parties en même temps de cette source commune, et que les

---

théorie et l'expérience tiennent à des modifications qu'éprouve la loi ordinaire de la réfraction, lorsque les rayons passent très-obliquement entre deux verres aussi rapprochés que ceux qui réfléchissent les anneaux colorés.

(1) On trouvera une explication plus détaillée de la théorie élémentaire du phénomène des interférences dans l'article *sur la lumière* du Supplément à la traduction française de la 5.<sup>e</sup> édition de la *Chimie* de Thomson par Riffault.

(2) Cette explication des phénomènes d'interférence, adaptée au système de l'émission, est due à M. Young.

diverses rangées qui se succèdent, sont lancées périodiquement à des intervalles égaux, comme si leur émission résultait de ses vibrations. Dans le système des ondulations, on ne peut aussi concevoir d'effets sensibles produits par l'influence mutuelle des rayons lumineux, qu'autant qu'ils partent d'une source commune; mais alors le départ simultané des rayons est une conséquence immédiate du système adopté, tandis qu'il exige une nouvelle hypothèse dans la théorie de l'émission. Dans celle des ondulations, la couleur des rayons lumineux, ou la sensation qu'ils produisent sur l'œil, dépendant de la durée des oscillations, ou de la longueur des ondes, il est évident que l'intervalle d'accord et de discordance entre ces vibrations, qui détermine les épaisseurs de la lame d'air aux points où se peignent les anneaux obscurs et brillans, doit varier avec l'espèce de lumière qu'on emploie. Dans le système de l'émission, où la diversité de couleur résulte de la différence de nature des molécules lumineuses, il faut supposer que les intervalles de départ des molécules lumineuses qui s'échappent d'une particule éclairante, ou, si l'on aime mieux, les vibrations de cette particule, varient avec la nature des molécules lumineuses qu'elle envoie, et qu'elles sont toujours les mêmes pour les molécules de même espèce. Cette dernière hypothèse paraît tout-à-fait gratuite, tant il est difficile d'en concevoir la raison. Cependant il serait indispensable de l'ajouter au système de l'émission, pour y introduire le principe si fécond des interférences.

La multiplicité et la complication des hypothèses n'est pas le seul défaut du système de l'émission. En admettant même toutes celles que je viens d'énoncer, je ferai voir, dans la suite de ce Mémoire, qu'on ne parviendrait pas à l'explication complète des phénomènes, et que la seule théorie des ondulations peut rendre compte de tous ceux que présente la diffraction de la lumière.

## DIFFRACTION DE LA LUMIÈRE.

SECTION I.<sup>re</sup>

DANS le système de l'émission, il semble que rien ne devrait être plus simple que le phénomène des ombres portées, sur-tout quand l'objet éclairant est réduit à un point lumineux; et cependant rien n'est plus compliqué. En supposant que la surface des corps possède une propriété répulsive capable de changer la direction des rayons lumineux qui en passent très-près, on doit s'attendre seulement à voir les ombres augmenter de largeur et se fondre un peu vers leur contour avec la partie éclairée. Cependant elles sont bordées de trois franges colorées très-distinctes, quand on se sert de lumière blanche, et d'un bien plus grand nombre encore de bandes obscures et brillantes, lorsque la lumière qu'on emploie est sensiblement homogène. Nous appellerons ces franges, *extérieures*, et nous donnerons le nom de *franges intérieures* à celles qu'on aperçoit au milieu des ombres étroites.

En adoptant la théorie newtonienne, la première idée qui se présente, c'est que les franges extérieures sont produites par une force alternativement attractive et répulsive, qui émane de la surface du corps. Je vais d'abord suivre cette hypothèse dans ses conséquences, et montrer qu'elle ne peut pas s'accorder avec l'expérience; mais auparavant je dois faire connaître le moyen d'observation que j'ai employé.

On sait que l'effet d'une loupe placée devant l'œil est de peindre fidèlement sur la rétine l'objet ou l'image qui se trouve à son foyer, du moins toutes les fois que la totalité des rayons qui composent l'image, vient tomber sur la surface de la loupe. On peut donc, au lieu de recevoir les franges sur un carton

blanc ou un verre dépoli, les observer directement avec une loupe, et on les verra telles qu'elles sont à son foyer. Il suffit de la tourner vers le point lumineux, en la plaçant entre son œil et le corps opaque, de manière que le point de réunion des rayons réfractés tombe au milieu de la pupille; ce qu'on reconnaît à l'illumination totale de la surface de la loupe. Ce procédé, très-préférable aux deux autres, en ce qu'il permet d'étudier commodément les phénomènes de la diffraction, même dans une lumière très-affaiblie, a encore l'avantage de donner le moyen de suivre les franges extérieures presque jusqu'à leur naissance. Avec une lentille de deux millimètres de foyer, et dans une lumière sensiblement homogène, en observant ces franges très-près de leur origine, mais de manière à pouvoir distinguer encore la bande obscure du cinquième ordre, l'intervalle qui la séparait du bord de l'ombre, que je comparais aux divisions d'un micromètre, me paraissait plus petit qu'un centième de millimètre et demi, et je voyais les trois premières franges comprises dans un espace qui n'excédait pas un centième de millimètre: en se servant d'une lentille plus convexe, on le diminuerait sans doute encore davantage. Ainsi l'on peut regarder les bandes obscures et brillantes comme partant du bord même du corps opaque, quand on ne pousse l'exactitude des mesures que jusqu'aux centièmes de millimètre, exactitude suffisante, et qu'on ne peut pas même dépasser, dès que les franges sont un peu larges, comme celles qu'on observe le plus ordinairement.

Cela posé, lorsqu'en mesurant les franges extérieures à la même distance de l'écran on le rapproche du point lumineux, on les voit s'élargir beaucoup. Cependant l'angle que font les rayons incidens qui passent par leur origine avec la tangente menée du point lumineux au bord de l'écran, doit être presque nul, puisqu'à leur naissance elles n'en sont pas éloignées de plus d'un centième de millimètre, et ses varia-

tions ne peuvent, en conséquence, avoir aucune influence sensible sur la largeur des franges : il faudrait donc admettre, pour expliquer cette dilatation, que la force répulsive augmente à mesure que le corps opaque se rapproche du point lumineux ; ce qui serait inconcevable, puisque l'intensité de cette force ne doit dépendre évidemment que de la distance à laquelle la molécule lumineuse passe du corps opaque, de l'étendue et de la forme de la surface de ce corps, de sa densité, de sa masse ou de sa nature, et que, par hypothèse, toutes ces choses restent constantes.

Mais, en supposant même que les origines des bandes obscures et brillantes soient beaucoup plus éloignées des bords de l'écran, ce qui paraîtrait expliquer l'accroissement de leur divergence, à mesure qu'il se rapproche du point lumineux, il est impossible d'accorder les résultats de l'expérience avec la formule déduite de l'hypothèse que nous discutons.

Le tableau suivant présente les intervalles entre le point le plus sombre de la bande obscure du quatrième ordre, et le bord de l'ombre géométrique (1), pour différentes distances du corps opaque au point lumineux. Ces mesures ont été prises avec un micromètre composé d'une lentille portant à son foyer un fil de soie, et d'une vis micrométrique qui la fait marcher. À l'aide d'un cadran divisé en cent parties, que parcourt une aiguille fixée à la vis, on peut évaluer le déplacement du fil de soie à un centième de millimètre près.

Ces expériences ont été faites dans une lumière rouge, sensiblement homogène, obtenue au moyen d'un verre coloré, qui a la propriété de ne laisser passer que les rayons rouges et une petite partie des rayons orangés. On aurait pu obtenir

---

(1) J'appelle *ombre géométrique* l'espace compris entre les lignes droites menées par le point lumineux tangentiellement aux bords de l'écran ; ce serait l'ombre qu'il projetterait, si la lumière n'éprouvait aucune inflexion.

une lumière plus homogène avec un prisme; mais on n'aurait pas été aussi sûr de son identité dans les diverses observations, condition la plus essentielle à remplir.

NUMÉROS des observations.	DISTANCE du point lumineux au corps opaque.	DISTANCE du corps opaque au micromètre.	INTERVALLE compris entre le bord de l'ombre géométrique et le milieu de la bande obscure du quatrième ordre.
1.	m. 0,1000.	m. 0,7985.	mm. 5,96.
2.	0,510.	1,005.	3,84.
3.	1,011.	0,996.	3,12.
4.	2,008.	0,999.	2,71.
5.	3,018.	1,003.	2,56.
6.	4,507.	1,018.	2,49.
7.	6,007.	0,999.	2,40.

En représentant par  $a$  et  $b$  les distances respectives du corps opaque au point lumineux et au micromètre, par  $d$  la distance du bord de ce corps à l'origine de la bande obscure du quatrième ordre, et par  $r$  la tangente du petit angle d'inflexion résultant de l'action de la force répulsive, on a pour l'expression de l'intervalle compris entre le bord de l'ombre géométrique et le point le plus sombre de la bande obscure,  $b r + \frac{d(a+b)}{a}$ . Or,  $r$  et  $d$  restant toujours les mêmes, quelles que soient les distances respectives du point lumineux, du corps opaque et du micromètre, deux observations suffisent pour déterminer leur valeur. En combinant la première et la



dernière, on trouve  $d = 0^{\text{mm}}, 5019$  et  $r = 1,8164$  : ainsi il faudrait supposer qu'à son origine la bande obscure du quatrième ordre est éloignée d'un demi-millimètre du bord du corps opaque. En substituant ces valeurs dans la formule, et l'appliquant aux observations intermédiaires, on obtient les nombres suivans, dont plusieurs diffèrent beaucoup, comme on voit, des résultats de l'expérience.

NUMÉROS des observa- tions.	DISTANCE du point lumineux au corps opaque.	DISTANCE du corps opaque au micromètre.	INTERVALLE compris entre le bord de l'ombre géométrique et le point le plus sombre de la quatrième bande,		DIF- FÉRENCES.
			d'après l'observation.	d'après la formule $br + \frac{d(a+b)}{a}$	
1.	m. 0,1000.	m. 0,7985.	mm. 5,96.		
2.	0,510.	1,005.	3,84.	mm. 3,32.	mm. — 0,52.
3.	1,011.	0,996.	3,12.	2,81.	— 0,31.
4.	2,008.	0,999.	2,71.	2,57.	— 0,14.
5.	3,018.	1,003.	2,56.	2,49.	— 0,07.
6.	4,507.	1,018.	2,49.	2,46.	— 0,03.
7.	6,007.	0,999.	2,40.		

En attribuant la formation des franges à des dilatations et condensations alternatives des rayons qui passent dans le voisinage du corps opaque, on est encore conduit à une autre conséquence contraire aux faits ; c'est que les centres des bandes obscures et brillantes devraient se propager suivant des lignes

$xy^*$

droites, qui seraient les axes des faisceaux dilatés ou condensés. Or l'expérience démontre que leurs trajectoires sont des hyperboles dont la courbure devient très-sensible pour les franges extérieures, dès que le corps qui porte ombre est suffisamment éloigné du point lumineux.

L'écran étant à  $3^m,018$  du point lumineux, j'ai mesuré successivement l'écartement du point le plus sombre de la bande obscure du troisième ordre, d'abord à  $0^m,0017$  de l'écran, ensuite à  $1^m,003$ , enfin à  $3^m,995$ , et j'ai trouvé pour sa distance au bord de l'ombre géométrique : 1.°  $0^{mm},08$ ; 2.°  $2^{mm},20$ ; 3.°  $5^{mm},83$ . Si l'on joint par une ligne droite les deux points extrêmes, on trouvera, pour l'ordonnée qui répond au point intermédiaire,  $1^{mm},52$ , au lieu de  $2^{mm},20$ , et la différence est de  $0^{mm},68$ , c'est-à-dire, une fois et demie environ l'intervalle compris entre les milieux des bandes du troisième ordre et du second; car cet intervalle à  $1^m,003$  du corps opaque n'était que de  $0^{mm},42$ : ainsi il est bien évident que la différence de  $0^{mm},68$  ne peut pas être attribuée à une inexactitude résultant du vague des franges dans cette observation. On ne pourrait pas l'expliquer davantage en supposant une inexactitude dans l'observation faite à  $3^m,995$  du corps opaque. A la vérité, les franges étant plus larges, les mesures ont dû avoir moins de précision; mais d'abord, en les prenant plusieurs fois, je n'ai remarqué que des variations de trois ou quatre centièmes de millimètre au plus. D'ailleurs, en supposant même qu'il y eût une erreur d'un demi-millimètre sur cette mesure, il n'en résulterait qu'une différence de  $0^{mm},13$ , à la distance de  $1^m,003$ ; ainsi cette expérience démontre complètement que les franges extérieures suivent des lignes courbes, dont la convexité est tournée en dehors.

Le tableau suivant présente ces trajectoires rapportées à leurs cordes pour différentes séries d'observations dans chacune desquelles la distance du corps opaque au point lumi-

neux restait constante. J'ai supposé d'abord pour la quatrième série, que la corde joignait les deux observations extrêmes, et je l'ai fait partir ensuite du bord même du corps opaque, dont les franges s'écartent fort peu à leur origine, comme on l'a vu précédemment. Dans les autres séries, la corde joint aussi le bord du corps opaque, et le point qui en est le plus éloigné.

DISTANCE du point lumineux au corps opaque, ou valeur de <i>a</i> .	DISTANCE du corps opaque au micromètre, ou valeur de <i>b</i> .	ORDONNÉES DES TRAJECTOIRES des bandes obscures rapportées à leurs cordes.				
		1. <sup>er</sup> ordre.	2. <sup>e</sup> ordre.	3. <sup>e</sup> ordre.	4. <sup>e</sup> ordre.	5. <sup>e</sup> ordre.
m. 0,510.	m. 0.	mm. 0.	mm. 0.	mm. 0.	mm. 0.	mm. 0.
	0,110.	0,19.	0,29.	0,35.	0,40.	0,44.
	0,501. 1,005.	0,14. 0.	0,21. 0.	0,25. 0.	0,30. 0.	0,34. 0.
1,011.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
	0,116.	0,23.	0,35.	0,42.	0,49.	0,55.
	0,502. 0,996. 2,010.	0,27. 0,21. 0.	0,40. 0,30. 0.	0,51. 0,38. 0.	0,57. 0,42. 0.	0,63. 0,49. 0.
2,008.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
	0,118.	0,26.	0,38.	0,47.	0,54.	0,60.
	0,999. 2,998.	0,34. 0.	0,48. 0.	0,60. 0.	0,68. 0.	0,76. 0.
3,018.	0,0017.	0.	0.	0.	0.	0.
	0,253.	0,30.	0,45.	0,56.	0.	0.
	0,500.	0,38.	0,53.	0,65.	0.	0.
	1,003.	0,38.	0,56.	0,68.	0.	0.
	1,998.	0,31.	0,45.	0,54.	0.	0.
	3,002. 3,995.	0,17. 0.	0,23. 0.	0,28. 0.	0. 0.	0. 0.

4.<sup>e</sup> SÉRIE  
rapportée à la corde qui joint les observations extrêmes.

DISTANCE du point lumineux au corps opaque, ou valeur de <i>a</i> .	DISTANCE du corps opaque au micromètre, ou valeur de <i>b</i> .	ORDONNÉES DES TRAJECTOIRES des bandes obscures rapportées à leurs cordes.				
		1. <sup>er</sup> ordre.	2. <sup>e</sup> ordre.	3. <sup>e</sup> ordre.	4. <sup>e</sup> ordre.	5. <sup>e</sup> ordre.
4. <sup>e</sup> SÉRIE. rapportée à la corde qui part du bord du corps opaque.						
m. 3,018.	m.	mm.	mm.	mm.	mm.	mm.
	0.	0.	0.	0.	0.	0.
	0,0017.	0,04.	0,06.	0,08.	#	#
	0,253.	0,34.	0,50.	0,63.	0,73.	0,83.
	0,500.	0,41.	0,58.	0,72.	0,85.	0,94.
	1,003.	0,41.	0,60.	0,74.	0,87.	0,97.
	1,998.	0,32.	0,48.	0,57.	0,67.	0,75.
3,002.	0,18.	0,25.	0,30.	0,38.	0,39.	
3,995.	0.	0.	0.	0.	0.	
5. <sup>e</sup> SÉRIE.						
4,507.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
	0,131.	0,27.	0,40.	0,50.	0,58.	0,66.
	1,018.	0,32.	0,48.	0,59.	0,71.	0,81.
	2,506.	0.	0.	0.	0.	0.
6. <sup>e</sup> SÉRIE.						
6,007.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
	0,117.	0,23.	0,33.	0,42.	0,49.	0,53.
	0,999.	0.	0.	0.	0.	0.

On voit donc que l'hypothèse de condensations et dilata-tions produites par l'action des corps sur les rayons lumineux est insuffisante pour expliquer les phénomènes de la diffraction. A l'aide du principe des *interférences* au contraire, on peut concevoir non-seulement les variations de largeur que les franges extérieures éprouvent lorsqu'on rapproche ou qu'on éloigne l'écran du point lumineux, mais encore la marche curviligne de leurs bandes obscures et brillantes. La loi des

interférences, ou de l'influence mutuelle des rayons lumineux, est une conséquence immédiate du système des ondes; d'ailleurs elle est démontrée ou confirmée par tant d'expériences diverses, que c'est actuellement un des principes de l'optique les plus incontestables.

Grimaldi a reconnu le premier l'action que les rayons lumineux exercent les uns sur les autres. Dans ces derniers temps, le célèbre docteur Thomas Young a prouvé, par une expérience simple et ingénieuse, que les franges intérieures résultent de la rencontre des rayons infléchis de chaque côté du corps opaque, en interceptant avec un écran un des deux faisceaux lumineux; ce qui fait toujours évanouir complètement les franges intérieures, quelles que soient la forme, la masse et la nature de l'écran, et soit qu'on intercepte le faisceau lumineux avant ou après son immersion dans l'ombre.

On produit des franges plus vives et plus tranchées, en faisant, dans un carton ou une feuille métallique, deux fentes parallèles très-fines et suffisamment rapprochées, et plaçant cet écran ainsi percé devant un point lumineux; alors, si on en observe l'ombre avec une loupe placée entre le corps opaque et l'œil, on voit un grand nombre de franges colorées bien distinctes, lorsque la lumière arrive par les deux ouvertures à-la-fois, et qui disparaissent dès que la lumière d'une des fentes est interceptée.

Quand on fait concourir sous un très-petit angle deux faisceaux lumineux, provenant toujours d'une source commune, et régulièrement réfléchis par deux miroirs métalliques, on obtient encore des franges semblables, et dont les couleurs sont même plus pures et plus brillantes. Pour les produire, il faut avoir grand soin que dans l'endroit où se touchent les deux miroirs, ou du moins dans une partie des arêtes en contact, la surface de l'un ne dépasse pas sensiblement celle de l'autre, afin que la différence des chemins parcourus soit très-petite

pour les rayons réfléchis qui se réunissent sur la portion commune des deux champs lumineux (1). Je remarquerai en passant que la théorie seule des interférences pouvait donner l'idée de cette expérience, et qu'une telle expérience exigeait des précautions assez délicates et des tâtonnemens assez longs, pour qu'il fût presque impossible que le hasard y conduisît.

Si l'on enlève un des miroirs, ou qu'on intercepte la lumière qu'il réfléchit, soit avant soit après la réflexion, on fait disparaître les franges, comme dans les cas précédens. Ce qui prouve bien encore que ces franges sont produites par le concours des deux faisceaux lumineux, et non par l'action des bords des miroirs, c'est qu'elles sont toujours perpendiculaires à la ligne qui joint les deux images du point lumineux, quelle que soit son inclinaison par rapport à ces bords, du moins dans l'étendue du champ commun des deux faisceaux régulièrement réfléchis (2).

Les franges qu'on observe dans l'intérieur de l'ombre d'un corps étroit, ou celles qu'on obtient avec deux miroirs, résultant évidemment de l'influence mutuelle des rayons lumineux,

(1) Dans la lumière blanche, et même dans une lumière aussi homogène que possible, on n'aperçoit jamais qu'un nombre de franges assez limité, parce que, la lumière parvenue au plus grand degré de simplicité qu'on puisse atteindre sans en diminuer trop l'intensité, étant encore composée de rayons hétérogènes, les bandes obscures et brillantes qu'ils produisent et qui n'ont pas la même largeur, empiètent les unes sur les autres à mesure qu'elles s'éloignent de celles du premier ordre, et finissent par s'effacer complètement; c'est pourquoi l'on n'aperçoit plus de franges dès que la différence des chemins parcourus devient un peu sensible.

On peut consulter, sur les détails de cette expérience et de son explication par le principe des interférences, l'article *sur la lumière* du Supplément à la traduction française de la *Chimie* de Thomson, que nous avons déjà cité.

(2) Lorsque les franges se prolongent au-delà, leurs parties extérieures résultant du concours des rayons régulièrement réfléchis par un des miroirs et des rayons infléchis près du bord de l'autre, leur direction doit être différente. En observant le phénomène avec attention, on voit que, dans un cas comme dans l'autre, la forme et la position des franges sont toujours d'accord avec la théorie des interférences.

L'analogie indique qu'il doit en être de même pour les franges extérieures qui bordent les ombres des corps éclairés par un point lumineux. La première hypothèse qui se présente à la pensée, c'est qu'elles sont produites par la rencontre des rayons directs et des rayons réfléchis sur les bords du corps opaque, tandis que les franges intérieures résultent de l'action réciproque des rayons infléchis dans l'ombre, des deux côtés du corps opaque, ces rayons infléchis partant également de sa surface, ou de points infiniment voisins. Telle paraît être l'opinion de M. Young, et c'est aussi celle que j'avais adoptée d'abord, avant qu'un examen plus approfondi des phénomènes m'en eût fait reconnaître l'inexactitude. Je vais néanmoins la suivre dans ses conséquences et rappeler les formules que j'en avais déduites, pour faciliter la comparaison de cette théorie avec celle que je lui ai substituée.

Soit  $R$  (*fig. 1*) le point radieux,  $A A'$  le corps opaque,  $F T'$  le carton blanc sur lequel on reçoit son ombre, ou le plan focal de la loupe avec laquelle on observe les franges.  $R T$  et  $R T'$  sont les rayons tangens au bord du corps opaque, et  $T$  et  $T'$  les limites de l'ombre géométrique. Je représente par  $a$  la distance  $R B$  du point lumineux au corps opaque, par  $b$  la distance  $B C$  de ce corps au carton, et par  $c$  sa largeur  $A A'$ , que je suppose assez petite relativement aux distances  $a$  et  $b$ , pour qu'on puisse indifféremment mesurer la largeur des franges dans un plan perpendiculaire à  $R T$ , ou à la ligne  $R C$  qui passe par le milieu de l'ombre.

Cela posé, occupons-nous d'abord des franges extérieures. Soit  $F$  un point pris sur le carton en dehors de l'ombre: la différence des chemins parcourus par les rayons directs et les rayons réfléchis sur le bord du corps opaque qui concourent en ce point, est  $R A + A F - R F$ . Représentant  $F T$  par  $x$ , réduisant en séries les valeurs de  $R F$ ,  $A R$  et  $A F$ , en négligeant tous les termes multipliés par une puissance de  $x$

ou de  $c$  plus élevée que le carré, à cause de la petitesse de ces quantités par rapport aux distances  $a$  et  $b$ ; les termes qui contiennent  $c$  se détruisent mutuellement, et l'on trouve, pour la différence des chemins parcourus,

$$d = \frac{a}{2b(a+b)} \cdot x^2,$$

d'où l'on tire

$$x = \sqrt{\frac{2db(a+b)}{a}}.$$

Si l'on représente par  $\lambda$  la longueur d'une onde lumineuse, c'est-à-dire, l'intervalle compris entre deux points de l'éther où les mêmes oscillations s'exécutent simultanément et dans le même sens,  $\frac{1}{2}\lambda$  sera l'intervalle compris entre les molécules éthérées dont les vitesses sont aussi pareilles au même instant, mais dirigées en sens contraires. Ainsi deux systèmes d'ondes séparés par un intervalle égal à  $\lambda$  s'accorderont parfaitement dans leurs vibrations; ils se contrarieront complètement lorsque l'intervalle des points correspondans sera égal à  $\frac{1}{2}\lambda$ . En conséquence, d'après la formule ci-dessus, la valeur de  $x$  qui correspond au point le plus sombre de la bande obscure du premier ordre, devrait être  $\sqrt{\frac{\lambda b(a+b)}{a}}$ . Mais il résulte au contraire de l'observation, que c'est à peu près l'endroit le plus brillant de la première frange. D'après la même théorie, le bord de l'ombre géométrique, où la différence des chemins parcourus est nulle, devrait être plus brillant que le reste de la frange, et c'est précisément le point le plus sombre en dehors de l'ombre géométrique. En général, la position des bandes obscures et brillantes déduite de cette formule est presque exactement inverse de celle que donne l'expérience. C'est là la première difficulté que présente cette théorie. Pour la lever, il faut supposer que les rayons réfléchis sur le bord de l'écran éprouvent un retard d'une demi-ondulation; alors



on doit ajouter  $\frac{1}{2} \lambda$  à la différence  $d$  des chemins parcourus, et la formule générale devient

$$x = \sqrt{\frac{(2d + \lambda)b(a+b)}{a}}$$

En substituant successivement à la place de  $d$  dans cette formule,  $\frac{1}{2} \lambda, \frac{3}{2} \lambda, \frac{5}{2} \lambda, \frac{7}{2} \lambda, \&c.$ , on a, pour les valeurs de  $x$  qui répondent aux bandes obscures du premier ordre, du deuxième, du troisième, du quatrième, &c.

$$\sqrt{\frac{2\lambda b(a+b)}{a}}, \sqrt{\frac{4\lambda b(a+b)}{a}}, \sqrt{\frac{6\lambda b(a+b)}{a}}, \sqrt{\frac{8\lambda b(a+b)}{a}}, \&c.$$

Ces formules paraissent s'accorder assez bien avec l'observation; cependant on reconnaît par des mesures très-précises que les rapports qu'elles établissent entre les largeurs des franges ne sont pas tout-à-fait exacts, comme nous le verrons bientôt.

Je passe maintenant aux franges intérieures formées dans l'ombre par le concours des deux faisceaux lumineux infléchis en  $A$  et  $A'$ .

Soit  $M$  un point quelconque pris dans l'intérieur de l'ombre: l'intensité de la lumière en ce point dépend du degré d'accord ou de discordance entre les vibrations des rayons  $AM$  et  $A'M$  qui s'y réunissent, ou de la différence des chemins parcourus  $A'M - AM$ . Je représente par  $x$  la distance  $MC$  du point  $M$  au milieu de l'ombre, et par  $d$  la différence entre les chemins parcourus, et je trouve

$$d = \sqrt{b^2 + (\frac{1}{2}c + x)^2} - \sqrt{b^2 + (\frac{1}{2}c - x)^2},$$

où, développant les radicaux en séries, et négligeant les puissances supérieures de  $x$ , à cause de la petitesse de cette quantité par rapport à  $b$ , on a

$$d = \frac{cx}{b};$$

d'où  $x = \frac{bd}{c}$ .

En substituant successivement à la place de  $d$  dans cette formule,  $\frac{1}{2}\lambda$ ,  $\frac{3}{2}\lambda$ ,  $\frac{5}{2}\lambda$ ,  $\frac{7}{2}\lambda$ , &c., on a, pour les valeurs de  $x$  qui répondent aux bandes obscures du premier ordre, du deuxième, du troisième, du quatrième, &c.,

$$\frac{b\lambda}{2c}, \frac{3b\lambda}{2c}, \frac{5b\lambda}{2c}, \frac{7b\lambda}{2c},$$

et par conséquent, pour l'intervalle compris entre les milieux de deux bandes obscures consécutives,  $\frac{b\lambda}{c}$ .

L'expression générale d'un nombre  $n$  quelconque de ces intervalles est donc  $\frac{n b \lambda}{c}$ .

Tant que les bandes extrêmes sont suffisamment éloignées des bords de l'ombre, cette formule s'accorde assez bien avec l'observation; mais, lorsqu'elles s'en approchent beaucoup, ou les dépassent, on reconnaît une petite différence entre leur position réelle et celle qui se déduit de la formule. En général, ce calcul donne toujours des largeurs un peu plus grandes que l'observation. J'en ferai voir la raison en exposant la véritable théorie de la diffraction.

Il résulte aussi de cette formule, que la largeur des franges intérieures devrait être entièrement indépendante de la distance  $a$  du point lumineux au corps opaque: mais cette loi n'est pas parfaitement d'accord avec l'expérience, sur-tout lorsque les franges occupent toute la largeur de l'ombre; alors leur position varie sensiblement avec la distance  $a$ .

D'après la formule  $\sqrt{\frac{2n\lambda b(a+b)}{a}}$ , que nous venons de trouver pour les franges extérieures, leur position dépend de  $a$  aussi-bien que de  $b$ . L'expérience démontre en effet que leur largeur augmente ou diminue selon que le corps opaque est plus ou moins rapproché du point lumineux, et les rapports entre les différentes largeurs d'une même frange, déduits de la

formule, sont précisément ceux que donne l'observation. Mais la conséquence la plus remarquable de cette formule, c'est que,  $a$  restant constant, la distance de la bande obscure ou brillante que l'on considère au bord de l'ombre géométrique, n'est pas proportionnelle à  $b$ , comme pour les franges intérieures; en sorte que cette bande ne parcourt point, comme celles-ci, une ligne droite, mais une hyperbole dont la courbure doit être sensible. C'est aussi ce que l'expérience confirme, ainsi qu'on l'a vu par les observations rapportées plus haut.

En considérant l'accord frappant de ces formules avec l'expérience, il était naturel de les regarder comme l'expression fidèle de la loi des phénomènes, et d'attribuer les petites différences entre le calcul et les observations aux inexactitudes inséparables de mesures aussi délicates (1). Mais, lorsqu'on examine attentivement l'hypothèse sur laquelle elles reposent, et qu'on la suit dans ses conséquences, on reconnaît qu'elle est en contradiction avec les faits.

Si les franges qui bordent les ombres résultaient effectivement du concours des rayons directs et des rayons réfléchis sur le bord de l'écran, leur intensité dépendrait nécessairement

---

(1) Il paraîtrait au premier abord qu'on pourrait adapter cette théorie au système de l'émission, en y introduisant le principe des interférences, comme je l'ai indiqué plus haut. Mais, outre la complication des hypothèses fondamentales et le peu de probabilité de quelques-unes, ce principe conduirait, ce me semble, à des conséquences contraires au système de l'émission.

M. Arago a remarqué que l'interposition d'une lame mince transparente sur les bords d'un corps opaque assez étroit pour produire des franges dans l'intérieur de son ombre, déplaçait ces franges et les portait du côté de l'écran transparent. Or il résulte de ce phénomène, en adoptant le principe des interférences, que les rayons qui ont traversé la lame ont été retardés dans leur marche, puisque les mêmes franges, dans tous les cas, doivent répondre à des intervalles égaux entre les instans d'arrivée des rayons. Cette conséquence, qui confirme si bien le système des ondulations, est en opposition manifeste avec celui de l'émission, où l'on est obligé d'admettre que la lumière marche plus vite dans les corps denses que dans les milieux rares.

On ne peut éviter cette objection qu'en substituant la différence des accès des molécules lumineuses à leur différence de marche; mais on perdrait ainsi

de l'étendue et de la courbure de sa surface, et les franges produites par le dos d'un rasoir, par exemple, devraient être beaucoup plus apparentes que celles qui partent du fil; or, quand on les observe avec une loupe, à une distance de quelques centimètres seulement, on n'aperçoit entre elles aucune différence sensible d'intensité. Pour faciliter cette comparaison, on peut se servir d'une plaque d'acier qui présente à-la-fois sur le même bord une partie arrondie et une partie tranchante, dont les arêtes extrêmes soient sur le prolongement l'une de l'autre. Alors on pourra s'assurer aisément que les franges ont la même intensité dans toute leur étendue.

On sait que, sous des incidences très-obliques, des surfaces mates réfléchissent presque aussi bien la lumière que les miroirs les mieux polis; la raison en est facile à donner dans le système de l'émission et dans celui des ondulations. Mais, si l'on conçoit que de grandes obliquités doivent faire disparaître la différence de poli, on ne voit pas comment l'intensité de la lumière réfléchie pourrait devenir indépendante du degré de courbure de la surface réfléchissante; car il est clair que plus son rayon de courbure sera petit, et plus les rayons réfléchis devront diverger, quelle que soit d'ailleurs leur obliquité relativement à la surface.

Je me suis encore assuré, par une autre expérience bien

---

tous les avantages du principe des interférences, en remplaçant une idée nette par une idée vague, une explication satisfaisante par une autre qui ne facilite pas l'intelligence des phénomènes. Car on conçoit bien comment deux molécules lumineuses qui viennent frapper le même point de la rétine, produisent des sensations plus ou moins vives, selon l'intervalle de temps qui sépare ces deux chocs consécutifs, en raison des accords ou des discordances qui en résultent entre les vibrations qu'ils tendent à produire dans le nerf optique; tandis qu'on ne voit pas aussi clairement, à beaucoup près, ce qui peut résulter de la différence d'accès des deux molécules lumineuses, et comment, en frappant simultanément le nerf optique, elles ne produisent plus aucun effet dès qu'elles sont dans des accès contraires, quoiqu'il y ait d'ailleurs un accord parfait entre leurs chocs mécaniques.

simple, de l'inexactitude de l'hypothèse que j'avais adoptée d'abord, et que je combats actuellement. Ayant découpé une feuille de cuivre dans la forme représentée par la *figure 2*, je la plaçai devant un point lumineux, à quatre mètres de distance environ, dans une chambre obscure, et j'examinai son ombre avec une loupe. Or, voici ce que j'observai, en m'en éloignant graduellement. Lorsque les larges franges produites par chacune des ouvertures très-étroites  $CEE'C'$  et  $FFF'D'$  étaient sorties, en se dilatant, de l'ombre géométrique de  $CDEF$ , qui ne recevait plus alors qu'une lumière sensiblement blanche de chaque fente en particulier, les franges intérieures provenant de la rencontre des deux faisceaux de lumière présentaient des couleurs beaucoup plus vives et plus pures que celles des franges intérieures de l'ombre de  $ABDC$ , et avaient en même temps plus d'éclat. En m'éloignant davantage, je voyais la lumière diminuer dans toute l'étendue de l'ombre de  $ABFE$ , mais plus rapidement derrière  $EFD C$  que dans la partie supérieure; en sorte qu'il y avait un instant où l'intensité de la lumière paraissait la même de haut en bas, après lequel les franges devenaient plus obscures dans la partie inférieure (1), quoique leurs couleurs fussent toujours beaucoup plus pures.

S'il n'y avait de lumière infléchie que celle qui a rasé les bords mêmes du corps opaque, les franges de la partie supérieure devraient être plus nettes que celles de la partie inférieure, et présenter des couleurs plus pures; car les premières proviendraient du concours de deux systèmes d'ondes ayant leurs centres sur les deux côtés  $AC$  et  $BD$ , tandis que les autres seraient formées par le concours de quatre systèmes

---

(1) Pour que cette différence d'obscurité entre les deux parties de l'ombre puisse être bien prononcée, il faut que les fentes  $CE$  et  $DF$  soient très-étroites par rapport à l'intervalle qui les sépare, et que la feuille de cuivre soit suffisamment éloignée du point lumineux.

d'ondes ayant leurs centres sur les bords  $C'E'$ ,  $CE$ ,  $DF$ ,  $D'F'$ ; ce qui diminuerait nécessairement la différence d'intensité des bandes obscures et brillantes dans la lumière homogène, ou la pureté des couleurs dans la lumière blanche, puisque les franges produites par les rayons réfléchis et infléchis sur  $C'E'$  et  $DF$  ne coïncideraient pas parfaitement avec celles qui proviendraient du concours des rayons partis de  $CE$  et de  $D'F'$ : or, comme je viens de le dire, l'expérience présente le contraire. On pourrait expliquer, dans la même hypothèse, comment il se fait que l'ombre de  $E C D F$  est mieux éclairée que celle de  $A B D C$ , par la double source de lumière que fournissent les deux bords de chaque fente; mais il résulterait de cette explication même, que la partie inférieure devrait toujours conserver sa supériorité d'éclat, et nous venons de voir qu'il n'en est pas ainsi.

Il résulte des expériences que je viens de rapporter, qu'on ne peut pas attribuer les phénomènes de la diffraction aux seuls rayons qui touchent les bords des corps, et qu'il faut admettre qu'une infinité d'autres rayons séparés de ces corps par des intervalles sensibles se trouvent néanmoins écartés de leur première direction, et concourent aussi à la formation des franges.

La dilatation qu'éprouve un faisceau lumineux en passant par une ouverture très-étroite, démontre d'une manière encore plus directe, que l'inflexion de la lumière s'étend à une distance sensible des bords du diaphragme. C'est en réfléchissant sur ce phénomène que j'ai reconnu l'erreur dans laquelle j'étais tombé d'abord. Lorsqu'on rapproche beaucoup l'une de l'autre deux lames opaques placées devant un point lumineux dans une chambre obscure, on voit l'espace éclairé par l'ouverture qui les sépare, s'élargir considérablement. Ce sont les deux couteaux de Newton. Je suppose que, comme dans son expérience, les bords de l'ouverture soient tranchans et parfaite-

ment affilés : non que cela influe sur le phénomène, mais seulement pour rendre plus évidente la conséquence qu'on doit en tirer. La petite quantité de rayons qui ont touché les tranchans, étant répandue dans un espace aussi étendu, ne pourrait produire qu'une lumière insensible, ou du moins extrêmement faible, et au milieu de laquelle on devrait distinguer une bande brillante tracée par le pinceau des rayons directs. Il n'en est pas ainsi cependant, et la teinte blanche paraît d'une intensité à peu près uniforme dans un espace beaucoup plus grand que la projection de l'ouverture (1); elle s'affaiblit ensuite, mais par degrés, jusqu'aux bandes obscures du premier ordre. C'était sans doute pour rendre raison de la quantité considérable de lumière infléchie que Newton avait supposé que l'action des corps sur les rayons lumineux s'étendait à des distances très-sensibles. Mais cette hypothèse ne peut soutenir un examen approfondi.

Si la dilatation d'un faisceau lumineux qui passe à travers une ouverture étroite était occasionnée par des forces attractives ou répulsives émanant des bords de l'ouverture, l'intensité de ces forces, et par conséquent leur action sur la lumière, devraient varier *nécessairement* avec la nature, la masse et la surface des bords de l'écran. Toute force produite par un corps, qui agit à une distance sensible, prenant sa source dans une étendue sensible de sa masse ou de sa surface, dépend des positions relatives et de la quantité de particules que le corps présente dans cette sphère d'activité, ou, ce qui revient au même, de la forme de sa surface. Si donc le phénomène dont il s'agit provenait de l'action de pareilles forces,

---

(1) L'espace éclairé est d'autant plus grand par rapport à la projection conique de l'ouverture, qu'on éloigne davantage du diaphragme le carton blanc sur lequel on reçoit son ombre, et que ce diaphragme est lui-même plus éloigné du point lumineux; de telle sorte qu'en augmentant suffisamment ces deux distances, on pourrait obtenir le même effet avec une ouverture d'une largeur quelconque.

on devrait, en opposant un corps arrondi à un tranchant, voir les rayons lumineux s'infléchir plus d'un côté que de l'autre : or c'est ce qui n'a pas lieu, comme je m'en suis assuré par une expérience fort simple. J'ai fait passer un faisceau lumineux entre deux plaques d'acier très-rapprochées, dont les bords verticaux, bien dressés sur toute leur longueur, étaient tranchans dans une partie et arrondis dans une autre, et disposés de telle sorte que le bord arrondi d'une des plaques répondait au tranchant de l'autre, et réciproquement. Il en résultait que le tranchant, se trouvant à droite, par exemple, dans la partie supérieure de l'ouverture, était à gauche dans sa partie inférieure. Par conséquent, pour peu que la différence d'action des deux bords eût porté les rayons plus d'un côté que de l'autre, je m'en serais aperçu aux positions relatives des parties supérieure et inférieure de l'intervalle clair du milieu, et sur-tout à celles des franges qui l'accompagnent, qui se seraient brisées vis-à-vis du point de passage des tranchans aux bords arrondis. Mais, en les observant attentivement, j'ai remarqué qu'elles étaient parfaitement droites sur toute leur longueur, ainsi que l'intervalle brillant du milieu, comme lorsque les deux plaques étaient disposées de façon que les bords de même forme fussent opposés l'un à l'autre. On pourrait varier cette expérience en composant ces plaques de deux parties de natures différentes, et l'on obtiendrait certainement le même résultat (1).

Toutes les observations que j'ai faites jusqu'à présent, m'ont démontré que la nature des corps interposés n'avait pas plus d'influence que leur masse et la forme de leurs bords sur

---

(1) M. Berthollet et Malus avaient reconnu depuis long-temps que la nature des corps n'a aucune influence sur la diffraction de la lumière, en employant pour écran des plaques ainsi composées de matières différentes, et qui présentaient sur le même bord un métal très-dense, par exemple, à la suite d'un morceau d'ivoire : mais ils n'avaient pas un moyen d'observation aussi commode et aussi précis que celui dont je me suis servi, en sorte qu'on pouvait craindre que de petites différences leur eussent échappé.



l'inflexion des rayons lumineux. Je n'en citerai qu'une, dans laquelle j'ai pris toutes les précautions nécessaires pour me bien assurer de l'exactitude de ce principe, qui d'ailleurs serait déjà suffisamment établi par l'expérience précédente.

J'ai recouvert une glace non étamée d'une couche d'encre de Chine unie à une feuille mince de papier, formant ensemble une épaisseur d'un dixième de millimètre. Avec la pointe d'un instrument tranchant j'ai tracé deux lignes parallèles, et j'ai enlevé soigneusement, entre ces deux traits, le papier et l'encre de Chine qui adhéraient à la surface du verre. Cette ouverture, mesurée au micromètre, avait  $1^{\text{mm}},17$ . J'ai placé l'un contre l'autre deux cylindres de cuivre de  $14^{\text{mm}},5$  de diamètre; et en introduisant entre eux une lame graduée, en forme de coin, je les ai écartés jusqu'à ce que l'intervalle qui les séparait eût aussi  $1^{\text{mm}},17$  de largeur. Ces cylindres, posés à côté de la glace noircie, étaient à  $4^{\text{m}},015$  du point lumineux, et à  $1^{\text{m}},663$  du micromètre: j'ai mesuré la largeur des franges produites par ces deux ouvertures, et j'ai trouvé qu'elle était absolument la même. Voici les résultats de ces deux observations, qui ont été faites dans la lumière blanche.

Intervalle entre les points les plus sombres des deux bandes obscures du premier ordre à la séparation du rouge bistre et du violet.	}	1. <sup>re</sup> observation. . . . . $1^{\text{mm}},49$ .
		2. <sup>e</sup> observation. . . . . $1^{\text{mm}},49$ .
Intervalle entre les limites des deux franges du second ordre à la séparation du rouge et du vert.	}	1. <sup>re</sup> observation. . . . . $3^{\text{mm}},22$ .
		2. <sup>e</sup> observation. . . . . $3^{\text{mm}},22$ .

Il est difficile que les circonstances soient plus différentes quant à la masse et à la nature des bords de l'ouverture. Dans un cas, ce n'est qu'une couche d'encre de Chine qui produit les franges, puisque la glace à laquelle elle est unie remplit aussi l'ouverture; dans l'autre, ce sont deux cylindres de cuivre massif de  $14^{\text{mm}} \frac{1}{2}$  de diamètre, et qui présentent ainsi,

sur les bords de l'ouverture, des masses et des surfaces considérables. On voit cependant qu'il n'y a pas de différence dans la dilatation du faisceau lumineux.

Il est donc certain que les phénomènes de la diffraction ne dépendent point de la nature, de la masse ou de la forme des corps qui interceptent la lumière (1), mais seulement des dimensions de l'espace dans lequel elle est interceptée, ou de la largeur de l'ouverture par laquelle elle est introduite. On doit, en conséquence, rejeter l'hypothèse qui attribuerait ces phénomènes à des forces attractives ou répulsives, dont l'action s'étendrait à une distance des corps aussi sensible que celle à laquelle les rayons peuvent être infléchis : on ne peut pas admettre davantage que la diffraction est occasionnée par de petites atmosphères de la même étendue que la sphère d'activité de ces forces, et d'un pouvoir réfringent différent de celui du milieu environnant ; car il résulterait de la seconde hypothèse, comme de la première, que l'inflexion des rayons devrait varier avec la forme ou la nature des bords de l'écran, et ne pourrait être la même, par exemple, près du fil et près du dos d'un rasoir. Or il est impossible de concevoir autrement, dans le système de l'émission, la dilatation d'un faisceau lumineux passant par une ouverture étroite, et cette dilatation est parfaitement démontrée (2). Il en résulte donc que *les phénomènes de la diffraction sont inexplicables dans le système de l'émission.*

---

(1) Du moins tant qu'on ne reçoit pas l'ombre trop près du bord de l'écran, ou que la surface rasée par les rayons lumineux n'a pas trop d'étendue relativement à cette distance ; car il pourrait se faire, dans ce cas, que les rayons réfléchis eussent une influence sensible sur l'aspect du phénomène, comme cela arrive lorsque la surface rasée par les rayons lumineux est celle d'un miroir plan d'un ou de deux décimètres de largeur, par exemple, et qu'on en observe les franges à une petite distance. D'ailleurs il y aurait alors des diffractions *successives* sur une étendue trop considérable, pour qu'on pût en faire abstraction.

(2) Les phénomènes des tubes capillaires présentent l'élévation d'un liquide

## SECTION II.

APRÈS avoir démontré, dans la première section de ce Mémoire, que le système de l'émission, et même le principe des interférences, quand on ne l'applique qu'aux rayons directs et aux rayons *réfléchis ou infléchis sur les bords mêmes de l'écran*, sont insuffisans pour expliquer les phénomènes de la diffraction, je vais faire voir maintenant qu'on peut en donner une explication satisfaisante et une théorie générale, dans le système des ondulations, sans le secours d'aucune hypothèse secondaire, et en s'appuyant seulement sur le principe d'Huygens et sur celui des interférences, qui sont l'un et l'autre des conséquences de l'hypothèse fondamentale.

En admettant que la lumière consiste dans des vibrations de l'éther, semblables à celles des ondes sonores, il est aisé de se rendre raison de l'inflexion des rayons lumineux à des distances sensibles de l'écran. En effet, quand une petite partie d'un fluide élastique a éprouvé une condensation, par exemple, elle tend à se dilater dans toutes les directions; et si, dans une onde entière, les molécules ne se meuvent que parallèlement à la normale, cela tient à ce que toutes les parties de l'onde situées sur la même surface sphérique éprouvent simultanément la même condensation ou dilatation, et qu'ainsi les pressions transversales se font équilibre. Mais, dès qu'une

---

au-dessus de son niveau entre deux surfaces séparées par un intervalle très-sensible, quoique l'attraction exercée par ces surfaces sur le liquide ne s'étende qu'à une distance infiniment petite. La raison en est que les molécules liquides attirées par la surface du tube capillaire attirent à leur tour les molécules liquides situées dans leur sphère d'activité, et ainsi de suite de proche en proche. Mais, dans la théorie de l'émission, on ne peut pas appliquer aux phénomènes de la diffraction une explication analogue; car, d'après l'hypothèse fondamentale, les molécules lumineuses n'exercent point d'influence sensible sur la marche des molécules voisines: on n'admet aucune dépendance mutuelle entre leurs mouvemens; autrement ce serait rentrer dans la supposition d'un fluide.

portion de l'onde lumineuse se trouve interceptée ou retardée dans sa marche par l'interposition d'un écran opaque ou transparent, on conçoit que cet équilibre transversal est détruit, et qu'il doit en résulter pour les différens points de l'onde la faculté d'envoyer des rayons suivant de nouvelles directions.

Il serait sans doute bien difficile de suivre par l'analyse mécanique toutes les modifications que l'onde lumineuse éprouve successivement depuis l'instant où la rencontre de l'écran en a intercepté une partie : aussi n'est-ce pas de cette manière que nous allons essayer de déterminer les lois de la diffraction. Nous ne chercherons pas à découvrir ce qui se passe dans le voisinage du corps opaque, où ces lois sont sans doute extrêmement compliquées et où la forme des bords de l'écran doit avoir encore une influence notable sur la position et l'intensité des franges. Nous nous proposons de calculer les intensités relatives des différens points de l'onde lumineuse seulement après qu'elle a dépassé l'écran d'un grand nombre d'ondulations. Ainsi les positions de l'onde que nous considérerons seront toujours censées éloignées de l'écran d'une quantité très-considérable par rapport à la longueur d'une ondulation lumineuse.

Nous n'envisagerons pas le problème des vibrations d'un fluide élastique sous le même point de vue que les géomètres l'ont fait ordinairement, c'est-à-dire, en ne considérant qu'un seul ébranlement. Dans la nature, les vibrations ne sont jamais isolées ; elles se répètent toujours un grand nombre de fois, comme on peut le remarquer dans les oscillations d'un pendule ou les vibrations des corps sonores. Nous supposerons que les vibrations des particules lumineuses s'exécutent de la même manière, en se succédant régulièrement par séries nombreuses ; hypothèse où nous conduit l'analogie, et qui d'ailleurs paraît une conséquence des forces qui tiennent les molécules

des corps en équilibre. Pour concevoir une succession nombreuse d'oscillations à peu près égales de la même particule éclairante, il suffit de supposer que sa densité est beaucoup plus grande que celle du fluide dans lequel elle oscille. C'est ce qu'on devait déjà conclure de la régularité des mouvemens planétaires au travers de ce même fluide, qui remplit les espaces célestes. Il est très-probable aussi que le nerf optique n'est ébranlé de manière à produire la sensation de la vision qu'à près un certain nombre de chocs successifs.

Quelqu'étendus qu'on suppose tous les systèmes d'ondes lumineuses, il est clair qu'ils ont des limites, et qu'en envisageant leurs interférences, on ne peut pas dire de leurs extrémités ce qui est vrai pour l'espace dans lequel ils se superposent. Ainsi, par exemple, deux systèmes d'ondes d'égale longueur et de même intensité, différant dans leur marche d'une demi-ondulation, ne se détruisent mutuellement que dans les points de l'éther où ils se rencontrent, et les deux demi-ondes extrêmes échappent à l'interférence.

Nous supposons néanmoins que les systèmes d'ondes éprouvent la même modification dans toute leur étendue, la différence entre cette hypothèse et la réalité devant être inappréciable pour nos sens; ou, ce qui revient au même, nous considérerons ces séries d'ondulations lumineuses comme indéfinies et comme des vibrations générales de l'éther, dans le calcul de leurs interférences.

### *Solution du Problème des Interférences.*

*Étant données les intensités et les positions relatives d'un nombre quelconque de systèmes d'ondes lumineuses de même longueur (1), et*

---

(1) Nous ne nous occuperons pas des interférences des ondes lumineuses de longueurs différentes, qu'on doit considérer en général comme émanant de

*qui se propagent suivant la même direction, déterminer l'intensité des vibrations résultant du concours de ces différens systèmes d'ondes, c'est-à-dire, la vitesse oscillatoire des molécules éthérées (1).*

D'après le principe général de la coexistence des petits mouvemens, la vitesse totale imprimée à une molécule quelconque du fluide est égale à la somme des vitesses que l'onde de chaque système lui aurait imprimée séparément. Comme ces ondes ne coïncident pas, ces différentes vitesses ne dépendent pas seulement de l'intensité de chaque onde, mais encore de sa position par rapport à la molécule, dans l'instant que l'on considère. Il faut donc connaître la loi suivant laquelle les vitesses d'oscillation varient dans la même onde, et, pour cela, remonter à la cause qui l'a produite et dont elle tient tous ses caractères.

Il est naturel de supposer que les vibrations des particules éclairantes qui produisent la lumière s'exécutent comme celles des corps sonores, c'est-à-dire, suivant les mêmes lois que les petites oscillations d'un pendule, ou, ce qui revient au même, que la force accélératrice qui tend à ramener les molécules dans leurs positions d'équilibre, est proportionnelle à la distance dont elles se sont écartées. Quelque fonction qu'elle

sources différentes, et qui, n'étant pas en conséquence assujetties à la simultanéité dans leurs perturbations, ne sauraient présenter des effets constans par leur influence mutuelle. D'ailleurs, en supposant même que ces effets fussent constans, la succession régulière de renforcemens et d'affaiblissemens de vibration qui résulterait des interférences des deux espèces d'ondes, et que l'on peut exactement comparer aux battemens que font entendre deux sons discordans; cette succession, dis-je, serait infiniment trop rapide pour être appréciable, et ne produirait qu'une sensation continuë.

(1) C'est M. Thomas Young qui le premier a introduit le principe des interférences en optique, où il en a fait beaucoup d'applications ingénieuses. Mais, dans les problèmes d'optique qu'il a résolus de cette manière, il n'a considéré, je crois, que les cas extrêmes d'accord ou de discordance complète entre deux systèmes d'ondes, sans calculer l'intensité de la lumière pour les cas intermédiaires et pour un nombre quelconque de systèmes d'ondes, comme je me propose de le faire ici.

soit de cette distance, que je représente par  $x$ , elle peut toujours être mise sous la forme  $Ax + Bx^2 + Cx^3 +$ , &c., puisqu'elle doit être nulle quand  $x = 0$  : or, si l'on suppose les excursions des molécules très-petites par rapport à l'étendue des sphères d'activité des forces attractives et répulsives, on pourra négliger devant  $Ax$  tous les autres termes du développement, et regarder la force accélératrice, comme sensiblement proportionnelle à la distance  $x$ . Cette hypothèse, indiquée par l'analogie, et la plus simple que l'on puisse faire sur les vibrations des particules éclairantes, doit nous conduire à des résultats exacts, puisqu'on ne remarque pas que les lois de la lumière varient avec son intensité.

Si l'on représente par  $v$  la vitesse d'oscillation d'une molécule éclairante au bout d'un temps  $t$ , on aura donc  $dv = -Ax dt$ ; mais  $v = \frac{dx}{dt}$ , ou  $dt = \frac{dx}{v}$ . Substituant dans la première équation, on trouve,  $v dv = -Ax dx$ . Intégrant, on a,  $v^2 = C - Ax^2$ ; d'où

$$x = -\sqrt{\frac{C-v^2}{A}}.$$

Substituant cette valeur de  $x$  dans la première équation, on a

$$dt = \frac{dv}{\sqrt{A(C-v^2)}};$$

$$\text{intégrant, } t = C' + \frac{1}{\sqrt{A}} \arcsin\left(\frac{v}{\sqrt{C}}\right).$$

Si donc on prend pour origine du temps celui du mouvement, la constante  $C'$  devra être nulle, et l'on aura :

$$t = \frac{1}{\sqrt{A}} \arcsin\left(\frac{v}{\sqrt{C}}\right), \text{ ou } v = \sqrt{C} \sin(t\sqrt{A}).$$

Si l'on prend pour unité de temps celui qui s'écoule depuis le départ de la molécule jusqu'à son retour, on aura,  $v = \sqrt{C} \sin(2\pi t)$ .

Ainsi, dans des oscillations isochrones, les vitesses correspondant à la même valeur de  $t$  seront toujours proportionnelles à la constante  $\sqrt{C}$ , qui représente en conséquence l'intensité du mouvement vibratoire.

Considérons maintenant l'ondulation produite dans l'éther par les oscillations de cette molécule. L'énergie du mouvement de l'éther à chaque point de l'onde dépend de la vitesse de la molécule motrice au moment où elle a produit l'impulsion qui se fait sentir actuellement dans ce point. La vitesse des molécules éthérées en un point quelconque de l'espace après un temps  $t$ , est proportionnelle à celle qui animait la molécule motrice à l'instant  $t - \frac{x}{\lambda}$ ,  $x$  représentant la distance de ce point à la source du mouvement, et  $\lambda$  la longueur de l'ondulation lumineuse. On a donc, en représentant par  $u$  la vitesse des molécules éthérées,

$$u = a \sin \left( 2 \pi \left( t - \frac{x}{\lambda} \right) \right).$$

On sait que l'intensité  $a$  des vibrations du fluide est, en raison inverse de la distance de l'onde, au centre d'ébranlement; mais, vu la petitesse des ondes relativement à l'éloignement où nous les supposons du point lumineux, nous pouvons faire abstraction, dans l'étendue d'une et même de plusieurs ondulations, de la variation de  $a$ , et considérer cette quantité comme constante.

On peut, à l'aide de cette formule, calculer l'intensité des vibrations produites par le concours d'un nombre quelconque de faisceaux lumineux, quand on connaît l'intensité de ces différens systèmes d'ondes et leurs positions respectives.

Je suppose d'abord qu'il s'agisse de déterminer les vitesses des molécules lumineuses dans les vibrations résultant du concours de deux systèmes d'ondes distans l'un de l'autre



d'un quart d'ondulation, et dont les intensités sont  $a$  et  $a'$ . Je compte le temps  $t$ , à partir du moment où ont commencé les vibrations du premier faisceau lumineux. Soient  $u$  et  $u'$  les vitesses que le premier et le second système d'ondes tendent à imprimer à la même molécule lumineuse distante de la source du mouvement d'une quantité égale à  $x$ , on aura :

$$u = a \sin \left( 2 \pi \left( t - \frac{x}{\lambda} \right) \right) \text{ et } u' = a' \sin \left( 2 \pi \left( t - \frac{x + \frac{1}{4}\lambda}{\lambda} \right) \right),$$

$$\text{ou } u' = -a' \cos \left( 2 \pi \left( t - \frac{x}{\lambda} \right) \right).$$

Par conséquent, la vitesse totale  $U$  sera égale à

$$a \sin \left( 2 \pi \left( t - \frac{x}{\lambda} \right) \right) - a' \cos \left( 2 \pi \left( t - \frac{x}{\lambda} \right) \right);$$

mais, en faisant  $a = A \cos i$  et  $a' = A \sin i$ , on peut toujours mettre cette expression sous la forme,

$$A \left( \cos i \sin \left( 2 \pi \left( t - \frac{x}{\lambda} \right) \right) - \sin i \cos \left( 2 \pi \left( t - \frac{x}{\lambda} \right) \right) \right),$$

$$\text{ou } A \sin \left( 2 \pi \left( t - \frac{x}{\lambda} \right) - i \right).$$

Ainsi l'onde résultant du concours des deux autres sera de même nature, mais aura une position et une intensité différentes. Les équations  $A \cos i = a$  et  $A \sin i = a'$  donnent, pour la valeur de  $A$ , c'est-à-dire, pour l'intensité de l'onde résultante,  $\sqrt{a^2 + a'^2}$ . C'est précisément la valeur de la résultante de deux forces rectangulaires égales à  $a$  et à  $a'$ .

Il est aisé de voir aussi, d'après les mêmes équations, que la position de la nouvelle onde répond exactement à la situation angulaire de la résultante des deux forces rectangulaires  $a$  et  $a'$  : car, d'après la formule

$$U = A \sin \left( 2 \pi \left( t - \frac{x}{\lambda} \right) - i \right),$$

l'intervalle qui sépare cette onde de la première est égal à

b b b\*

$\frac{i \lambda}{2\pi}$  : or  $i$  est l'angle que la force  $a$  fait avec la résultante  $A$ ,

puisque  $A \cos i = a$ . Ainsi la similitude est complète entre la résultante de deux forces rectangulaires et celle de deux systèmes d'ondes distans d'un quart d'ondulation.

La solution du problème que je viens de donner dans le cas particulier où il s'agit de trouver la résultante de deux ondes séparées par un intervalle d'un quart d'ondulation, suffit pour le résoudre dans tous les autres cas. En effet, quels que soient le nombre des différens systèmes d'ondes et les intervalles qui les séparent, on peut toujours substituer à chacun d'eux ses composans rapportés à deux points communs distans d'un quart d'ondulation; alors, en ajoutant ou retranchant, selon leurs signes, les intensités des composans rapportés au même point, on ramenera le mouvement total à deux systèmes d'ondes séparés par un intervalle d'un quart d'ondulation, et la racine carrée de la somme des carrés de leurs intensités sera l'intensité de leur résultante. C'est absolument le procédé qu'on emploie en statique pour trouver la résultante d'un nombre quelconque de forces: ici, la longueur de l'ondulation répond à la circonférence dans le problème de statique, et l'intervalle d'un quart d'ondulation entre les systèmes d'ondes, à l'intervalle angulaire d'un quart de circonférence qui sépare les composantes.

Il arrive le plus souvent, dans les problèmes d'optique, que les intensités de lumière, ou les teintes que l'on veut calculer, ne résultent que du concours de deux systèmes d'ondes seulement, comme dans les anneaux colorés et les phénomènes de coloration les plus ordinaires que présentent les lames cristallisées; en sorte qu'il est bon de connaître la formule générale qui donne la résultante de deux systèmes d'ondes séparés par un intervalle quelconque. On prévoit déjà le résultat que l'on obtiendrait en appliquant à ce cas la méthode générale que je viens d'exposer. Mais je ne crois pas inutile

de m'appesantir encore sur la théorie de ces mouvemens vibratoires, et de prouver directement que l'onde résultant du concours des deux autres, quelles que soient leurs positions relatives, répond exactement, pour son intensité et pour sa situation, à la résultante de deux forces égales aux intensités des deux faisceaux lumineux, et faisant entre elles un angle qui soit à la circonférence entière comme l'intervalle qui sépare les deux systèmes d'ondes est à la longueur d'une ondulation.

Soient  $x$  la distance du centre du premier système d'ondes à la molécule lumineuse que l'on considère, et  $t$  l'instant où l'on veut calculer sa vitesse; celle que lui imprime l'onde du premier système est égale à

$$a \sin \left( 2 \pi \left( t - \frac{x}{\lambda} \right) \right),$$

$a$  étant l'intensité de ce faisceau lumineux. Si l'on représente par  $a'$  l'intensité du second et par  $c$  l'intervalle qui sépare les points correspondans des deux systèmes d'ondes, la vitesse résultant du second sera,

$$a' \sin \left( 2 \pi \left( t - \frac{x+c}{\lambda} \right) \right),$$

et, par conséquent, la vitesse totale imprimée à la molécule

$$a \sin \left( 2 \pi \left( t - \frac{x}{\lambda} \right) \right) + a' \sin \left( 2 \pi \left( t - \frac{x+c}{\lambda} \right) \right),$$

$$\text{ou } \left( a + a' \cos \left( 2 \pi \frac{c}{\lambda} \right) \right) \sin \left( 2 \pi \left( t - \frac{x}{\lambda} \right) \right)$$

$$- a' \sin \left( 2 \pi \frac{c}{\lambda} \right) \cos \left( 2 \pi \left( t - \frac{x}{\lambda} \right) \right);$$

expression qui peut toujours se mettre sous la forme,

$$A \cos i \sin \left( 2 \pi \left( t - \frac{x}{\lambda} \right) - A \sin i \cos \left( 2 \pi \left( t - \frac{x}{\lambda} \right) \right),$$

$$\text{ou } A \sin \left( 2 \pi \left( t - \frac{x}{\lambda} \right) - i \right),$$

en faisant  $a + a' \cos \left( 2 \pi \frac{c}{\lambda} \right) = A \cos i$  et  $a' \sin \left( 2 \pi \frac{c}{\lambda} \right) = A \sin i$ . Élevant chaque membre de ces équations au carré et les ajoutant, on a,

$$A^2 = a^2 + a'^2 + 2 a a' \cos \left( 2 \pi \frac{c}{\lambda} \right);$$

$$\text{d'où } A = \pm \sqrt{a^2 + a'^2 + 2 a a' \cos \left( 2 \pi \frac{c}{\lambda} \right)}.$$

C'est la valeur de la résultante de deux forces  $a$  et  $a'$ , faisant entre elles un angle égal à  $2 \pi \frac{c}{\lambda}$ .

Il résulte de cette formule générale que l'intensité des vibrations de la lumière totale est égale à la somme de celles des deux faisceaux constituans dans le cas de l'accord parfait, à leur différence quand ils discordent complètement, et enfin à la racine carrée de la somme de leurs carrés lorsque leurs vibrations correspondantes sont à un quart d'ondulation les unes des autres; ce qu'on avait déjà démontré.

Il est facile de voir que la position de l'onde répond exactement à la situation angulaire de la résultante des deux forces  $a$  et  $a'$ . En effet, la distance de la première onde à la seconde est  $c$ , et à l'onde résultante  $\frac{i}{2\pi} \lambda$ , et la distance de celle-ci à la seconde  $c - \frac{i}{2\pi} \lambda$ ; par conséquent, les angles correspondans sont  $2 \pi \frac{c}{\lambda}$ ,  $i$  et  $2 \pi \frac{c}{\lambda} - i$ : or, en multipliant par  $\sin i$  l'équation  $a + a' \cos \left( 2 \pi \frac{c}{\lambda} \right) = A \cos i$ , et par  $\cos i$  l'équation  $a' \sin \left( 2 \pi \frac{c}{\lambda} \right) = A \sin i$ , et les retranchant l'une de l'autre, on trouve,

$$a \sin i = a' \sin \left( 2 \pi \frac{c}{\lambda} - i \right),$$

qui, avec l'équation  $a' \sin \left( 2 \pi \frac{c}{\lambda} \right) = A \sin i$ , donne la proportion,

$$\sin \left( 2 \pi \frac{c}{\lambda} - i \right) : \sin i : \sin \left( 2 \pi \frac{c}{\lambda} \right) :: a : a' : A.$$

L'expression générale  $A \sin \left( 2 \pi \frac{c}{\lambda} \right) - i$  de la vitesse des molécules dans l'onde résultant du concours de deux autres démontre que cette onde a la même longueur que ses composantes, et que les vitesses des points correspondans sont proportionnelles; en sorte que l'onde résultante est toujours de même nature que ses composantes, et n'en diffère que par l'intensité, c'est-à-dire, par la quantité constante qui multiplie les rapports des vitesses de toutes les molécules auxquelles elle s'étend. En la combinant successivement avec de nouvelles ondes, on retrouverait toujours des expressions de même forme; propriété remarquable de cette sorte de fonctions. Ainsi, dans la résultante d'un nombre quelconque de systèmes d'ondes de même longueur, les molécules lumineuses sont toujours animées de vitesses proportionnelles à celles des composantes, aux points situés à la même distance de l'extrémité de chaque onde.

*Application du Principe d'Huygens aux Phénomènes de la Diffraction.*

APRÈS avoir indiqué la manière de déterminer la résultante d'un nombre quelconque de systèmes d'ondes lumineuses, je vais faire voir comment, à l'aide de ces formules d'interférence et du seul principe d'Huygens, il est possible d'expliquer et même de calculer tous les phénomènes de la diffraction. Ce principe, qui me paraît une conséquence rigoureuse de l'hypothèse fondamentale, peut s'énoncer ainsi : *Les vibrations d'une*

*onde lumineuse dans chacun de ses points peuvent être regardées comme la somme des mouvemens élémentaires qu'y enverraient au même instant, en agissant isolément, toutes les parties de cette onde considérée dans une quelconque de ses positions antérieures (1).*

Il résulte du principe de la coexistence des petits mouvemens, que les vibrations produites en un point quelconque d'un fluide élastique par plusieurs ébranlemens sont égales à la résultante de toutes les agitations envoyées au même instant dans ce point par ces différens centres d'ondulation, quels que soient leur nombre, leurs positions respectives, la nature et l'époque des ébranlemens divers. Ce principe, étant général, doit s'appliquer à tous les cas particuliers. Je supposerai que tous ces ébranlemens, en nombre infini, sont de même espèce, ont lieu simultanément, sont contigus et placés sur un même plan ou sur une même surface sphérique. Je ferai encore une hypothèse relativement à la nature de ces ébranlemens; je supposerai que les vitesses imprimées aux molécules sont toutes dirigées dans le même sens, perpendiculairement à la surface sphérique (2), et sont en outre proportionnelles aux condensations; en sorte que les molécules ne puissent pas avoir de

---

(1) Je considère toujours la succession d'une infinité d'ondulations, ou une vibration générale du fluide. Ce n'est que dans ce sens qu'on peut dire que deux ondes lumineuses se détruisent lorsqu'elles sont à une demi-ondulation l'une de l'autre. Les formules d'interférence que je viens de donner ne sont point applicables au cas d'une ondulation isolée, qui d'ailleurs n'est pas celui de la nature.

(2) Il peut y avoir des ondes dérivées dans lesquelles la direction des vitesses absolues imprimées aux molécules ne soit pas perpendiculaire à la surface de l'onde. En réfléchissant aux lois particulières de l'interférence des rayons polarisés, je me suis convaincu, depuis la rédaction de ce Mémoire, que les vibrations lumineuses s'exécutent perpendiculairement aux rayons ou parallèlement à la surface de l'onde. Les raisonnemens et les calculs contenus dans ce Mémoire s'accordent aussi bien avec cette nouvelle hypothèse qu'avec la précédente, puisqu'ils sont indépendans de la direction réelle des vibrations et supposent seulement qu'elles s'exécutent dans le même sens pour tous les rayons partis du même système d'ondes qui concourent à la formation des franges.

mouvement rétrograde. J'aurai ainsi reconstitué une onde dérivée par l'ensemble de ces ébranlemens partiels. Il est donc vrai de dire que les vibrations d'une onde lumineuse dans chacun de ses points peuvent être regardées comme la résultante de tous les mouvemens élémentaires qu'y enverraient au même instant, en agissant isolément, toutes les parties de cette onde considérée dans une quelconque de ses positions antérieures.

L'intensité de l'onde primitive étant uniforme, il résulte de cette considération théorique, comme de toutes les autres, que cette uniformité se conservera pendant sa marche, si aucune partie de l'onde n'est interceptée ou retardée relativement aux parties contiguës, parce que la résultante des mouvemens élémentaires dont je viens de parler sera la même pour tous les points. Mais, si une portion de l'onde est arrêtée par l'interposition d'un corps opaque, alors l'intensité de chaque point variera avec sa distance au bord de l'ombre, et ces variations seront sur-tout sensibles dans le voisinage des rayons tangens.

Soient  $C$  ( *fig. 3* ) le point lumineux,  $AG$  l'écran,  $AME$  l'onde arrivée en  $A$  et interceptée en partie par le corps opaque. Je la suppose divisée en une infinité de petits arcs  $Am', m'm, mM, Mn, nn', n'n''$ , &c. Pour avoir son intensité au point  $P$  dans une quelconque de ses positions suivantes  $BPD$ , il faut chercher la résultante de toutes les ondes élémentaires que chacune de ces portions de l'onde primitive y enverrait en agissant isolément.

L'impulsion qui a été communiquée à toutes les parties de l'onde primitive étant dirigée suivant la normale, les mouvemens qu'elles tendent à imprimer à l'éther doivent être plus intenses dans cette direction que dans toute autre; et les rayons qui en émaneraient, si elles agissaient isolément, seraient d'autant plus faibles qu'ils s'écarteraient davantage de cette direction.

La recherche de la loi suivant laquelle leur intensité varierait autour de chaque centre d'ébranlement, présenterait sans doute de grandes difficultés : mais heureusement nous n'avons pas besoin de la connaître ; car il est aisé de voir que les effets produits par ces rayons se détruisent presque complètement dès qu'ils s'inclinent sensiblement sur la normale, en sorte que ceux qui influent d'une manière appréciable sur la quantité de lumière que reçoit chaque point  $P$  peuvent être regardés comme d'égale intensité (1).

En effet, considérons les rayons sensiblement inclinés  $EP$ ,  $FP$ ,  $IP$ , concourant au point  $P$ , que je suppose distant de l'onde  $EA$  d'un grand nombre d'ondulations. Prenons les deux arcs  $EF$  et  $FI$  d'une longueur telle que les différences  $EP-FP$  et  $FP-IP$  soient égales à une demi-ondulation. A cause de l'obliquité prononcée des rayons et de la petitesse d'une demi-ondulation par rapport à leur longueur, ces deux arcs seront presque égaux, et les rayons qu'ils envoient au point  $P$ , sensiblement parallèles ; en sorte qu'en raison de la différence d'une demi-ondulation qui existe entre

---

(1) Lorsque le centre d'ébranlement a éprouvé une condensation, la force expansive tend à pousser les molécules dans toutes directions ; et si elles n'ont pas de mouvemens rétrogrades, cela tient uniquement à ce que leurs vitesses initiales en avant détruisent celles que la dilatation tend à leur imprimer en arrière : mais il ne s'ensuit pas que l'ébranlement ne puisse se propager que suivant la direction des vitesses initiales ; car la force expansive, dans un sens perpendiculaire, par exemple, se combine avec l'impulsion primitive sans que ses effets en soient affaiblis. Il est clair que l'intensité de l'onde ainsi produite doit varier beaucoup dans les différens points de sa circonférence, non-seulement à cause de l'impulsion initiale, mais encore parce que les condensations ne sont pas assujetties à la même loi autour du centre de la partie ébranlée. Mais les variations d'intensité de l'onde dérivée doivent suivre nécessairement une loi de continuité, et peuvent par conséquent être considérées comme insensibles dans un intervalle angulaire très-petit, sur-tout auprès de la normale, à l'onde génératrice ; car, les vitesses initiales des molécules rapportées à une direction quelconque étant proportionnelles au cosinus de l'angle que cette direction fait avec la normale, ces composantes varient dans un rapport beaucoup moindre que l'intervalle angulaire quand il est peu considérable.



les rayons correspondans des deux arcs, leurs effets se détruiront mutuellement.

On peut donc supposer que tous les rayons que les diverses parties de l'onde primitive  $AE$  envoient au point  $P$  sont d'égale intensité, puisque les seuls rayons pour lesquels cette hypothèse soit inexacte, n'ont pas d'influence sensible sur la quantité de lumière qu'il reçoit. On peut aussi, par la même raison, pour simplifier le calcul de la résultante de toutes ces ondes élémentaires, considérer leurs mouvemens vibratoires comme s'exécutant suivant une même direction, vu la petitesse des angles que les rayons font entre eux; en sorte que le problème se trouve ramené à celui-ci, que nous avons déjà résolu : *Trouver la résultante d'un nombre quelconque de systèmes d'ondes lumineuses parallèles, de même longueur, dont les intensités et les positions relatives sont connues.* Les intensités sont ici proportionnelles à la longueur des arcs éclairans, et les positions relatives sont données par les différences de chemins parcourus.

Nous n'avons considéré, à proprement parler, que la section de l'onde faite par un plan perpendiculaire au bord de l'écran projeté en  $A$ . Envisageons-la maintenant dans toute son étendue, et concevons-la divisée en fuseaux infiniment minces par des méridiens équidistans perpendiculaires au plan de la figure; on pourra leur appliquer les raisonnemens que nous venons de faire pour une section de l'onde, et démontrer ainsi que les rayons d'une obliquité prononcée se détruisent mutuellement.

Ces fuseaux parallèles au bord de l'écran étant tous indéfiniment étendus dans le cas dont nous nous occupons, où l'onde lumineuse n'est interceptée que d'un seul côté, l'intensité de la résultante de toutes les vibrations qu'ils envoient en  $P$  sera la même pour chacun d'eux; car les rayons qui émanent de ces fuseaux doivent être considérés comme d'égale inten-

sité, du moins dans la partie très-peu étendue de l'onde génératrice qui a une influence sensible sur la lumière envoyée en  $P$ , à cause de l'extrême petitesse de la différence entre les chemins parcourus. De plus, chaque résultante élémentaire sera évidemment en arrière de la même quantité par rapport au rayon parti du point du fuseau le plus voisin de  $P$ , c'est-à-dire, du point où ce fuseau rencontre le plan de la figure. Ainsi les intervalles entre ces résultantes élémentaires seront égaux aux différences des chemins parcourus par les rayons  $AP$ ,  $m'P$ ,  $mP$ , &c., compris dans le plan de la figure, et leurs intensités seront proportionnelles aux arcs  $Am'$ ,  $m'm$ ,  $mM$ , &c. Pour avoir l'intensité de leur résultante générale, il faut donc faire le même calcul auquel nous avons déjà été conduits, en ne considérant que la section de l'onde par un plan perpendiculaire au bord de l'écran (1).

Avant de calculer l'expression analytique de cette résultante, je vais d'abord tirer du principe d'Huygens les conséquences qu'on peut en déduire par de simples considérations géométriques.

Soit  $AG$  (fig. 4) un corps opaque assez étroit pour qu'on puisse distinguer des franges dans l'intérieur de son ombre à la distance  $AB$ . Soient  $C$  le point éclairant,  $BD$  le carton blanc sur lequel on reçoit les franges, ou le plan du foyer de la loupe avec laquelle on les observe.

Concevons l'onde primitive divisée en petits arcs,  $Am$ ,

---

(1) Tant que le bord de l'écran est rectiligne, il suffit, pour déterminer les positions des bandes obscures et brillantes et leurs intensités relatives, de considérer la section de l'onde faite par un plan perpendiculaire au bord de l'écran; mais, lorsqu'il est courbe ou composé de lignes droites faisant entre elles des angles quelconques, il devient nécessaire d'intégrer suivant les deux sens rectangulaires, ou circulairement autour du point que l'on considère. Cette dernière méthode est plus simple dans quelques cas particuliers, comme lorsqu'il s'agit, par exemple, de calculer l'intensité de la lumière dans la projection du centre d'un écran ou d'une ouverture circulaire.

$mm'$ ,  $m'm''$ , &c.,  $Gn$ ,  $nn'$ ,  $n'n''$ ,  $n''n'''$ , &c., de façon que les rayons menés du point  $P$  que l'on considère dans l'intérieur de l'ombre à deux points de division consécutifs différent d'une demi-ondulation. Toutes les petites ondes envoyées en  $P$  par les élémens de chacun de ces arcs seront en discordance complète avec les ondes élémentaires qui émanent des parties correspondantes des deux arcs entre lesquels il est compris; en sorte que, si tous ces arcs étaient égaux, les rayons qu'ils envoient en  $P$  se détruiraient mutuellement, à l'exception de l'arc extrême  $m A$ , dont les rayons conserveraient la moitié de leur intensité; la moitié de la lumière envoyée par l'arc  $mm'$  avec lequel il se trouve en discordance complète, étant détruite par la moitié de celle de l'arc précédent  $m''m'$ .

Ces arcs sont sensiblement égaux lorsque les rayons qui concourent au point  $P$  sont suffisamment inclinés par rapport à la normale. Alors l'onde résultante répond à peu près au milieu de  $m A$ , le seul arc qui produise un effet sensible, et se trouve ainsi en arrière d'un quart d'ondulation par rapport à l'onde élémentaire partie du bord  $A$  du corps opaque. La même chose ayant lieu relativement à l'autre partie  $G n$  de l'onde incidente, le degré d'accord ou de discordance entre les vibrations lumineuses qui se manifeste au point  $P$ , se trouve déterminé par la différence de longueur entre les deux rayons  $sP$  et  $tP$  qui émanent des milieux des arcs  $A m$  et  $G n$ , ou, ce qui revient au même, par la différence entre les deux rayons  $AP$  et  $GP$  partis des bords mêmes du corps opaque. Ainsi, lorsque les franges intérieures que l'on considère sont suffisamment éloignées des bords de l'ombre géométrique, on peut leur appliquer sans erreur sensible la formule basée sur l'hypothèse que les ondes infléchies ont leurs centres aux bords mêmes du corps opaque. Mais, à mesure que le point  $P$  se rapproche de  $B$ , l'arc  $A m$  devient plus grand par rapport à l'arc  $mm'$ , l'arc  $mm'$  par rapport à l'arc  $m''m'$ , &c.; et de

même, dans l'arc  $m A$ , les élémens qui avoisinent le point  $A$  deviennent sensiblement plus grands que ceux situés vers le point  $m$ , et répondant à des différences égales de chemins parcourus. Il en résulte que le rayon efficace  $s P$  (1) ne doit plus être la moyenne entre les rayons extrêmes  $m P$  et  $A P$ , mais se rapprocher davantage de la longueur de celui-ci. De l'autre côté du corps opaque, au contraire, la différence entre le rayon  $G P$  et le rayon efficace  $t P$  approche d'autant plus d'être exactement égale à un quart d'ondulation, que le point  $P$  s'éloigne davantage de  $D$ . Ainsi la différence des chemins parcourus varie plus rapidement entre les rayons efficaces  $s P$  et  $t P$  qu'entre les rayons  $A P$  et  $G P$ ; par conséquent, les franges qui avoisinent le point  $B$ , doivent être un peu moins éloignées du centre de l'ombre que ne l'indique la formule fondée sur la première hypothèse.

Après avoir examiné le cas où les franges sont produites par un corps étroit, je passe à celui où elles le sont par une petite ouverture.

Soit  $A G$  (*fig. 5*) l'ouverture par laquelle on fait passer la lumière : je la suppose d'abord assez étroite pour que les bandes obscures du premier ordre soient dans l'intérieur de l'ombre géométrique de l'écran et suffisamment éloignées des bords  $B$  et  $D$ . Soit  $P$  le point le plus sombre d'une de ces deux bandes ; il est aisé de voir qu'il doit répondre à une différence d'une ondulation entre les deux rayons extrêmes  $A P$  et  $P G$ . En effet, si l'on conçoit un autre rayon  $P I$  mené de façon que sa longueur soit moyenne entre celle des deux autres, en conséquence de leur obliquité prononcée sur l'arc  $A I G$ , le point  $I$  en sera à peu près le milieu. Cet arc se trouvera donc composé de deux autres, dont les élémens

---

(1) J'appelle ainsi celui qui mesure la distance de l'onde résultante à l'onde primitive, parce que la situation des bandes obscures et brillantes est la même que si ces rayons efficaces concouraient seuls à leur production.

correspondans seront sensiblement égaux, et enverront au point *P* des vibrations contraires qui devront par conséquent se détruire mutuellement.

Il est aisé de voir, par des raisonnemens semblables, que les points les plus sombres des autres bandes obscures répondent à des différences d'un nombre pair de demi-ondulations entre les rayons partant des deux bords du diaphragme, et les points les plus éclairés des bandes brillantes, à des différences d'un nombre impair de demi-ondulations, c'est-à-dire qu'elles doivent être situées dans des positions absolument inverses de celles que l'on conclurait des accords ou des discordances des rayons extrêmes, dans l'hypothèse où ils concourraient seuls à la production des franges, à l'exception cependant de la bande du milieu, qui doit être brillante dans un système comme dans l'autre. L'expérience confirme les conséquences déduites de celui où l'on considère les franges comme résultant du concours des vibrations de tous les points de l'arc *AG*, et contredit par conséquent le système d'après lequel on les regarderait comme produites uniquement par les rayons infléchis et réfléchis sur les bords mêmes du diaphragme. Ce sont aussi les premiers phénomènes qui m'ont fait reconnaître l'inexactitude de cette hypothèse, et m'ont conduit à la théorie dont je viens d'exposer le principe fondamental, qui n'est autre que celui d'Huygens, combiné avec le principe des interférences.

Dans le cas que nous venons de considérer, où les bandes obscures du premier ordre sont rejetées par la petitesse de l'ouverture à une distance assez considérable des bords de l'ombre géométrique, il résulte de la théorie, comme de l'expérience, que l'espace compris entre leurs points les plus sombres est à très-peu près le double des autres intervalles entre les milieux de deux bandes obscures consécutives, et d'autant plus exactement que l'ouverture est plus étroite ou

le diaphragme plus éloigné du point lumineux et du foyer de la loupe avec laquelle on observe les franges ; car, en augmentant suffisamment ces distances, on peut produire les mêmes effets avec une ouverture d'une largeur quelconque.

Mais, lorsque ces distances ne sont pas assez considérables, et que l'ouverture est trop large pour que les rayons qui concourent à la formation des franges soient suffisamment inclinés sur l'onde lumineuse  $AG$ , il arrive que les élémens correspondans des arcs dans lesquels nous l'avons supposée divisée, ne peuvent plus être considérés comme égaux entre eux, mais sont sensiblement plus larges du côté le plus voisin de la bande que l'on considère. Alors on ne peut plus déduire rigoureusement de la théorie la position des *maxima* ou *minima* d'intensité de lumière, qu'en calculant la résultante de toutes les petites ondes élémentaires qui émanent de l'onde incidente.

Mais il est un cas très-remarquable où la connaissance de cette intégrale n'est pas nécessaire pour déterminer la loi des franges produites par une ouverture d'une largeur beaucoup plus considérable : c'est lorsqu'on place devant le diaphragme une lentille qui porte le foyer des rayons réfractés sur le plan dans lequel on observe les franges. Alors le centre de courbure de l'onde émergente se trouve dans ce plan, au lieu d'être au point lumineux ; ce qui simplifie beaucoup le problème.

Soit  $O$  la projection du milieu de l'ouverture sur ce plan ; si du point  $O$  comme centre, et d'un rayon égal à  $AO$ , on décrit l'arc  $AI'G$ , il représentera l'onde incidente telle qu'elle se trouve modifiée par l'interposition de la lentille. Maintenant, si du point  $P$  comme centre, et d'un rayon égal à  $AP$ , on décrit l'arc  $AEF$ , les parties des rayons lumineux qui concourent au point  $P$  comprises entre l'arc  $AI'G$  et l'arc  $AEF$  seront les différences des chemins parcourus par les ondes

élémentaires. Or, ces deux arcs ayant des courbures égales et tournées dans le même sens, il s'ensuit qu'à des intervalles égaux sur l'onde  $AI'G$  répondront des différences égales dans les chemins parcourus. Si donc on suppose cette onde divisée de manière que deux rayons consécutifs menés par les points de division diffèrent d'une demi-ondulation, lorsque le point  $P$  sera placé de façon que le nombre de ces arcs soit pair, il ne recevra plus de lumière, puisque les effets produits par ces arcs se détruiront deux à deux, les vibrations de leurs élémens correspondans étant à-la-fois d'égale intensité et en discordance complète. La lumière envoyée au point  $P$  parviendra, au contraire, à son *maximum* d'intensité quand ces arcs seront en nombre pair. Il en résulte que les points les plus éclairés des bandes brillantes répondront à une différence d'un nombre impair de demi-ondulations entre les rayons partis des deux bords du diaphragme; et les points les plus sombres des bandes obscures, à une différence d'un nombre pair de demi-ondulations. Par conséquent, toutes les bandes obscures seront également espacées entre elles, à l'exception des deux premières, dont l'intervalle sera exactement double de celui qui sépare les autres. Ce résultat, que la théorie m'avait indiqué d'avance, se trouve parfaitement confirmé par l'expérience. Je ne rapporterai qu'une observation de ce genre faite dans une lumière rouge homogène. Pour porter le centre de l'onde incidente sur le micromètre, au lieu d'une lentille ordinaire, j'ai employé un verre à surface cylindrique, que j'ai placé de manière que la droite génératrice fût parallèle aux bords de l'ouverture du diaphragme, afin de conserver aux franges toute leur longueur.

Largeur de l'ouverture. ....  $2^{\text{mm}},00.$

Distance du point lumineux au diaphragme, ou  $a$ . ....  $2^{\text{m}},507.$

Distance du diaphragme au micromètre, ou  $b$ . ....  $1^{\text{m}},140.$

Tome V.

ddd

Intervalle entre les milieux des deux bandes obscures du 1.<sup>er</sup> ordre.  $0^{\text{mm}},72$ .

Entre la bande du 1.<sup>er</sup> ordre et celle du 3.<sup>e</sup>.....  $0^{\text{mm}},73$ .

Entre celle du 3.<sup>e</sup> et celle du 5.<sup>e</sup>.....  $0^{\text{mm}},72$ .

On voit que le premier intervalle est égal aux doubles intervalles suivans.

J'observai la même loi, et à des distances aussi peu considérables, avec des ouvertures beaucoup plus larges, par exemple, d'un centimètre et même d'un centimètre et demi. Mais, en augmentant davantage l'ouverture du diaphragme, les franges devenaient confuses, quelque soin que je misse à bien placer le micromètre au foyer du verre cylindrique; ce qui tenait à ce que les rayons réfractés par ce verre ne vibraient sensiblement d'accord qu'entre des limites assez rapprochées, comme cela a lieu pour les lentilles ordinaires.

Lorsque l'ouverture du diaphragme ainsi combiné avec un verre cylindrique n'est pas trop considérable, les bandes obscures et brillantes sont aussi prononcées que les franges produites par le concours des rayons réfléchis sur deux miroirs. Mais dans celles-ci l'intensité de la lumière reste la même pour toutes les franges, ou du moins les différences qu'on aperçoit tiennent uniquement à ce que la lumière employée n'est jamais d'une homogénéité parfaite; et si, d'une part, les bandes brillantes perdent par degrés une partie de leur éclat, les bandes obscures deviennent moins sombres; en sorte que la somme de lumière d'une frange entière reste sensiblement la même. Dans l'autre phénomène, au contraire, on observe, en s'éloignant du centre, une diminution rapide de la lumière, dont il est aisé de se rendre compte par la théorie que nous venons d'exposer. En effet, tous les rayons émanés de l'onde *A I' G* qui concourent au milieu de la bande brillante du premier ordre, se trouvent avoir parcouru des chemins égaux; en sorte que toutes les petites ondes élémentaires qu'ils



apportent en ce point coïncident et se fortifient mutuellement. Il n'en est pas de même des autres bandes brillantes. Le point le plus éclairé de celle du second ordre, par exemple, répond à la division de l'onde  $A I' G$  en trois arcs, dont les rayons extrêmes diffèrent d'une demi-ondulation; les effets produits par deux de ces arcs se neutralisant mutuellement, ce point ne reçoit de lumière que du troisième, dont les vibrations se détruisent même en partie, à cause de la différence d'une demi-ondulation entre ses rayons extrêmes. Un raisonnement semblable fait voir que le milieu de la bande brillante du troisième ordre ne doit être éclairé que par un cinquième de l'onde  $A I' G$ , dont la lumière est encore affaiblie par la discordance des rayons partis des points voisins de ses extrémités.

Reprenons le cas général des franges qui proviennent d'une ouverture étroite, sans que la courbure de l'onde incidente soit changée par l'interposition d'une lentille. Parmi les principaux phénomènes de diffraction, aucun ne présente des effets plus variés et plus compliqués. Néanmoins, sans connaître la nature de l'intégrale qui nous servira bientôt à déterminer la position et l'intensité des bandes obscures et brillantes, nous pouvons déjà résoudre un problème intéressant. *L'ouverture du diaphragme variant, quelles sont les variations que doivent éprouver les distances du diaphragme au point lumineux et au micromètre, pour que les franges conservent les mêmes largeurs et les mêmes rapports d'intensité!*

Soient  $A G$  et  $A' G'$  (fig. 6), les deux petites ouvertures inégales par lesquelles on fait passer la lumière. Je suppose que les points lumineux  $C$  et  $C'$  et les plans d'observation  $P O$  et  $P' O'$  se trouvent placés aux distances convenables pour que les franges soient absolument pareilles dans les deux cas. Soient  $P$  et  $P'$  deux points correspondans de la même frange; on doit avoir  $P O = P' O'$ ,  $O$  et  $O'$  étant les projections des milieux

des deux ouvertures sur les plans  $PO$  et  $P'O'$ . Si des points  $C$  et  $C'$  comme centres, avec des rayons égaux à  $CA$  et  $C'A'$ , on décrit des arcs de cercle  $AIG$  et  $A'I'G'$ , et si l'on décrit ensuite des points  $O$  et  $O'$  comme centres les arcs tangens  $FIH$ ,  $F'I'H'$ , les intervalles entre les premiers et les seconds seront les différences des chemins parcourus par les rayons qui concourent aux points  $O$  et  $O'$  : or, pour que la résultante des ondes élémentaires qui émanent des différens points de l'onde incidente, présente les mêmes variations d'intensité, il faut qu'elle soit composée d'éléments semblables; et cette condition sera remplie si l'on a  $AF = A'F'$ . En effet, il en résulte d'abord que pour  $O$  et  $O'$  les différences des chemins parcourus par les rayons qui émanent des points correspondans des ondes  $AIG$  et  $A'I'G'$  seront égales; par conséquent, si l'on conçoit les deux ondes divisées en petits arcs proportionnels, les vibrations qu'ils enverront en  $O$  et  $O'$  auront précisément entre elles les mêmes degrés d'accord et de discordance, et les deux résultantes seront ainsi composées d'éléments pareils. On voit aisément qu'il doit en être de même pour tous les autres points correspondans  $P$  et  $P'$ , situés de façon que les droites  $CP$  et  $C'P'$  divisent les ondes  $AG$  et  $A'G'$  en parties proportionnelles. Par conséquent, la résultante des ondes élémentaires suit la même loi dans les deux cas.

Cela posé, je représente les largeurs  $AG$  et  $A'G'$  des deux ouvertures par  $c$  et  $c'$ , les distances  $CI$  et  $C'I'$  par  $a$  et  $a'$ , et  $IO$  et  $I'O'$  par  $b$  et  $b'$ . Les droites  $CP$  et  $C'P'$  divisant les arcs  $AG$  et  $A'G'$  en parties proportionnelles, on a,

$$AG : A'G' \text{ ou } c : c' :: MI : M'I', \text{ d'où } \frac{c}{c'} = \frac{MI}{M'I'}$$

Mais on a en outre les deux proportions,

$$CI : CO \text{ ou } a : a + b :: MI : PO,$$

$$\text{et } C'I' : C'O' \text{ ou } a' : a' + b' :: M'I' : P'O';$$

d'où l'on tire,  $PO = \frac{MI(a+b)}{a}$ , et  $P'O' = \frac{M'I'(a'+b')}{a'}$ .

Ces deux largeurs étant égales par hypothèse, on a :

$$\frac{MI(a+b)}{a} = \frac{M'I'(a'+b')}{a'}, \text{ ou } \frac{MI}{M'I'} = \frac{a(a'+b')}{a'(a+b)}.$$

Or  $\frac{MI}{M'I'} = \frac{c}{c'}$ ; on a donc,  $\frac{c}{c'} = \frac{a(a'+b')}{a'(a+b)}$ ,

ou  $a c' (a' + b') = a' c (a + b)$ . Telle est la première équation de condition.

Il en faut encore une autre pour exprimer l'égalité des intervalles  $AF$  et  $A'F'$ . A cause de la petitesse des arcs  $AG$  et  $FH$ ,  $A'G'$  et  $F'H'$ , on a,

$$AF = \frac{AI^2}{2CI} + \frac{AI^2}{2OI} = \frac{1}{8} \left( \frac{c^2}{a} + \frac{c^2}{b} \right) = \frac{1}{8} \cdot \frac{c^2(a+b)}{ab},$$

de même  $A'F' = \frac{1}{8} \cdot \frac{c'^2(a'+b')}{a'b'}$  ;

par conséquent, la seconde équation de condition est,

$$\frac{c^2(a+b)}{ab} = \frac{c'^2(a'+b')}{a'b'}.$$

En combinant ces deux équations, on trouve les formules,

$$b' = \frac{bc'}{c} \text{ et } a' = \frac{ab'^2}{b(a+b) - ab'}, \text{ ou } a' = \frac{abc'^2}{c^2(a+b) - acc'},$$

au moyen desquelles on peut calculer les distances  $a'$  et  $b'$ , la largeur  $c'$  de la seconde ouverture étant donnée.

Il est à remarquer que l'équation  $b' = \frac{bc'}{c}$  donne la proportion,  $b : b' :: c : c'$ ; c'est-à-dire qu'une des conditions de l'égalité des franges est que les distances du diaphragme au micromètre soient proportionnelles aux largeurs des ouvertures.

J'ai vérifié l'exactitude de cette loi par l'expérience suivante. La largeur de l'ouverture étant d'abord de deux millimètres,

sa distance au point lumineux de  $3^m,008$ , et sa distance au micromètre de  $1^m,236$ , je me suis proposé de produire les mêmes franges avec une ouverture de  $1^{mm},50$ . D'après les formules ci-dessus, sa distance au point lumineux devait être de  $1^m,052$ ; et sa distance au micromètre, de  $0^m,927$ .

Le tableau suivant présente à-la-fois les résultats de la première et de la seconde observation. On voit qu'elles s'accordent parfaitement.

NUMÉROS des bandes obscures en partant du centre.	NOTES communes aux deux observations.	DISTANCES du centre aux points les plus sombres des bandes obscures.		DIFFÉRENCES.
		1. <sup>re</sup> observation.	2. <sup>e</sup> observation.	
1.	Grosse bande. Brillant.	mm. 0.	mm. 0.	mm. 0.
2.	Très-pâle. Brillant.	0,63.	0,63.	0.
3.	<i>Minimum</i> peu prononcé. Sombre.	1,11.	1,11.	0.
4.	<i>Minimum</i> peu prononcé. Obscur.	1,53.	1,54.	+ 0,01.
5.	Très-obscur.	1,96.	1,96.	0.

On peut faire sur les franges produites par des corps opaques très-étroits, des raisonnemens analogues à ceux que nous venons de faire pour les petites ouvertures. En représentant les mêmes distances par les mêmes lettres, et la largeur du corps étroit par  $c$ , comme celle de la petite ouverture, on est conduit aux mêmes formules :

$$b' = \frac{bc'}{c} \text{ et } a' = \frac{abc'^2}{(a+b)c^2 - acc'}$$

J'ai encore vérifié la loi dans ce cas par l'expérience. Après avoir employé un fil d'acier de  $1^{\text{mm}},325$  de diamètre, placé à  $3^{\text{m}},047$  du point lumineux, et à  $3^{\text{m}},526$  du micro-mètre, je me suis servi d'un autre fil d'acier qui avait seulement  $0^{\text{mm}},78$  de diamètre, et j'ai disposé ce fil et le micro-mètre par rapport au point lumineux, de façon que  $a'$  fût égal à  $0^{\text{m}},779$ , et  $b'$  à  $2^{\text{m}},078$ , valeurs calculées d'après les formules ci-dessus. Voici les résultats de ces deux observations :

NUMÉROS des bandes obscures en partant du centre.	NOTES communes aux deux observations.	DISTANCES du centre aux points les plus sombres des bandes obscures.		DIFFÉRENCES.
		1. <sup>re</sup> observation.	2. <sup>e</sup> observation.	
<b>Bandes intérieures.</b>				
1.	Très-noire.	mm. 0,76.	mm. 0,74.	mm. + 0,02.
2.	.....	2,12.	2,13.	— 0,01.
3.	Extrêmement pâle.	3,37.	3,40.	— 0,03.
<b>Bandes extérieures</b>				
4 (1. <sup>re</sup> )	Étroite.	4,31.	4,32.	— 0,01.
5 (2. <sup>e</sup> )	<i>Idem.</i>	5,75.	5,77.	— 0,02.
6 (3. <sup>e</sup> )	Très-vague.	"	"	"
7 (4. <sup>e</sup> )	.....	7,54.	7,58.	— 0,04.

Ces deux observations ne s'accordent pas aussi bien que celles du tableau précédent; mais les différences n'excèdent pas cependant les limites des inexactitudes que comportent les mesures, en raison de la largeur des franges.

Les franges produites par une ouverture ou un corps opaque très-étroit ne varient pas seulement de grandeur absolue lorsqu'on fait varier  $a$  ou  $b$ , mais encore de positions et d'intensités relatives; en sorte que l'aspect du phénomène change entièrement. Cela vient de ce que la résultante des vibrations envoyées par l'onde lumineuse n'est plus composée d'éléments semblables. Au contraire, les bandes obscures et brillantes qui bordent l'ombre d'un écran indéfiniment étendu, sont toujours disposées de la même façon, et présentent les mêmes rapports dans leurs intensités et les intervalles qui les séparent. La raison en est facile à apercevoir.

Soit  $AB$  et  $A'B'$  (*fig. 7*) le corps opaque dans deux positions différentes relativement au point lumineux et au micromètre, ou au plan sur lequel on reçoit les franges. Le point lumineux et ce plan sont en  $C$  et  $TP$  dans le premier cas, je suppose, et en  $C'$  et  $T'P'$  dans le second. Soit  $P$  un point quelconque pris sur le plan  $TP$ ; on peut toujours, dans l'autre plan  $T'P'$ , trouver un point  $P'$  pour lequel la résultante des vibrations envoyées par l'onde incidente soit composée d'éléments semblables. Des points  $C$  et  $C'$  comme centres et avec des rayons égaux à  $CA$  et  $C'A'$ , je décris les arcs  $AMI$  et  $A'M'I'$ , qui représentent l'onde incidente; et des points  $P$  et  $P'$  comme centres, je décris les arcs tangens  $EMF$ ,  $E'M'F'$ ; les intervalles entre ceux-ci et les précédens donnent les différences des chemins parcourus par les rayons qui concourent en  $P$  et  $P'$ . Pour que les mouvemens lumineux qui se manifestent aux points  $P$  et  $P'$  soient composés de vibrations élémentaires semblables, ayant entre elles les mêmes degrés d'accord ou de discordance, il suffit que les intervalles  $AF$  et  $A'F'$  soient égaux; car, si l'on conçoit les deux ondes incidentes divisées en parties proportionnelles aux arcs  $AM$  et  $A'M'$ , la différence des chemins parcourus sera la même alors pour tous les rayons partis des

points de division correspondans. En raison de la petitesse des arcs  $AM$  et  $MF$ ,  $A'M'$  et  $M'F'$ , on a ,

$$AF = \frac{AM^2}{2MC} + \frac{AM^2}{2MP}, \text{ ou } AF = AM^2 \left( \frac{1}{2a} + \frac{1}{2b} \right),$$

$$\text{et } A'F' = A'M'^2 \left( \frac{1}{2a'} + \frac{1}{2b'} \right).$$

On a donc,  $AM^2 \left( \frac{1}{2a} + \frac{1}{2b} \right) = A'M'^2 \left( \frac{1}{2a'} + \frac{1}{2b'} \right)$ ; mais les triangles semblables  $CAM$  et  $CTP$  donnent ,

$$AM = \frac{a \cdot TP}{a+b}.$$

$$\text{On trouve de même, } A'M' = \frac{a' \cdot T'P'}{a'+b'}.$$

Substituant ces valeurs dans l'équation précédente, on a pour l'équation de condition, entre  $TP$  et  $T'P'$ ,

$$T'P' = TP \cdot \frac{\sqrt{\frac{2b'(a'+b')}{a'}}}{\sqrt{\frac{2b(a+b)}{a}}}.$$

Il en résulte que les variations de  $T'P'$  seront proportionnelles à celles de  $TP$ , et que par conséquent les parties correspondantes des franges seront situées d'une manière absolument semblable dans les deux cas. Voilà pourquoi les intervalles entre les bandes obscures ou brillantes, et leurs intensités, conservent toujours les mêmes rapports, quelles que soient les valeurs de  $a$  et de  $b$  (1).

Je suppose que le point  $P$ , que l'on considère, soit, par

(1) En regardant les franges extérieures d'un fil de soie aussi près que possible de leur origine avec une lentille d'une ligne de foyer, il m'a semblé que les rapports des intervalles étaient un peu changés; mais il est clair que cette loi doit changer lorsque  $b$  ou  $a$  deviennent très-petits, puisque, les rayons qui concourent à la production des franges ayant alors des inclinaisons très-sensibles, l'hypothèse sur laquelle elle repose n'est plus exacte. Il est possible encore qu'à une distance aussi petite la lumière réfléchiée par le fil influe d'une manière sensible sur le phénomène et en altère la loi.

exemple, le point le plus sombre de la bande obscure du premier ordre, et qu'on représente par  $\delta$  l'intervalle  $AF$ , qui répond à ce *minimum*; on aura,

$$\delta = AM \left( \frac{1}{2a} + \frac{1}{2b} \right);$$

$$\text{mais } AM = \frac{a \cdot TP}{a+b}.$$

Substituant cette valeur dans l'équation précédente, on en tire

$$TP = \sqrt{\frac{2b(a+b)\delta}{a}}.$$

Cette formule est absolument semblable à celle que nous avons trouvée, en supposant que les franges extérieures sont produites par le concours des rayons directs et des rayons réfléchis sur le bord de l'écran. On voit qu'il résulte de la nouvelle théorie, comme de la première hypothèse, que les valeurs de  $TP$  correspondantes aux différentes valeurs de  $b$  ne leur sont pas proportionnelles, mais sont les ordonnées d'une hyperbole dont celles-ci seraient les abscisses.

Je viens d'exposer les rapports généraux qui existent entre les largeurs d'une même frange, lorsqu'on donne au corps opaque des positions diverses par rapport au point lumineux ou au micromètre. Nous avons vu que ces lois pouvaient se déduire de la théorie, indépendamment de la connaissance de l'intégrale qui doit représenter dans chaque point la résultante de toutes les vibrations élémentaires : mais, pour trouver la largeur absolue de ces franges, il est indispensable de calculer cette résultante; car on ne peut déterminer la position des *maxima* et *minima* d'intensité de lumière que par la comparaison de ses différentes valeurs, ou du moins par la connaissance de la fonction qui la représente. Pour y parvenir, nous allons appliquer au principe de Huygens la méthode que nous avons indiquée pour calculer la résultante



d'un nombre quelconque de systèmes d'ondes lumineuses, dont les intensités et les positions relatives sont données.

*Application de la Théorie des interférences au Principe de Huygens.*

Soit  $C$  (fig. 8), un point lumineux dont les ondes se trouvent interceptées en partie par le corps opaque  $AG$ . Je suppose d'abord que cet écran est assez étendu pour que la lumière qui vient du côté  $G$  soit sensiblement nulle; en sorte que l'on n'ait à considérer que la partie de l'onde située à gauche du point  $A$ .  $DB$  représente le plan sur lequel on reçoit l'ombre et les franges dont elle est bordée; il s'agit de trouver l'expression de l'intensité de la lumière dans un point quelconque  $P$  de ce plan.

Si du point  $C$  comme centre, et d'un rayon égal à  $CA$ , on décrit l'arc de cercle  $AMI$ , il représentera l'onde lumineuse au moment où elle se trouve interceptée en partie par le corps opaque. C'est dans cette position que je la considère pour calculer la résultante des vibrations élémentaires envoyées en  $P$ . Si l'on partait d'une position antérieure  $A'M'I'$ , il faudrait déterminer l'effet produit par l'interposition du corps  $AG$  sur chacune des ondes élémentaires émânées de l'arc  $A'M'I'$ , et si l'on considérait l'onde dans une situation postérieure  $A''M''I''$ , il faudrait d'abord déterminer les intensités relatives de ses différens points, dont l'égalité aurait déjà été altérée par l'interposition de l'écran; ce qui rendrait les calculs beaucoup plus compliqués et peut-être impraticables. En prenant l'onde, au contraire, au moment où elle arrive en  $A$ , les élémens du calcul sont très-simples, parce que toutes ses parties ont encore la même intensité, et qu'en outre les ondes élémentaires qui en émanent ne peuvent plus éprouver d'altération de la part du corps opaque. Quelque

nombreuses que soient les subdivisions que l'on peut encore imaginer dans ces ondes élémentaires, il est clair qu'elles seront alors les mêmes pour chacune, puisqu'elles se propagent librement dans toutes les directions. Il suffit donc de considérer les axes de ces faisceaux de rayons brisés, c'est-à-dire, les lignes droites menées en  $P$  des divers points de l'onde  $AMI$ , et les différences de longueurs de ces rayons directs donneront les différences des chemins parcourus par les résultantes élémentaires qui concourent au point  $P$  (1).

Cela posé, pour calculer leur résultante totale, je les rapporte à l'onde émanée du point  $M$  situé sur la droite  $CP$ ,

---

(1) Par des raisonnemens semblables, on peut démontrer mathématiquement, sans effectuer les calculs, que le résultat doit toujours être le même, soit que l'on considère l'onde génératrice à l'instant où elle atteint le bord de l'écran, soit qu'on l'envisage dans une position antérieure ou postérieure, en ayant égard, dans le premier cas, aux modifications que les ondes élémentaires éprouvent de la part de l'écran, et, dans le second, à celles que l'onde génératrice a déjà éprouvées. En y réfléchissant un peu, on reconnaîtra que ces diverses manières de calculer la résultante ne diffèrent que par la manière de grouper les vibrations élémentaires dans lesquelles on divise l'ébranlement primitif, et qu'on doit toujours arriver à la même valeur de l'intensité de la lumière au point  $P$ , s'il résulte de cette théorie, comme de toutes les autres, que la vitesse d'oscillation des molécules du fluide est en raison inverse de la distance au centre d'ébranlement. Or c'est ce que nous pouvons déjà vérifier sans connaître l'expression de l'intégrale qui représente cette vitesse.

Prenons pour unité de distance celle du point lumineux à l'onde génératrice dans une première position, et pour unité d'intensité d'oscillation, celle de l'onde dans la même position. Considérons maintenant un point situé au-delà, à une distance  $x$  du point lumineux, et par conséquent à une distance  $x - 1$  de l'onde génératrice, et un autre à une distance  $x'$  du point lumineux, et par conséquent à une distance  $x' - 1$  de l'onde génératrice, et cherchons successivement la résultante de toutes les vibrations élémentaires envoyées dans ces deux points par l'onde génératrice. Nous ne savons pas quelle est leur intensité pour un élément  $dz dy$  de cette onde; mais nous savons que leur vitesse d'oscillation

doit diminuer comme la distance augmente, et que, si elle est  $\frac{1}{x-1}$ , par

exemple, dans le premier point, elle sera  $\frac{1}{x'-1}$  dans le second. Cela posé,

pour comparer plus aisément les deux résultantes, concevons successivement,

et à une autre onde distante de celle-ci d'un quart d'ondulation, d'après le procédé que j'ai indiqué, en donnant la solution du problème des interférences. Je représente par  $dz$  une quelconque des petites parties  $n n'$  de l'onde primitive, et par  $z$  sa distance au point  $M$ , ne considérant que la section de l'onde dans le plan perpendiculaire au bord de l'écran; ce qui suffit pour déterminer la position et les intensités relatives des bandes obscures et brillantes, ainsi que je l'ai démontré. L'intervalle  $ns$  compris entre l'onde  $AMl$  et l'arc tangent  $EMF$  décrit du point  $P$  comme centre, sera égal à  $\frac{1}{2} \frac{z^2 (a+b)}{ab}$ ,  $a$  et  $b$  exprimant toujours les distances  $CA$  et  $AB$ . Si l'on représente par  $\lambda$  la longueur d'une ondulation,

dans les deux cas, l'onde génératrice divisée en élémens qui répondent pour les deux points à des différences égales entre les chemins parcourus : alors leurs degrés d'accord ou de discordance seront les mêmes. Dans les petites obliquités où ces rayons peuvent produire des effets sensibles, la différence de longueur de chacun d'eux avec le rayon normal est proportionnelle au carré de l'intervalle entre les points dont ils émanent : ainsi les élémens correspondans des deux divisions seront proportionnels entre eux. On trouve, par un calcul géométrique fort simple, que les dimensions des élémens de la division relative au premier point sont aux dimensions des élémens relatifs au second,

$$\text{comme } \sqrt{\frac{x-1}{x}} \text{ est à } \sqrt{\frac{x'-1}{x'}}.$$

Les surfaces des élémens correspondans seront donc entre elles comme  $\frac{x-1}{x}$  est à  $\frac{x'-1}{x'}$ ; et par conséquent les deux résultantes seraient dans le même rapport, si les rayons avaient une intensité égale dans les deux cas : mais nous venons de remarquer que la vitesse d'oscillation des rayons envoyés dans le premier point est à celle des rayons envoyés dans le second, comme  $\frac{1}{x-1}$  :

$\frac{1}{x'-1}$ ; ainsi la première résultante sera à la seconde comme  $\frac{x-1}{x} \cdot \frac{1}{x-1}$  est à  $\frac{x'-1}{x'} \cdot \frac{1}{x'-1}$ , ou comme  $\frac{1}{x}$  est à  $\frac{1}{x'}$ , c'est-à-dire, en raison inverse des distances de ces deux points au point lumineux. C. Q. F. D.

on aura, pour la composante de l'onde que l'on considère, rapportée à l'onde émanée du point  $M$ ,

$$d z. \cos \left( \pi. \frac{z^2 (a+b)}{a b \lambda} \right);$$

et pour l'autre composante rapportée à une onde distante d'un quart d'ondulation de la première,

$$d z. \sin \left( \pi. \frac{z^2 (a+b)}{a b \lambda} \right).$$

En faisant la somme des composantes semblables de toutes les autres ondes élémentaires, on a donc,

$$\int d z. \cos \left( \pi. \frac{z^2 (a+b)}{a b \lambda} \right) \text{ et } \int d z. \sin \left( \pi. \frac{z^2 (a+b)}{a b \lambda} \right);$$

et par conséquent la résultante générale de tous ces petits mouvemens, ou l'intensité des vibrations lumineuses au point  $P$ , est égale à

$$\sqrt{\left( \int d z. \cos \left( \pi. \frac{z^2 (a+b)}{a b \lambda} \right) \right)^2 + \left( \int d z. \sin \left( \pi. \frac{z^2 (a+b)}{a b \lambda} \right) \right)^2}.$$

Quant à l'intensité de la sensation, comme elle doit être proportionnelle au carré des vitesses qui animent les molécules du fluide, son expression sera,

$$\left( \int d z. \cos \left( \pi. \frac{z^2 (a+b)}{a b \lambda} \right) \right)^2 + \left( \int d z. \sin \left( \pi. \frac{z^2 (a+b)}{a b \lambda} \right) \right)^2.$$

C'est ce que j'appellerai *l'intensité de la lumière*, pour me conformer à l'acception la plus ordinaire de ce mot, réservant l'expression *intensité des vibrations* pour désigner le degré de vitesse des molécules éthérées dans leurs oscillations.

Dans le cas que nous considérons, où le corps  $A G$  est assez étendu pour qu'on puisse négliger la lumière qui vient du côté  $G$ , les intégrales doivent être prises depuis  $A$  jusqu'à l'infini du côté  $I$ . Elles se divisent naturellement en deux parties, l'une comprise entre  $A$  et  $M$ , et l'autre entre  $M$  et

l'infini. Celle-ci reste constante, tandis que la première varie avec la position du point *P*; ce sont ces variations qui déterminent la largeur et les intensités relatives des bandes obscures et brillantes.

L'analyse donne l'expression finie des intégrales

$$\int d z . \cos \left( \pi . \frac{z^2 (a+b)}{a b \lambda} \right) \text{ et } \int d z . \sin \left( \pi . \left( \frac{z^2 (a+b)}{a b \lambda} \right) \right),$$

prises depuis  $z = 0$  jusqu'à  $z = \infty$ ; mais on ne peut avoir leur valeur entre d'autres limites que par le moyen des séries ou des intégrations partielles. C'est par ce dernier procédé, qui m'a paru le plus commode, que j'ai calculé la table suivante, en rapprochant assez les limites de chaque intégrale partielle pour pouvoir négliger le carré de la moitié de l'arc qu'elles comprennent (1). Cet arc est ici d'un dixième de quadrans; ce qui donne dans les résultats une exactitude plus grande que celle à laquelle peuvent atteindre les observations. J'ai substitué, pour plus de simplicité, aux intégrales ci-dessus,  $\int d v . \cos q . v^2$  et  $\int d v . \sin q . v^2$ , *q* représentant le quadrans ou  $\frac{1}{2} \pi$ , vu qu'il est très-facile de passer des unes aux autres.

(1) *i* et *i* + *t* étant les limites très-rapprochées entre lesquelles il faut intégrer  $d v . \cos q v^2$  et  $d v . \sin q v^2$ , on trouve, pour les formules approximatives qui donnent ces intégrales, en négligeant le carré de  $\frac{1}{2} t$ ,

$$\int d v . \cos q v^2 = \frac{1}{2 q (i+t)} [\sin q (i+t) (i+3 t) - \sin q (i+t) (i-t)],$$

$$\int d v . \sin q v^2 = \frac{1}{2 q (i+t)} [-\cos q (i+t) (i+3 t) + \cos q (i+t) (i-t)].$$

Ce sont ces formules que j'ai employées dans le calcul de la table.

Lorsque *t* est assez petit pour qu'on puisse négliger son carré, au lieu de négliger seulement le carré de sa moitié, on peut se servir des formules suivantes, qui sont plus simples :

$$\int d v . \cos q v^2 \left( \begin{matrix} v=i \\ v=i+t \end{matrix} \right) = \frac{1}{2 i q} [\sin q i (i+2 t) - \sin q i^2].$$

$$\int d v . \sin q v^2 \left( \begin{matrix} v=i \\ v=i+t \end{matrix} \right) = \frac{1}{2 i q} [-\cos q i (i+2 t) + \cos q i^2].$$

## TABLEAU

Des Valeurs numériques des Intégrales  $\int dv \cos qv^2$  et  $\int dv \sin qv^2$ .

LIMITES des intégrales.	$\int dv$ $\cos qv^2$ .	$\int dv$ $\sin qv^2$ .	LIMITES des intégrales.	$\int dv$ $\cos qv^2$ .	$\int dv$ $\sin qv^2$ .
de $v = 0^q$			de $v = 0^q$ .		
à $v = 0^q, 10$ .	0,0999.	0,0006.	à $v = 2^q, 90$ .	0,5627.	0,4098.
à $v = 0, 20$ .	0,1999.	0,0042.	à 3,00.	0,6061.	0,4959.
0,30.	0,2993.	0,0140.	3,10.	0,5621.	0,5815.
0,40.	0,3974.	0,0332.	3,20.	0,4668.	0,5931.
0,50.	0,4923.	0,0644.	3,30.	0,4061.	0,5191.
0,60.	0,5811.	0,1101.	3,40.	0,4388.	0,4294.
0,70.	0,6597.	0,1716.	3,50.	0,5328.	0,4149.
0,80.	0,7230.	0,2487.	3,60.	0,5883.	0,4919.
0,90.	0,7651.	0,3391.	3,70.	0,5424.	0,5746.
1,00.	0,7803.	0,4376.	3,80.	0,4485.	0,5654.
1,10.	0,7643.	0,5359.	3,90.	0,4226.	0,4750.
1,20.	0,7161.	0,6229.	4,00.	0,4986.	0,4202.
1,30.	0,6393.	0,6859.	4,10.	0,5739.	0,4754.
1,40.	0,5439.	0,7132.	4,20.	0,5420.	0,5628.
1,50.	0,4461.	0,6973.	4,30.	0,4497.	0,5537.
1,60.	0,3662.	0,6388.	4,40.	0,4385.	0,4620.
1,70.	0,3245.	0,5492.	4,50.	0,5261.	0,4339.
1,80.	0,3342.	0,4509.	4,60.	0,5674.	0,5158.
1,90.	0,3949.	0,3732.	4,70.	0,4917.	0,5668.
2,00.	0,4886.	0,3432.	4,80.	0,4340.	0,4965.
2,10.	0,5819.	0,3739.	4,90.	0,5003.	0,4347.
2,20.	0,6367.	0,4553.	5,00.	0,5638.	0,4987.
2,30.	0,6271.	0,5528.	5,10.	0,5000.	0,5620.
2,40.	0,5556.	0,6194.	5,20.	0,4390.	0,4966.
2,50.	0,4581.	0,6190.	5,30.	0,5078.	0,4401.
2,60.	0,3895.	0,5499.	5,40.	0,5573.	0,5136.
2,70.	0,3929.	0,4528.	5,50.	0,4785.	0,5533.
2,80.	0,4678.	0,3913.			

$\int dv \cos qv^2$  et  $\int dv \sin qv^2$ , prises depuis zéro jusqu'à l'infini, sont égales l'une et l'autre à  $\frac{1}{2}$ . Ainsi, pour avoir, à

l'aide de cette table, l'intensité de lumière qui répond à une position donnée du point  $P$ , ou, ce qui revient au même, à une valeur déterminée de  $v$  considérée comme une des limites de l'intégration poussée de l'autre part jusqu'à l'infini, il faut chercher dans la table les valeurs de  $\int d v \cos q v^2$  et  $\int d v \sin q v^2$  qui répondent à cette valeur de  $v$ , les augmenter de  $\frac{1}{2}$  l'une et l'autre, et faire la somme de leurs carrés.

La seule inspection de cette table indique des variations périodiques d'intensité dans la lumière, à mesure qu'on s'éloigne du bord de l'ombre géométrique. Pour avoir les valeurs de  $v$  qui répondent aux *maxima* et *minima*, c'est-à-dire, aux points les plus éclairés et les plus sombres des bandes obscures et brillantes, j'ai d'abord cherché dans la table les nombres qui en approchaient le plus, en calculant les intensités de lumière correspondantes; ensuite, au moyen de ces données et à l'aide d'une formule approximative très-simple, j'ai déterminé avec une exactitude suffisante les valeurs de  $v$  qui répondent aux *maxima* et *minima*.

Si l'on représente par  $i$  la valeur approchée de  $v$  que donne immédiatement la table, par  $I$  et  $Y$  celles de  $\frac{1}{2} + \int d v \cos q v^2$  et  $\frac{1}{2} + \int d v \sin q v^2$  qui lui correspondent, et par  $t$ , enfin, le petit arc qu'il faut ajouter à  $v$  pour atteindre le *maximum* ou le *minimum* de lumière, en négligeant dans le calcul le carré de  $t$ , on trouve, pour la formule qui donne la valeur de  $t$  répondant au *maximum* ou au *minimum* :

$$\sin(q(i^2 + 2it)) = \frac{2qiI - \sin qi^2}{\sqrt{(qiI - \sin qi^2)^2 + (2qiY + \cos qi^2)^2}} \quad (1).$$

(1) Je crois devoir placer ici le calcul qui m'a conduit à cette formule, pour faire voir que les inexactitudes qu'elle comporte sont aussi petites que celles de la table.

$$\begin{aligned} \int d v \cos q v^2 \left( \begin{matrix} v = -\infty \\ v = i + t \end{matrix} \right) &= \int d v \cos q v^2 \left( \begin{matrix} v = -\infty \\ v = i \end{matrix} \right) \\ + \int d v \cos q v^2 \left( \begin{matrix} v = i \\ v = i + t \end{matrix} \right) &= I + \int d v \cos q v^2 \left( \begin{matrix} v = i \\ v = i + t \end{matrix} \right); \end{aligned}$$

En substituant dans cette formule les nombres tirés de la table, on obtient les résultats suivans :

TABLEAU

*Des Maxima et Minima pour les Franges extérieures, et des Intensités de lumière correspondantes.*

	VALEURS de $v$ .	INTENSITÉS de lumière.
<i>Maximum</i> du 1. <sup>er</sup> ordre.....	1,2172.	2,7413.
<i>Minimum</i> du 1. <sup>er</sup> ordre.....	1,8726.	1,5570.
<i>Maximum</i> du 2. <sup>e</sup> ordre.....	2,3449.	2,3990.
<i>Minimum</i> du 2. <sup>e</sup> ordre.....	2,7392.	1,6867.
<i>Maximum</i> du 3. <sup>e</sup> ordre.....	3,0820.	2,3022.
<i>Minimum</i> du 3. <sup>e</sup> ordre.....	3,3913.	1,7440.
<i>Maximum</i> du 4. <sup>e</sup> ordre.....	3,6742.	2,2523.
<i>Minimum</i> du 4. <sup>e</sup> ordre.....	3,9372.	1,7783.
<i>Maximum</i> du 5. <sup>e</sup> ordre.....	4,1832.	2,2206.
<i>Minimum</i> du 5. <sup>e</sup> ordre.....	4,4160.	1,8014.
<i>Maximum</i> du 6. <sup>e</sup> ordre.....	4,6369.	2,1985.
<i>Minimum</i> du 6. <sup>e</sup> ordre.....	4,8479.	1,8185.
<i>Maximum</i> du 7. <sup>e</sup> ordre.....	5,0500.	2,1818.
<i>Minimum</i> du 7. <sup>e</sup> ordre.....	5,2442.	1,8317.

Il est à remarquer qu'aucun *minimum* n'est égal à zéro, comme dans les anneaux colorés, ou dans les franges produites

pour intégrer  $\int dv \cos qv^2$  depuis  $v = i$  jusqu'à  $v = i + t$ , je fais  $v = i + u$ , et j'ai,  $\int_{v=i}^{v=i+t} dv \cos qv^2 = \int_{u=0}^{u=t} du \cos q(i^2 + 2iu + u^2)$  :

or,  $i$  étant le nombre de la table le plus voisin de l'arc cherché  $i + t$ ,  $t$  est plus petit que la moitié de l'intervalle qui sépare deux nombres consécutifs, et l'on peut par conséquent négliger son carré dans l'intégration sans commettre d'erreur plus grande que celles de la table. Ainsi, puisque l'intégrale dont il s'agit doit être prise seulement depuis  $u = 0$  jusqu'à  $u = t$ , on peut négliger  $u^2$  dans



par le concours de deux faisceaux lumineux d'égale intensité, et que la différence entre les *maxima* et les *minima* diminue à

la parenthèse, et elle devient  $\int du \cos q(i^2 + 2iu) \left( \begin{smallmatrix} u=0 \\ u=t \end{smallmatrix} \right)$ , qui est égale à

$$\frac{1}{2qi} [\sin q(i^2 + 2it) - \sin qi^2]; \text{ on a donc,}$$

$$\int dv \cos qv^2 \left( \begin{smallmatrix} v=-\infty \\ v=i+t \end{smallmatrix} \right) = I + \frac{1}{2qi} [\sin q(i^2 + 2it) - \sin qi^2].$$

On trouve de même,

$$\int dv \sin qv^2 \left( \begin{smallmatrix} v=-\infty \\ v=i+t \end{smallmatrix} \right) = Y + \frac{1}{2qi} [-\cos q(i^2 + 2it) + \cos qi^2];$$

par conséquent, l'expression de l'intensité de la lumière au point que l'on considère est,

$$\begin{aligned} & \left[ I + \frac{1}{2qi} (\sin q(i^2 + 2it) - \sin qi^2) \right]^2 \\ & + \left[ Y + \frac{1}{2qi} (-\cos q(i^2 + 2it) + \cos qi^2) \right]^2. \end{aligned}$$

Pour trouver la valeur de  $t$  qui répond au *maximum* ou au *minimum* de cette expression, il faut évaluer à zéro son coefficient différentiel pris par rapport à  $t$ ; ce qui donne l'équation de condition,

$$0 = \left[ I + \frac{1}{2qi} (\sin q(i^2 + 2it) - \sin qi^2) \right] [\cos q(i^2 + 2it)]$$

$$+ \left[ Y + \frac{1}{2qi} (-\cos q(i^2 + 2it) + \cos qi^2) \right] [\sin q(i^2 + 2it)].$$

Effectuant les multiplications et réduisant, elle devient

$$0 = \cos q(i^2 + 2it) \cdot \left( I - \frac{1}{2qi} \sin qi^2 \right)$$

$$+ \sin q(i^2 + 2it) \cdot \left( Y + \frac{1}{2qi} \cos qi^2 \right).$$

Si l'on représente, pour abrégier,  $\sin q(i^2 + 2it)$  par  $x$ ,  $\cos q(i^2 + 2it)$  sera égal à  $\sqrt{1-x^2}$ : substituant et faisant disparaître les radicaux, on trouve,

$$x^2 \left( Y + \frac{1}{2qi} \cos qi^2 \right)^2 = (1-x^2) \left( -I + \frac{1}{2qi} \sin qi^2 \right)^2;$$

d'où l'on tire,

$$x, \text{ ou } \sin q(i^2 + 2it) = \frac{2qi \cdot I - \sin qi^2}{\sqrt{(qi \cdot I - \sin qi^2)^2 + (2qi \cdot Y + \cos qi^2)^2}}.$$

Fff\*

mesure qu'on s'éloigne de la tangente au bord du corps opaque; ce qui explique très-bien pourquoi les franges qui bordent les ombres sont beaucoup moins vives et moins nombreuses que les anneaux colorés, ou celles qu'on obtient par la réflexion d'un point lumineux sur deux miroirs légèrement inclinés entre eux.

Pour calculer la largeur des franges extérieures à l'aide de ces nombres, il faut se rappeler que nous avons substitué les intégrales  $\int d\nu \cdot \cos q\nu^2$  et  $\int d\nu \cdot \sin q\nu^2$  aux intégrales du problème  $\int d\zeta \cdot \cos\left(2q \cdot \frac{z^2(a+b)}{ab\lambda}\right)$  et  $\int d\zeta \cdot \sin\left(2q \cdot \frac{z^2(a+b)}{ab\lambda}\right)$ , en faisant  $2q \cdot \frac{z^2(a+b)}{ab\lambda} = q\nu^2$ ; d'où l'on tire  $z =$

$\nu \sqrt{\frac{ab\lambda}{2(a+b)}}$ ; par conséquent,

$$\int d\zeta \cdot \cos\left(2q \cdot \frac{z^2(a+b)}{ab\lambda}\right) = \sqrt{\frac{ab\lambda}{2(a+b)}} \cdot \int d\nu \cdot \cos q\nu^2,$$

$$\text{et } \int d\zeta \cdot \sin\left(2q \cdot \frac{z^2(a+b)}{ab\lambda}\right) = \sqrt{\frac{ab\lambda}{2(a+b)}} \cdot \int d\nu \cdot \sin q\nu^2;$$

ainsi,

$$\begin{aligned} \left[\int d\zeta \cdot \cos\left(2q \cdot \frac{z^2(a+b)}{ab\lambda}\right)\right]^2 &= \left[\int d\zeta \cdot \sin\left(2q \cdot \frac{z^2(a+b)}{ab\lambda}\right)\right]^2 \\ &= \frac{ab\lambda}{2a(a+b)} \left[(\int d\nu \cdot \cos q\nu^2)^2 + (\int d\nu \cdot \sin q\nu^2)^2\right]; \end{aligned}$$

or,  $\frac{ab\lambda}{2a(a+b)}$  étant un facteur constant, il en résulte que les deux quantités

$$\begin{aligned} \left[\int d\zeta \cdot \cos\left(2q \cdot \frac{z^2(a+b)}{ab\lambda}\right)\right]^2 + \left[\int d\zeta \cdot \sin\left(2q \cdot \frac{z^2(a+b)}{ab\lambda}\right)\right]^2 \\ \text{et } (\int d\nu \cdot \cos q\nu^2)^2 + (\int d\nu \cdot \sin q\nu^2)^2 \end{aligned}$$

atteindront en même temps leur *maximum* ou leur *minimum*; et si l'on représente par  $n$  la valeur de  $\nu$  qui répond à un *maximum* ou à un *minimum*, la valeur correspondante de  $z$

sera donnée par l'équation

$$z = n \sqrt{\frac{ab\lambda}{2(a+b)}}.$$

On en déduit ensuite la largeur  $x$  de la frange par la proportion  $a : z :: a + b : x$ , d'où l'on tire  $x = \frac{z(a+b)}{a}$ , ou substituant à la place de  $z$  sa valeur,

$$x = n \sqrt{\frac{\frac{1}{2}(a+b)b\lambda}{a}}.$$

Il est à remarquer que le radical est précisément la distance entre le bord de l'ombre géométrique et le point qui répond à une différence d'un quart d'ondulation entre le rayon direct et le rayon parti du bord du corps opaque. Ce résultat était facile à prévoir; car c'est précisément la valeur correspondante de  $v$  qui a été prise pour unité dans la table des valeurs numériques des intégrales  $\int dv \cdot \cos qv^2$  et  $\int dv \cdot \sin qv^2$ .

Si l'on substitue dans la formule

$$x = n \sqrt{\frac{\frac{1}{2}(a+b)b\lambda}{a}},$$

à la place de  $n$ , la valeur qui correspond au *minimum* du premier ordre, c'est-à-dire, au point le plus sombre de la bande obscure du premier ordre, on a,

$$x = (1,873) \sqrt{\frac{\frac{1}{2}(a+b)b\lambda}{a}}.$$

En partant de l'hypothèse que les franges sont produites par le concours des rayons directs et des rayons réfléchis sur le bord du corps opaque, et en supposant en outre que les rayons réfléchis éprouvent un retard d'une demi-ondulation, nous avons trouvé pour la même bande,

$$x = \sqrt{\frac{2(a+b)b\lambda}{a}} \text{ ou } x = 2 \sqrt{\frac{\frac{1}{2}(a+b)b\lambda}{a}};$$

ainsi ces deux valeurs sont entre elles comme 2 à 1,873. Le second résultat est sensiblement plus petit que le premier, puisqu'il y a près d'un quinzième de différence, et l'on peut en conséquence, par des observations très-précises, décider laquelle des deux théories s'accorde le mieux avec l'expérience, en se servant d'une lumière homogène dont la longueur d'ondulation soit bien connue.

La méthode qui m'avait d'abord paru la plus commode pour déterminer la longueur des ondes, était de mesurer la largeur des franges produites par deux miroirs légèrement inclinés l'un sur l'autre, en mesurant en même temps la distance entre les deux images du point lumineux; mais, les moindres courbures dans les miroirs pouvant altérer l'exactitude des résultats, j'ai préféré me servir des franges produites par une ouverture étroite combinée avec le verre à surface cylindrique dont j'ai déjà parlé. Nous avons vu qu'alors l'intervalle entre les milieux de deux bandes obscures consécutives quelconques, à droite ou à gauche du centre de l'ouverture, est égal à  $\frac{b \lambda}{c}$ ,  $\lambda$  représentant toujours la longueur d'ondulation, et  $c$  et  $b$ , la largeur de l'ouverture et sa distance au micromètre; tandis que la distance entre les points les plus sombres des deux bandes du premier ordre est précisément le double de cet intervalle. Avec ces données, il est aisé de déduire la valeur de  $\lambda$  de la mesure des franges.

Le tableau ci-dessous présente les résultats de cinq observations de ce genre, et les longueurs d'ondes qui s'en déduisent. J'y ai introduit les différentes valeurs de  $a$ , ou de la distance du point lumineux au diaphragme, quoiqu'elles soient inutiles pour le calcul, afin de présenter toutes les circonstances de l'expérience. Ces mesures ont été prises dans une lumière rouge sensiblement homogène, obtenue au moyen du verre coloré dont j'ai déjà parlé, et dont je me suis servi dans toutes

mes observations, afin qu'elles fussent parfaitement comparables. Chacune de ces mesures a été prise au moins quatre fois, et ce sont les moyennes que j'ai portées dans ce tableau.

DISTANCES du point lumineux au diaphragme ou valeurs de $a$ .	DISTANCES du diaphragme au micromètre ou valeurs de $b$ .	LARGEURS de l'ouverture.	NOMBRES des intervalles $b, \lambda$ compris dans chaque mesure.	MOYENNES des mesures micro- métriques.	LONGUEURS d'ondes déduites de ces mesures.
m. 2,507.	m 1,140.	mm. 2,00.	6.	mm. 2,185.	mm. 0,000639.
2,010.	1,302.	4,00.	10.	2,075.	0,000637.
2,010.	1,302.	3,00.	8.	2,222.	0,000640.
1,304.	2,046.	3,00.	8.	3,466.	0,000635.
1,304.	2,046.	2,00.	6.	3,922.	0,000639.
Somme des cinq résultats.....					0,003190.
Cinquième de la somme, ou moyenne.....					0,000638.

On voit que ces résultats s'accordent assez bien entre eux, puisque les moins concordans ne diffèrent pas d'un centième. Leur moyenne  $0^{mm},000638$  est la longueur d'onde que j'ai adoptée, et dont je me suis servi dans tous mes calculs pour comparer la théorie à l'expérience (1).

(1) D'après les observations de Newton sur les anneaux colorés, la longueur d'ondulation des rayons rouges extrêmes est  $0^{mm},000645$ ; celle des rayons à la séparation du rouge et de l'orange,  $0^{mm},000596$ ; et par conséquent celle des rayons rouges moyens,  $0^{mm},000620$ : ainsi la longueur  $0^{mm},000638$  répondrait à un point du spectre solaire un peu plus voisin de l'extrémité que du milieu du rouge, si toutefois les résultats de Newton ne sont pas un peu faibles.

Dans les premières expériences de diffraction que j'ai faites avec une lumière homogène, et qui ont été publiées dans les Annales de chimie et de physique, je n'avais pas employé le même verre rouge que pour celles-ci; mais je pense

Avant d'employer cette valeur de  $\lambda$  dans le calcul des franges extérieures et intérieures des ombres des corps, j'ai voulu encore la vérifier sur les franges produites par deux miroirs formant entre eux un angle très-obtus. C'est le cas le plus simple des interférences, puisqu'on n'a à considérer que deux systèmes d'ondes qui ont leurs centres aux deux images du point lumineux (1). On peut appliquer à ce phénomène la formule  $\frac{b \lambda}{c}$  donnant l'intervalle compris entre deux *minima* consécutifs, que nous avons trouvée pour les franges intérieures de l'ombre d'un corps étroit, dans l'hypothèse où toute la lumière infléchie partait des bords mêmes de l'écran, dont  $c$  représentait la largeur. Dans le phénomène d'interférences produit par deux miroirs,  $c$  représente la distance entre les deux images du point lumineux.

Je ne rapporterai que deux expériences de ce genre, les seules dans lesquelles je n'aie oublié aucune des précautions nécessaires pour éviter les erreurs. N'ayant pas pu me procurer des miroirs métalliques assez exactement plans, je me suis

---

que la lumière qu'il donne doit différer très-peu de celle du verre rouge dont je me suis servi en dernier lieu. Si l'on emploie la longueur d'ondulation  $0^{\text{mm}},000638$  pour calculer les observations de mon premier Mémoire, on trouvera cependant des différences assez notables entre l'expérience et la théorie, comme M. Babinet me l'a fait remarquer. Mais elles tiennent à l'inexactitude de mes premières observations, qui avaient été faites dans la chambre obscure de l'École polytechnique, dont le plancher, quoique solide, n'avait pas toute la stabilité nécessaire, comme je m'en suis aperçu depuis, en remarquant que le fil du micromètre changeait un peu de position quand on portait le poids du corps à gauche ou à droite du pied de l'instrument. Les nouvelles observations dont je présente ici les résultats, méritent beaucoup plus de confiance, parce que le pied du micromètre reposait sur une voûte, et que j'avais acquis plus d'expérience en général sur toutes les précautions qu'il est nécessaire de prendre pour obtenir des mesures exactes.

(1) Si l'on subdivisait chacune des deux ondes incidentes en petites ondes élémentaires, comme nous l'avons fait pour les autres phénomènes de diffraction, il est clair qu'on arriverait au même résultat, puisque les intégrales de ces deux systèmes d'ondes élémentaires fictives sont précisément les deux ondes réelles réfléchies par les miroirs.

servi de deux glaces non étamées, travaillées avec une grande perfection, que j'ai fait enduire d'un vernis noir par derrière pour éteindre la seconde réflexion. Je les ai fixées l'une à côté de l'autre sur un support avec de la cire molle, en ne les pressant que très-légèrement pour éviter les flexions. Un inconvénient qui résulte de cette manière de les fixer, c'est qu'il arrive souvent qu'elles changent un peu de position pendant l'expérience, et les moindres variations rendent l'opération fautive. Pour éviter les erreurs de ce genre, j'ai eu soin de mesurer les franges avant et après la mesure de l'intervalle compris entre les deux images du point lumineux, afin de m'assurer qu'elles n'avaient point changé de largeur pendant cette opération. J'ai déterminé l'intervalle compris entre les deux images du point lumineux, au moyen d'un écran placé à une certaine distance du micromètre, et percé d'un petit trou circulaire qui avait cependant assez de largeur pour que le centre de son ombre, au lieu d'être clair et dilaté, comme cela a lieu quand on se sert d'une ouverture très-étroite, fût occupé par un cercle obscur d'une très-petite étendue; ce qui rend les mesures plus précises. Cet écran était assez éloigné des deux miroirs pour que les bords du trou fussent suffisamment distans des limites de la partie commune des deux champs lumineux, de façon qu'elles n'eussent pas d'influence sensible sur les franges centrales du petit trou. Je mesurais la distance entre les centres des deux projections lumineuses du petit trou, qui étaient disposées d'une manière symétrique relativement aux franges produites par les deux miroirs, et se trouvaient à la hauteur du micromètre, en sorte que je n'étais point obligé de changer sa position, condition indispensable, parce qu'il n'arrive presque jamais que ces franges aient exactement la même largeur dans toute leur étendue. Connaissant d'ailleurs la distance du petit trou au micromètre et aux deux images du point lumineux, je pouvais, par une simple

proportion, déterminer l'intervalle compris entre ces deux images. Voici les résultats de mes observations : chaque mesure micrométrique a été prise au moins quatre fois.

1.<sup>re</sup> OBSERVATION.

Distance du point lumineux aux miroirs.....	m.	2,323.
des miroirs au petit trou.....		3,171.
du petit trou au micromètre.....		1,522.
Distance totale ou valeur de $b$ .....		<u>7,016.</u>
Intervalle entre les centres des deux projections lumineuses du petit trou.....	mm.	3,370.
On en déduit pour l'intervalle entre les deux images du point lumineux.....	mm.	<u>12,16.</u>
D'après ces données, on trouve pour la largeur de onze franges, au moyen de la formule $\frac{11 b \lambda}{c}$ .....	mm.	4,05.
L'observation m'avait donné.....		<u>4,06.</u>
DIFFÉRENCE.....		<u>-0,01.</u>

2.<sup>e</sup> OBSERVATION.

Distance du point lumineux aux miroirs.....	m.	2,321.
des miroirs au petit trou.....		3,105.
du petit trou au micromètre.....		1,533.
Distance totale ou valeur de $b$ .....		<u>6,959.</u>
Intervalle entre les centres des deux projections lumineuses du petit trou.....	mm.	4,140.
On en déduit pour l'intervalle entre les deux images du point lumineux.....	mm.	<u>14,65.</u>
D'après ces données, on trouve pour la largeur de onze franges, au moyen de la formule $\frac{11 b \lambda}{c}$ .....	mm.	3,33.
L'observation m'avait donné.....		<u>3,35.</u>
DIFFÉRENCE.....		<u>-0,02.</u>



On produit un phénomène absolument semblable à celui que présentent les deux miroirs, en se servant d'un verre plan d'un côté, et dont l'autre surface est composée de deux plans formant entre eux un angle saillant très-obtus, afin que les deux images du point lumineux, produites par ce verre, soient assez rapprochées pour que les franges aient une largeur suffisante et puissent être aperçues. L'interposition de ce verre fait naître, comme la réflexion sur deux miroirs, deux systèmes d'ondes lumineuses, dont les intersections produisent des bandes obscures ou brillantes, selon l'accord ou la discordance de leurs mouvemens vibratoires. Il est évident que les mêmes formules doivent s'appliquer aux deux phénomènes. Voici les résultats d'une expérience faite avec un verre prismatique, en suivant du reste les mêmes procédés que dans les observations précédentes sur les franges produites par deux miroirs.

Distance du point lumineux au petit trou.....	m. 5,877.
du petit trou au micromètre.....	1,265.
Distance totale ou valeur de <i>b</i> .....	<u>7,142.</u>
Intervalle entre les centres des projections lumineuses du petit trou.....	mm. 4,66.
On en déduit pour l'intervalle entre les deux images du point lumineux.....	<u>21,65.</u>
D'après ces données, on trouve pour la largeur de onze franges,	
au moyen de la formule $\frac{11 b \lambda}{c}$ .....	mm. 2,31.
L'observation m'avait donné.....	2,30.
DIFFÉRENCE.....	<u>+0,01.</u>

Après avoir ainsi vérifié sur les phénomènes dont les lois théoriques sont les plus simples et les plus évidentes, la longueur d'ondulation que j'avais déduite de la mesure des franges

G g g \*

produites par une ouverture étroite combinée avec une lentille cylindrique, j'ai appliqué cette même longueur d'ondulation au calcul des franges extérieures des ombres, au moyen de la formule

$$x = n \sqrt{\frac{\frac{1}{2}(a+b)b\lambda}{a}},$$

dans laquelle j'ai substitué à la place de  $n$  les différentes valeurs tirées du tableau des *maxima* et *minima*.

Le tableau suivant présente les résultats du calcul comparés à ceux de l'observation. J'ai déterminé seulement la position des *minima* dans mes expériences (ce qui est suffisant pour la vérification de la théorie), parce que mon œil assignait mieux en général le point le plus sombre d'une bande obscure que le point le plus éclairé d'une bande brillante.

#### TABLEAU COMPARATIF

*Des Résultats de l'Observation et de ceux de la Théorie sur les Franges extérieures des ombres dans une lumière rouge homogène, pour laquelle la longueur d'ondulation est égale à 0<sup>mm</sup>,000638.*

NUMÉROS des observa- tions.	DISTANCES du point lumineux au corps opaque, ou valeurs de $a$ .	DISTANCES du corps opaque au micromètre, ou valeurs de $b$ .	ORDRES des bandes obs- cures.	DISTANCES du point le plus obscur de chaque bande au bord de l'ombre géométrique.		DIFFÉRENCES.
				Observation	Calcul.	
1.	0 <sup>m</sup> ,1000.	0 <sup>m</sup> ,7985.	1.	mm. 2,84.	mm. 2,83.	— 1.
			2.	4,14.	4,14.	0.
			3.	5,14.	5,13.	— 1.
			4.	5,96.	5,96.	0.
			5.	6,68.	6,68.	0.

NUMÉROS des observa- tions.	DISTANCES du point lumineux au corps opaque, ou valeurs de <i>a</i> .	DISTANCES du corps opaque au micromètre, ou valeurs de <i>b</i> .	ORDRES des bandes obs- cures.	DISTANCES du point le plus-obscur de chaque bande au bord de l'ombre géométrique.		DIFFÉRENCES.
				Observation	Calcul.	
2.	m. 0,1985.	m. 0,637.	1.	mm. 1,73.	mm. 1,73.	0.
			2.	2,54.	2,53.	- 1.
			3.	3,14.	3,14.	0.
			4.	3,65.	3,64.	- 1.
			5.	4,06.	4,08.	+ 2.
3.	0,202.	0,640.	1.	1,72.	1,73.	+ 1.
			2.	2,50.	2,53.	+ 3.
			3.	3,13.	3,13.	0.
			4.	3,62.	3,63.	+ 1.
			5.	4,07.	4,07.	0.
4.	0,510.	0,110.	1.	0,39.	0,39.	0.
			2.	0,58.	0,57.	- 1.
			3.	0,71.	0,70.	- 1.
			4.	0,82.	0,81.	- 1.
			5.	0,91.	0,91.	0.
5.	0,510.	0,501.	1.	1,05.	1,05.	0.
			2.	1,54.	1,54.	0.
			3.	1,90.	1,91.	+ 1.
			4.	2,21.	2,22.	+ 1.
			5.	2,49.	2,49.	0.
6.	0,510.	1,005.	1.	1,82.	1,83.	+ 1.
			2.	2,66.	2,67.	+ 1.
			3.	3,30.	3,31.	+ 1.
			4.	3,84.	3,84.	0.
			5.	4,31.	4,31.	0.
7.	1,011.	0,116.	1.	0,38.	0,38.	0.
			2.	0,57.	0,56.	- 1.
			3.	0,69.	0,69.	0.
			4.	0,80.	0,80.	0.
			5.	0,90.	0,90.	0.

NUMÉROS des observa- tions.	DISTANCES du point lumineux au corps opaque, ou valeurs de <i>a</i> .	DISTANCES du corps opaque au micromètre, ou valeurs de <i>b</i> .	ORDRES des bandes obs- cures.	DISTANCES du point le plus obscur de chaque bande au bord de l'ombre géométrique.		DIFFÉRENCES.
				Observation	Calcul.	
8.	m. 1,011.	m. 0,502.	1.	mm. 0,92.	mm. 0,92.	0.
			2.	1,35.	1,34.	- 1.
			3.	1,68.	1,66.	- 2.
			4.	1,93.	1,93.	0.
			5.	2,15.	2,16.	+ 1.
9.	1,011.	0,996.	1.	1,49.	1,49.	0.
			2.	2,18.	2,18.	0.
			3.	2,70.	2,69.	- 1.
			4.	3,12.	3,13.	+ 1.
			5.	3,51.	3,51.	0.
10.	1,011.	2,010.	1.	2,59.	2,59.	0.
			2.	3,79.	3,79.	0.
			3.	4,68.	4,69.	+ 1.
			4.	5,45.	5,45.	0.
			5.	6,10.	6,11.	+ 1.
11.	2,008.	0,118.	1.	0,37.	0,37.	0.
			2.	0,55.	0,55.	0.
			3.	0,68.	0,68.	0.
			4.	0,78.	0,79.	+ 1.
			5.	0,87.	0,88.	+ 1.
12.	2,008.	0,999.	1.	1,30.	1,29.	- 1.
			2.	1,89.	1,89.	0.
			3.	2,34.	2,34.	0.
			4.	2,71.	2,72.	+ 1.
			5.	3,03.	3,05.	+ 2.
13.	2,008.	2,998.	1.	2,89.	2,89.	0.
			2.	4,23.	4,23.	0.
			3.	5,22.	5,24.	+ 2.
			4.	6,08.	6,08.	0.
			5.	6,80.	6,82.	+ 2.

NUMÉROS des observa- tions.	DISTANCES du point lumineux au corps opaque, ou valeurs de <i>a</i> .	DISTANCES du corps opaque au micromètre, ou valeurs de <i>b</i> .	ORDRES des bandes obs- cures.	DISTANCES du point le plus obscur de chaque bande au bord de l'ombre géométrique.		DIFFÉRENCES.
				Observation	Calcul.	
14.	m. 3,018.	m. 0,0017.	1.	mm. 0,04.	mm. 0,04.	0.
			2.	0,06.	0,06.	0.
			3.	0,08.	0,08.	0.
15.	3,018.	0,253.	1.	0,54.	0,55.	+ 1.
			2.	0,80.	0,81.	+ 1.
			3.	1,00.	1,00.	0.
			4.	1,16.	1,16.	0.
			5.	1,31.	1,31.	0.
16.	3,018.	0,500.	1.	0,81.	0,81.	0.
			2.	1,17.	1,18.	+ 1.
			3.	1,45.	1,46.	+ 1.
			4.	1,69.	1,70.	+ 1.
			5.	1,89.	1,90.	+ 1.
17.	3,018.	1,003.	1.	1,21.	1,22.	+ 1.
			2.	1,78.	1,79.	+ 1.
			3.	2,20.	2,21.	+ 1.
			4.	2,56.	2,57.	+ 1.
			5.	2,87.	2,88.	+ 1.
18.	3,018.	1,998.	1.	1,92.	1,93.	+ 1.
			2.	2,83.	2,82.	- 1.
			3.	3,49.	3,49.	0.
			4.	4,04.	4,05.	+ 1.
			5.	4,54.	4,55.	+ 1.
19.	3,018.	3,002.	1.	2,58.	2,59.	+ 1.
			2.	3,78.	3,79.	+ 1.
			3.	4,68.	4,69.	+ 1.
			4.	5,44.	5,44.	0.
			5.	6,09.	6,10.	+ 1.

NUMÉROS des observa- tions.	DISTANCES du point lumineux au corps opaque, ou valeurs de $a$ .	DISTANCES du corps opaque au micromètre, ou valeurs de $b$ .	ORDRES des bandes obs- cures.	DISTANCES du point le plus obscur de chaque bande au bord de l'ombre géométrique.		DIFFÉRENCES.
				Observation.	Calcul.	
20.	m. 3,018.	m. 3,995.	1.	mm. 3,19.	mm. 3,22.	+ 3.
			2.	4,70.	4,71.	+ 1.
			3.	5,83.	5,84.	+ 1.
			4.	6,73.	6,78.	+ 5.
			5.	7,58.	7,60.	+ 2.
21.	4,507.	0,131.	1.	0,38.	0,39.	+ 1.
			2.	0,56.	0,57.	+ 1.
			3.	0,70.	0,70.	0.
			4.	0,81.	0,82.	+ 1.
			5.	0,92.	0,92.	0.
22.	4,507.	1,018.	1.	1,18.	1,18.	0.
			2.	1,73.	1,73.	0.
			3.	2,13.	2,14.	+ 1.
			4.	2,49.	2,48.	- 1.
			5.	2,80.	2,79.	- 1.
23.	4,507.	2,506.	1.	2,11.	2,09.	- 2.
			2.	3,07.	3,05.	- 2.
			3.	3,78.	3,78.	0.
			4.	4,39.	4,39.	0.
			5.	4,90.	4,93.	+ 3.
24.	6,007.	0,117.	1.	0,36.	0,37.	+ 1.
			2.	0,53.	0,53.	0.
			3.	0,66.	0,66.	0.
			4.	0,77.	0,77.	0.
			5.	0,85.	0,86.	+ 1.
25.	6,007.	0,999.	1.	1,13.	1,14.	+ 1.
			2.	1,67.	1,67.	0.
			3.	2,06.	2,07.	+ 1.
			4.	2,40.	2,40.	0.
			5.	2,69.	2,69.	0.

On ne pouvait pas s'attendre à un accord plus frappant entre l'expérience et la théorie. Si l'on compare la petitesse des différences à l'étendue des largeurs mesurées, et si l'on fait attention aux grandes variations que *a* et *b* ont éprouvées dans ces observations diverses, on se refusera difficilement à regarder l'intégrale qui nous a conduits à ces résultats comme l'expression fidèle de la loi des phénomènes. Mais ce qui augmente encore beaucoup les probabilités en faveur de la nouvelle théorie, c'est que la longueur d'ondulation employée dans ces calculs a été déduite de phénomènes très-différens, et dont la loi se laissait apercevoir aisément.

Si l'on substituait cette longueur d'ondulation dans les formules auxquelles nous avons été conduits par la première hypothèse, on trouverait des résultats qui différeraient sensiblement de ceux de l'expérience. Je ne présente ici qu'une application de ces formules, qui me paraît suffisante pour faire voir qu'elles ne s'accordent pas aussi bien avec les mesures. J'ai choisi l'observation n.° 23, qui est une des plus favorables à la première théorie.

NUMÉRO de l'observa- tion.	DISTANCE du point lumineux au corps opaque, ou valeur de <i>a</i> .	DISTANCE du corps opaque au micromètre, ou valeur de <i>b</i> .	ORDRES des bandes obs- cures.	DISTANCES du point le plus obscur de chaque bande au bord de l'ombre géométrique.		DIFFÉRENCES.
				Observation	Calcul.	
23.	m 4,507.	m 2,506.	1.	mm 2,11.	mm 2,23.	mm + 0,12.
			2.	3,07.	3,15.	+ 0,08.
			3.	3,78.	3,86.	+ 0,08.
			4.	4,39.	4,46.	+ 0,07.
			5.	4,90.	4,99.	+ 0,09.

On ne pourrait pas expliquer ces discordances en suppo-

sant que la longueur d'ondulation employée  $0^{\text{mm}},000638$  est trop faible ; car, si on l'augmente de façon à faire concorder le calcul avec la théorie pour la bande obscure du premier ordre, elle sera évidemment trop forte pour celle du quatrième. En effet, il résulte de ces formules que la distance du bord de l'ombre géométrique à la bande du quatrième ordre doit être le double de la distance du même point à la bande du premier ordre : or, en doublant  $2^{\text{mm}},11$ , on trouve  $4^{\text{mm}},22$ , au lieu de  $4^{\text{mm}},39$ , que donne l'observation. Par conséquent, en partant de la plus grande quantité pour calculer la plus petite, d'après la distance observée pour la bande du quatrième ordre, celle de la bande du premier ordre devrait être  $2^{\text{mm}},19$ , au lieu de  $2^{\text{mm}},11$ , et la différence est de  $0^{\text{mm}},08$ . En faisant des calculs semblables sur toutes les observations comprises dans le tableau ci-dessus, on trouve :

NUMÉROS des observations.	DISTANCES du bord de l'ombre géométrique au point le plus obscur de la bande du premier ordre, d'après l'observation.	MOITIÉ de la distance du bord de l'ombre géométrique au point le plus obscur de la bande du quatrième ordre.	DIFFÉRENCES.
1.	mm. 2,84.	mm. 2,98.	mm. + 0,14.
2.	1,73.	1,82.	+ 0,09.
3.	1,72.	1,81.	+ 0,09.
4.	0,39.	0,41.	+ 0,02.
5.	1,05.	1,10.	+ 0,05.
6.	1,82.	1,92.	+ 0,10.
7.	0,38.	0,40.	+ 0,02.
8.	0,92.	0,96.	+ 0,04.
9.	1,49.	1,56.	+ 0,07.
10.	2,59.	2,72.	+ 0,13.
11.	0,37.	0,39.	+ 0,02.
12.	1,30.	1,35.	+ 0,05.
13.	2,89.	3,04.	+ 0,15.
14.	"	"	
15.	0,54.	0,58.	+ 0,04.
16.	0,81.	0,84.	+ 0,03.



NUMÉROS des observations.	DISTANCES du bord de l'ombre géométrique au point le plus obscur de la bande du premier ordre, d'après l'observation.	MOITIÉ de la distance du bord de l'ombre géométrique au point le plus obscur de la bande du quatrième ordre.	DIFFÉRENCES.
	mm.	mm.	mm.
17.	1,21.	1,28.	+ 0,07.
18.	1,92.	2,02.	+ 0,10.
19.	2,58.	2,72.	+ 0,14.
20.	3,19.	3,36.	+ 0,17.
21.	0,38.	0,40.	+ 0,02.
22.	1,18.	1,24.	+ 0,06.
23.	2,11.	2,19.	+ 0,08.
24.	0,36.	0,38.	+ 0,02.
25.	1,13.	1,20.	+ 0,07.

On voit que toutes les observations s'accordent à donner pour le *minimum* du premier ordre une distance plus petite que la moitié de celle du *minimum* du quatrième ordre, et que les différences entre les résultats de l'observation et du calcul dans ce dernier tableau sont plussensibles que dans le précédent. Ainsi, indépendamment des considérations théoriques et des expériences qui m'ont servi à déterminer la longueur d'ondulation, il est évident que les rapports de largeur des franges sont plus fidèlement représentés par les distances répondant aux *minima* de l'intégrale déduite du principe d'Huygens, que par les formules calculées d'après la première hypothèse.

Pour reconnaître ainsi laquelle des deux théories conduisait aux résultats les plus exacts, malgré la petitesse de leurs différences, il fallait pousser la précision des mesures presque aussi loin que le comporte ce genre d'observations; car, en raison du vague des franges, cette limite est assez rapprochée. Je crois devoir donner ici quelques détails sur le procédé que j'ai suivi et les précautions que j'ai prises dans ces expériences.

h h h\*

Il n'est peut-être pas inutile de rappeler d'abord aux physiciens qui voudraient répéter ces expériences, que l'observateur doit regarder le point lumineux en tenant son œil derrière la loupe du micromètre et à une distance telle, que sa surface lui paraisse entièrement illuminée quand elle est hors de l'ombre; c'est dans cette position réciproque de l'œil et de la loupe qu'il faut chercher et mesurer les franges : alors elles se peignent sur la rétine telles qu'elles sont réellement au foyer de la loupe, comme l'image aérienne produite par l'objectif d'une lunette est transmise fidèlement à l'œil par l'oculaire, qui en augmente seulement les dimensions apparentes.

Au lieu d'un fil de soie, je me suis ordinairement servi d'un verre fixé devant la lentille du micromètre et sur lequel était gravé un trait fin, qui ne se prolongeait pas dans toute l'étendue du champ de la lentille, mais s'arrêtait au milieu, de sorte que je pouvais voir au-delà de l'extrémité du trait le prolongement de la bande obscure devant laquelle je l'avais amené; ce qui est plus commode pour bien juger s'il est vis-à-vis l'endroit le plus sombre, sur-tout lorsque les franges ont peu de largeur. Pour déterminer la position du bord de l'ombre géométrique par rapport aux bandes obscures, au lieu d'un corps opaque d'une largeur connue, j'ai employé deux plaques d'acier, que je pouvais écarter ou rapprocher à volonté l'une de l'autre, et dont j'évaluais l'intervalle à moins d'un centième de millimètre près, à l'aide d'un vernier fixé au coursier de ce petit instrument. Ces deux plaques étaient terminées par un double biseau légèrement arrondi. Je mesurais avec le micromètre les distances entre les bandes obscures produites par les bords des deux plaques, et, connaissant d'ailleurs l'intervalle qui séparait ces deux bords, ainsi que leur distance au point lumineux et au micromètre, je trouvais, par un calcul très-simple, la largeur comprise entre les limites des ombres géométriques des

deux écrans. Il suffisait alors d'en retrancher l'intervalle entre deux bandes correspondantes et de prendre la moitié du reste pour avoir la distance d'une de ces bandes au bord de l'ombre géométrique la plus voisine. Chaque mesure a été prise au moins deux fois.

J'avais soin que les plaques fussent séparées par un intervalle assez grand pour que l'une n'eût aucune influence sur les franges produites par l'autre. Dans presque toutes mes observations, cet intervalle était d'un centimètre.

Je me servais, pour former le point lumineux, de lentilles d'autant plus convexes, que le corps opaque en était plus rapproché. Dans les expériences 1, 2 et 3, la lentille que j'ai employée n'avait qu'un demi-millimètre de foyer, afin que les franges fussent moins vagues en raison de la finesse du point lumineux, et sur-tout afin de pouvoir mesurer avec une exactitude suffisante la distance de ce point au corps opaque; ce qui est plus facile quand le foyer de la lentille est plus court. Pour que la petite image du soleil qui formait le point lumineux au foyer de la lentille ne changeât pas de position par l'effet du mouvement diurne pendant la mesure des franges, les rayons solaires étaient réfléchis dans une direction constante par le miroir d'un héliostat que M. Berthollet avait eu la bonté de me prêter, et qui m'a été du plus grand secours dans mes expériences. C'est un instrument presque indispensable pour ce genre d'observations.

Nous venons de voir qu'on pouvait expliquer d'une manière satisfaisante la formation et la position des franges extérieures, en les considérant comme produites par le concours d'une infinité d'ondes élémentaires qui émanent de la partie de l'onde non interceptée par le corps opaque. Il résulte de la même théorie que la lumière infléchie dans l'ombre ne doit produire aucune bande obscure et brillante, mais diminuer continuellement d'intensité lorsque l'écran est assez étendu pour

qu'il ne vienne point de lumière sensible de l'autre côté, quoique cette lumière infléchie résulte du concours d'une infinité d'ondes élémentaires, comme celles qui donnent naissance aux franges extérieures; c'est ce que l'on reconnaît à l'inspection du tableau ci-dessous, qui représente l'intensité de la lumière répandue dans l'ombre pour différentes inclinaisons des rayons infléchis. Ces intensités ont été calculées au moyen de la table des valeurs numériques des intégrales

$$\int d\nu \cos q \nu^2 \text{ et } \int d\nu \sin q \nu^2,$$

en faisant la somme des carrés des nombres correspondans diminués de  $\frac{1}{2}$ . Malgré les inexactitudes qui proviennent de ce que les limites des intégrations partielles n'avaient pas été assez rapprochées dans la première table, on voit que l'intensité de la lumière s'affaiblit rapidement à mesure que  $\nu$  augmente, sans qu'il se présente aucun de ces *maxima* ou *minima* que nous avons observés à l'extérieur de l'ombre.

*Intensités de la Lumière infléchie dans l'ombre sous différentes obliquités.*

VALEURS de $\nu$ .	INTENSITÉS correspondantes.	VALEURS de $\nu$ .	INTENSITÉS correspondantes.
0.		0.	
0,10.	0,4095.	1,80.	0,0299.
0,20.	0,3359.	1,90.	0,0271.
0,30.	0,2765.	2,00.	0,0247.
0,40.	0,2284.	2,10.	0,0226.
0,50.	0,1898.	2,20.	0,0207.
0,60.	0,1586.	2,30.	0,0189.
0,70.	0,1334.	2,40.	0,0173.
0,80.	0,1129.	2,50.	0,0159.
0,90.	0,0962.	2,60.	0,0147.
1,00.	0,0825.	2,70.	0,0137.
1,10.	0,0711.	2,80.	0,0129.
1,20.	0,0618.	2,90.	0,0121.
1,30.	0,0540.	3,00.	0,0113.
1,40.	0,0474.	3,10.	0,0105.
1,50.	0,0418.	3,20.	0,0098.
1,60.	0,0372.	3,30.	0,0092.
1,70.	0,0332.	3,40.	0,0087.

VALEURS de $\nu$ .	INTENSITÉS correspondantes.	VALEURS de $\nu$ .	INTENSITÉS correspondantes.
3,50.	0,0083.	4,60.	0,0048.
3,60.	0,0079.	4,70.	0,0045.
3,70.	0,0074.	4,80.	0,0044.
3,80.	0,0069.	4,90.	0,0043.
3,90.	0,0066.	5,00.	0,0041.
4,00.	0,0064.	5,10.	0,0038.
4,10.	0,0061.	5,20.	0,0037.
4,20.	0,0057.	5,30.	0,0036.
4,30.	0,0054.	5,40.	0,0035.
4,40.	0,0052.	5,50.	0,0033.
4,50.	0,0051.		

$a$  et  $b$  représentant toujours les distances de l'écran au point lumineux et au plan sur lequel on reçoit son ombre, et  $x$  la distance du bord de l'ombre géométrique au point que l'on considère dans ce plan, on a

$$x = \nu \sqrt{\frac{\frac{1}{2}(a+b)b\lambda}{a}};$$

et par conséquent

$$\frac{x}{b} = \nu \sqrt{\frac{\frac{1}{2}(a+b)\lambda}{ab}}.$$

A l'aide de ces formules, on peut calculer les valeurs de la distance  $x$  ou de l'inclinaison  $\frac{x}{b}$  du rayon infléchi qui correspond aux différentes valeurs de  $\nu$ ; et réciproquement, étant donné  $x$  ou l'obliquité  $\frac{x}{b}$ , on peut en déduire  $\nu$ , et déterminer l'intensité de la lumière infléchie. Une conséquence remarquable de la formule

$$x = \nu \sqrt{\frac{\frac{1}{2}(a+b)b\lambda}{a}},$$

c'est que les valeurs de  $x$  ne sont pas proportionnelles aux valeurs de  $b$ , mais aux ordonnées d'une hyperbole dont celles-ci seraient les abscisses. Ainsi il résulte de cette théorie que

les points de même intensité par rapport au bord de l'ombre géométrique ne suivent pas une ligne droite quand on fait varier  $b$ , mais une hyperbole qui a une courbure sensible, comme les trajectoires des franges extérieures.

Je n'ai pas encore vérifié par des expériences directes les rapports d'intensité de la lumière infléchie que j'ai déduits de la théorie des interférences appliquée au principe d'Huygens. Ce genre d'observations présente de grandes difficultés (1); et j'ai peine à croire qu'on puisse y porter autant d'exactitude que dans la détermination des points les plus sombres et les plus brillants des franges, dont les résultats me paraissent aussi des vérifications (à la vérité, indirectes) de ces mêmes rapports d'intensité; car la position des *maxima* et *minima* étant déduite de l'expression générale de l'intensité de la lumière, si l'expérience s'accorde à cet égard avec le calcul, toutes les fois du moins que les observations peuvent être faites avec précision, il devient bien probable que cette intégrale représente réellement toutes les variations d'intensité de la lumière infléchie.

---

(1) Il est très-difficile de mesurer avec précision l'intensité de la lumière, même dans les circonstances les plus favorables, lorsque les espaces éclairés qu'il s'agit de comparer sont suffisamment étendus et présentent chacun une lumière uniforme; à plus forte raison lorsque ces espaces varient de clarté d'un point à un autre, et ne peuvent être considérés comme ayant une intensité uniforme que dans un intervalle extrêmement étroit, ou, pour ainsi dire, une seule ligne lumineuse. Je crois cependant qu'on pourrait parvenir à vérifier les formules d'intensité de lumière dans les phénomènes de diffraction, d'une manière suffisante, quoique toujours indirecte, à l'aide d'un procédé très-simple, auquel j'ai songé depuis que mon Mémoire a été déposé à l'Institut: ce serait de superposer, à l'aide de la double réfraction, des franges différentes les unes sur les autres, celles de l'intérieur d'une ombre étroite, par exemple, sur celles de l'extérieur, et d'observer la position des nouveaux *maxima* et *minima* résultant de ce mélange. Si, comme j'en suis persuadé, les formules appliquées à ces superpositions de franges diverses s'accordaient encore avec l'observation sur la position des nouveaux *maxima* et *minima*, on ne pourrait plus douter qu'elles ne représentassent effectivement les intensités relatives des différents points des franges.

A l'aide du tableau des *maxima* et *minima* des franges extérieures, on peut calculer aisément, comme nous l'avons vu, les positions des points les plus sombres et les plus éclairés de leurs bandes obscures et brillantes pour toutes les valeurs de  $a$  et de  $b$ . Il n'en est pas de même à l'égard des franges intérieures de l'ombre d'un corps étroit, ou de celles qui sont produites par une petite ouverture. Les deux limites de l'intégrale variant à-la-fois, il n'est plus possible de présenter des résultats généraux applicables à tous les cas; et l'on est obligé de déterminer les *maxima* et les *minima* dans chaque cas particulier, à l'aide de la table qui donne les valeurs numériques de

$$\int d v \cos q v^2 \text{ et } \int d v \sin q v^2.$$

Je vais présenter le résultat de tous les calculs de cette espèce que j'ai faits jusqu'à présent pour la vérification de la théorie. Comme ils sont très-longs (1), je n'ai pas pu les multiplier autant que je l'aurais désiré; mais j'ai tâché de compenser ce défaut par la variété des cas auxquels je les ai appliqués, et en vérifiant la théorie de préférence sur les observations qui m'avaient présenté les dispositions de franges les plus extraordinaires.

Je vais d'abord m'occuper des franges produites par une petite ouverture, qui tiennent à-la-fois des franges extérieures et de celles qu'on observe dans l'ombre d'un corps étroit.

Soit  $C$  (fig. 9) le point lumineux,  $A G$  une ouverture étroite dont les bords  $A$  et  $G$  sont rectilignes et parallèles,  $B D$  sa projection conique sur le plan où l'on observe les franges, et  $P$  un point pris dans ce plan, dont on veut connaître l'intensité. Pour cela, il faut intégrer

$$\int d z. \cos \left( 2 q. \frac{z^2 (a+b)}{a b \lambda} \right) \text{ et } \int d z. \sin \left( 2 q. \frac{z^2 (a+b)}{a b \lambda} \right)$$

(1) Il est très-possible qu'il y ait des procédés plus courts, que mon peu d'usage de l'analyse m'aura empêché d'apercevoir.

entre les limites  $A$  et  $G$ , et faire la somme des carrés de ces intégrales : ce sera l'intensité de la lumière en  $P$ . Mais il faut se rappeler que l'origine des  $z$  est sur le rayon direct  $CP$ , et qu'en conséquence les deux limites  $A$  et  $G$  répondent à

$$z = MG \text{ et } z = -AM.$$

Après avoir calculé les valeurs correspondantes de  $v$  avec la formule

$$v = z \sqrt{\frac{2(a+b)}{ab\lambda}} \text{ ou } v = x \sqrt{\frac{2a}{(a+b)b\lambda}},$$

dans laquelle  $x$  représente la distance du point  $P$  au bord de l'ombre géométrique, on cherchera dans la table des intégrales

$$\int dv. \cos qv^2 \text{ et } \int dv. \sin qv^2,$$

les nombres qui approchent le plus de ces valeurs de  $v$ .

Je suppose que  $t$  soit la différence entre la valeur calculée et le nombre  $i$  de la table, on trouvera les intégrales correspondantes au moyen des formules approximatives,

$$\begin{aligned} \int_0^{i+t} dv. \cos qv^2 &= \int_0^i dv. \cos qv^2 \\ &+ \frac{1}{2iq} [\sin qi(i+2t) - \sin qi^2], \\ \int_0^{i+t} dv. \sin qv^2 &= \int_0^i dv. \sin qv^2 \\ &+ \frac{1}{2iq} [-\cos qi(i+2t) + \cos qi^2]. \end{aligned}$$

Après avoir fait le même calcul pour les deux valeurs de  $v$  qui répondent aux limites  $A$  et  $G$  de l'ouverture, on ajoutera ensemble les intégrales homologues si le point  $M$  est en dedans; on les retranchera, au contraire, l'une de l'autre s'il est en dehors; et l'on fera enfin la somme des carrés des deux nombres trouvés. On aura de même les intensités de lumière pour tous les autres points dont la position sera donnée, et en comparant ces différens résultats, on reconnaîtra entre lesquels sont placés les *maxima* et les *minima*. Étant données les intensités



lumineuses de trois points assez rapprochés entre lesquels se trouve un *maximum* ou un *minimum*, on peut aisément déterminer sa position avec une exactitude suffisante par la méthode des interpolations, en supposant que, dans ce petit espace, la courbe qui aurait pour ordonnées les intensités de ces points, et pour abscisses leurs distances à une origine commune, coïncide sensiblement avec une courbe du second degré. Cette hypothèse conduit à la formule :

$$z = \frac{p'z''^2 - p''z'^2}{2(p'z'' - p''z')}$$

dans laquelle  $z'$  et  $z''$  représentent les distances d'un des points extrêmes aux deux autres,  $p'$  et  $p''$  les différences de leurs intensités, et enfin  $z$  la distance du même point au *maximum* ou au *minimum*. J'ai essayé cette formule sur les *maxima* et les *minima* des franges extérieures, déjà calculés par un autre procédé; et, sans employer des nombres plus rapprochés que ceux de la table, j'ai obtenu des résultats d'une exactitude suffisante, même pour le *minimum* du septième ordre, quoique la différence de deux valeurs consécutives de  $\nu$  dans la table soit une partie considérable de l'intervalle qui sépare le *minimum* et le *maximum* du septième ordre.

Pour appliquer cette méthode de calcul aux observations, j'ai d'abord déterminé la valeur tabulaire de  $c$ , c'est-à-dire, de la largeur de l'ouverture, au moyen de la formule

$$\nu = c \sqrt{\frac{2(a+b)}{ab\lambda}}$$

qui m'a donné ainsi l'intervalle tabulaire des deux limites. Par des tâtonnements faciles, j'ai cherché entre quels nombres de la table se trouvaient les *maxima* ou les *minima*; j'ai ensuite déterminé leur position d'une manière plus exacte par le procédé que je viens d'indiquer. Ayant ainsi calculé les valeurs de  $\nu$  répondant aux *maxima* ou aux *minima*, je les ai retranchées de la moitié de la valeur tabulaire de  $c$ , pour les rapporter au

milieu de l'ouverture. Enfin la formule

$$x = v \sqrt{\frac{(a+b) b \lambda}{2a}}$$

m'a donné la distance des mêmes *minima* ou *maxima* au milieu de la projection lumineuse de l'ouverture, origine que j'avais adoptée dans mes observations.

### TABLEAU COMPARATIF

*Des Résultats de la Théorie et de l'Expérience sur la position des maxima et des minima dans les Franges produites par une ouverture étroite.*

NUMÉROS des bandes brillantes et obscures comptés à partir du milieu.	VALEURS ap- prochées de $v$ comptées du bord de l'ouver- ture.	IN- TENSITÉS cor- respon- dantes.	VALEURS de $v$ répondant aux <i>maxima</i> ou <i>minima</i> , comptées du bord de l'ouverture.	DISTANCES des <i>maxima</i> ou <i>minima</i> à la projection du milieu de l'ouverture.		DIFFÉRENCES
				Calcul.	Ob- servations.	
1. <sup>re</sup> OBSERVATION.						
$a = 2^m,010$ ; $b = 0^m,617$ ; $c = 0^{mm},50$ ; valeur tabulaire de $c = 1,288$ .						
1. Minimum.	$\left. \begin{array}{l} + 0,812. \\ + 0,912. \\ + 1,012. \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 0,03495. \\ 0,01645. \\ 0,03406. \end{array} \right\}$	$+ 0,913.$	mm. 0,79.	mm. 0,77.	mm. + 0,02.
2. Minimum.	$\left. \begin{array}{l} + 2,412. \\ + 2,512. \\ + 2,612. \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 0,00238. \\ 0,00235. \\ 0,00541. \end{array} \right\}$	$+ 2,463.$	1,58.	1,58.	0,00.
2. <sup>e</sup> OBSERVATION.						
$a = 2^m,010$ ; $b = 1^m,503$ ; $c = 1^{mm},00$ ; valeur tabulaire de $c = 1,910$ .						
1. Minimum.	$\left. \begin{array}{l} 0. \\ + 0,100. \\ + 0,200. \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 0,2978. \\ 0,2765. \\ 0,2933. \end{array} \right\}$	$+ 0,106.$	mm. 0,97.	mm. 0,86.	mm. + 0,11.
2. Minimum.	$\left. \begin{array}{l} + 1,000. \\ + 1,100. \\ + 1,200. \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 0,04451. \\ 0,02608. \\ 0,02771. \end{array} \right\}$	$+ 1,142.$	1,92.	1,88.	+ 0,04.

NUMÉROS des bandes brillantes et obscures comptés à partir du milieu.	VALEURS ap- prochées de $\nu$ comptées du bord de l'ouver- ture.	IN- TENSITÉS cor- respon- dantes.	VALEURS de $\nu$ répondant aux maxima ou minima, comptées du bord de l'ouverture.	DISTANCES des maxima ou minima à la projection du milieu de l'ouverture.		DIFFÉRENCES
				Calcul.	Ob- servations.	
3. <sup>e</sup> OBSERVATION.						
$a = 2^m,010$ ; $b = 0^m,401$ ; $c = 1^{mm},00$ ; valeur tabulaire de $c = 3,062$ .						
1. Minimum.	$\left. \begin{array}{l} -1,262. \\ -1,162. \\ -1,100. \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 2,2578. \\ 2,2153. \\ 2,2577. \end{array} \right\}$	$-1,181.$	mm. 0,14.	mm. 0,16.	mm. -0,02.
2. Minimum.	$\left. \begin{array}{l} -0,300. \\ -0,262. \\ -0,162. \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 0,7135. \\ 0,6925. \\ 0,6950. \end{array} \right\}$	$-0,215.$	0,51.	0,48.	+ 3.
3. Minimum.	$\left. \begin{array}{l} +0,400. \\ +0,438. \\ +0,500. \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 0,1501. \\ 0,1477. \\ 0,1604. \end{array} \right\}$	$+0,431.$	0,77.	0,76.	+ 1.
4. Minimum.	$\left. \begin{array}{l} +0,938. \\ +1,038. \\ +1,138. \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 0,0799. \\ 0,0417. \\ 0,0432. \end{array} \right\}$	$+1,084.$	1,02.	1,01.	+ 1.
5. Minimum.	$\left. \begin{array}{l} +1,800. \\ +1,738. \\ +1,700. \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 0,0170. \\ 0,0128. \\ 0,0141. \end{array} \right\}$	$+1,736.$	1,28.	1,28.	0.
4. <sup>e</sup> OBSERVATION.						
$a = 3^m,008$ ; $b = 1^m,236$ ; $c = 2^{mm},00$ ; valeur tabulaire de $c = 3,783$ .						
1. Minimum.	$\left. \begin{array}{l} -1,983. \\ -1,892. \\ -1,800. \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 1,2813. \\ 1,1753. \\ 1,2813. \end{array} \right\}$	$-1,892.$	0	0	0
2. Minimum.	$\left. \begin{array}{l} -1,013. \\ -1,000. \\ -0,980. \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 2,2164. \\ 2,2139. \\ 2,2172. \end{array} \right\}$	$-0,998.$	mm. 0,67.	mm. 0,63.	mm. + 0,04.
3. Minimum.	$\left. \begin{array}{l} -0,323. \\ -0,303. \\ -0,283. \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 0,8465. \\ 0,8451. \\ 0,8465. \end{array} \right\}$	$-0,303.$	1,18.	1,11.	+ 7.

NUMÉROS des bandes brillantes et obscures comptés à partir du milieu.	VALEURS ap- prochées de $v$ comptées du bord de l'ouver- ture.	IN- TENSITÉS cor- respon- dantes.	VALEURS de $v$ répondant aux <i>maxima</i> ou <i>minima</i> , comptées du bord de l'ouverture.	DISTANCES des <i>maxima</i> ou <i>minima</i> à la projection du milieu de l'ouverture.		DIFFÉRENCES
				Calcul.	Ob- servations.	
4. Minimum.	+ 0,117.	0,3183.	+ 0,239.	1,59.	1,53.	+ 6.
	+ 0,217.	0,2516.				
	+ 0,317.	0,2770.				
5. Minimum.	+ 0,617.	0,1422.	+ 0,739.	1,96.	1,96.	0.
	+ 0,717.	0,0838.				
	+ 0,817.	0,0909.				
5. <sup>e</sup> OBSERVATION.						
$a = 2^m,010$ ; $b = 0^m,492$ ; $c = 1^{mm},50$ ; valeur tabulaire de $c = 4,224$ .						
1. Maximum.	$\left\{ \begin{array}{l} - 1,300. \\ - 1,200. \\ - 1,100. \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 2,7239. \\ 3,0466. \\ 2,9780. \end{array} \right.$	- 1,168.	mm. 0,42.	mm. 0,43.	mm. - 0,01.
6. <sup>e</sup> OBSERVATION.						
$a = 2^m,010$ ; $b = 0^m,276$ ; $c = 1^{mm},50$ ; valeur tabulaire de $c = 5,391$ .						
1. Minimum.	$\left\{ \begin{array}{l} - 2,791. \\ - 2,695. \\ - 2,600. \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 1,6110. \\ 1,4474. \\ 1,6110. \end{array} \right.$	- 2,695.	0.	0.	0.
2. Minimum.	$\left\{ \begin{array}{l} - 2,091. \\ - 1,991. \\ - 1,891. \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 1,7500. \\ 1,4408. \\ 1,4770. \end{array} \right.$	- 1,951.	mm. 0,24.	mm. 0,24.	0.

On voit que les mesures et la théorie s'accordent, en général, assez bien, excepté dans la deuxième et la quatrième observation, où les différences sont très-sensibles, et beaucoup plus que ne le comporte la largeur des franges : car, dans la seconde observation, les mesures partielles ne différaient au plus que

de  $0^{\text{mm}},04$ ; et la quatrième observation, que j'ai déjà rapportée, s'accordait parfaitement, comme on l'a vu, avec une autre expérience qui devait présenter les mêmes franges. Ainsi l'on ne peut expliquer ces différences qu'en supposant que la théorie est inexacte, ou qu'une illusion d'optique occasionne ici des erreurs constantes dans les observations.

La théorie repose sur une hypothèse si simple et si probable en elle-même, et elle se trouve d'ailleurs déjà vérifiée d'une manière si frappante par des expériences variées et nombreuses, qu'on ne peut guère douter de l'exactitude du principe fondamental. Il est très-vraisemblable que cette anomalie n'est qu'apparente, et qu'elle tient à un faux jugement de l'œil sur la position des *minima* dont il s'agit. Il est à remarquer d'abord qu'ils étaient peu prononcés, et se trouvaient compris chacun entre deux bandes brillantes d'intensités très-différentes : or, pour juger de la position du *minimum*, mon œil embrassant une partie de ces deux bandes, la moitié de la bande obscure, située du côté de la plus brillante, devait me paraître plus sombre par l'effet de son voisinage, ce qui en rapprochait le *minimum* apparent; et c'est effectivement dans ce sens que se trouvent toutes les différences. Ce qui prouve bien que l'œil embrasse une étendue assez considérable des franges pour juger de la position des *minima* ou des *maxima*, c'est qu'ayant essayé, en répétant la quatrième observation, de détruire l'illusion dont je viens de parler au moyen d'un diaphragme d'une ouverture très-étroite placé au foyer du micromètre et qui ne laissait voir que la bande obscure, elle me paraissait d'une teinte uniforme, et je ne pouvais plus en assigner le *minimum*.

Si j'ai déterminé avec assez d'exactitude les *minima* des franges extérieures, même dans des bandes très-vagues, c'est sans doute parce que les bandes brillantes entre lesquelles elles sont comprises diffèrent peu d'intensité; et si les résultats de l'expérience se sont encore très-bien accordés avec ceux de

la théorie pour les franges produites par une ouverture étroite combinée avec un verre cylindrique, malgré les grandes différences d'intensité entre deux bandes brillantes consécutives, sur tout entre celles du premier et du second ordre, c'est que la bande obscure qui les sépare est d'un noir presque complet à son *minimum*. En général, toutes les fois que le *minimum* ou le *maximum* étaient très-prononcés, j'ai trouvé que l'expérience s'accordait parfaitement avec le calcul. Dans la cinquième observation, par exemple, j'ai mesuré la distance du centre au *maximum* du premier ordre, parce que cette bande brillante était très-fine, et que je pouvais en déterminer le point le plus éclairé avec beaucoup de précision. Or on voit que la différence entre le calcul et la mesure n'est ici que d'un centième de millimètre.

La théorie représente avec fidélité non-seulement la position des *maxima* et des *minima*, mais encore toutes les apparences des phénomènes, autant qu'on peut en juger du moins, sans déterminer par des mesures précises les variations d'intensité de la lumière. Ainsi, par exemple, dans la cinquième observation, la partie correspondante au centre de l'ouverture était occupée par une large bande obscure d'une teinte qui me paraissait sensiblement uniforme jusqu'à deux limites distantes du centre d'environ  $0^{\text{mm}},26$ , après lesquelles l'intensité de la lumière augmentait brusquement pour former la bande brillante du premier ordre, dont je viens de parler. Or, en calculant l'intensité de la lumière entre ces limites, on trouve qu'effectivement elle varie fort peu, et que son accroissement est, au contraire, très-rapide dans le passage de ces limites à la bande brillante. Voici les résultats du calcul pour différens points de la bande obscure et des deux bandes brillantes entre lesquelles elle est comprise. La position de chaque point est désignée ici par la valeur correspondante de  $\nu$ , comptée toujours à partir d'un des bords de l'ouverture.

	NUMÉROS.	VALEURS DE $\nu$ .	INTENSITÉS.
Limite de la teinte plate d'après l'observation.	1.	1,100.	2,9780.
	2.	1,200.	3,0466.
	3.	1,300.	2,7239.
	4.	1,400.	2,2843.
	5.	1,524.	1,9671.
	6.	1,824.	1,9100.
	7.	2,112.	1,9802.

Les mêmes intensités de l'autre côté du centre.

En prenant pour abscisses les distances de ces points à une origine commune, et pour ordonnées les intensités correspondantes, j'ai construit la courbe  $MCM'$  (fig. 10) qui présente bien, en effet, l'image du phénomène, comme on peut s'en assurer en répétant l'expérience. J'aurais désiré faire des constructions semblables pour toutes les autres observations, afin de faciliter la comparaison de la théorie avec l'expérience; mais la longueur des calculs et le peu de temps qui me restait pour terminer mon Mémoire ne me l'ont pas permis.

C'est par la même raison que je ne puis présenter qu'un petit nombre de résultats sur les franges produites par un corps étroit. J'ai suivi, dans la détermination de leurs *maxima* et *minima*, une marche absolument analogue à celle que j'ai indiquée pour les franges qui proviennent d'une petite ouverture: seulement, au lieu de prendre l'intégrale entre  $A$  et  $G$  (fig. 9),  $A \cdot G$  représentant maintenant la largeur du corps qui intercepte la lumière, je l'ai prise depuis  $A$  jusqu'à l'infini du côté  $S$ , et depuis  $G$  jusqu'à l'infini du côté  $T$ , ou, ce qui revient au même, j'ai retranché de 1 l'intégrale tabulaire prise entre les limites  $A$  et  $G$ .

## TABLEAU COMPARATIF

*Des Résultats de la Théorie et de l'Expérience sur la position des maxima et des minima dans les Franges produites par l'interposition d'un corps opaque étroit.*

NUMÉROS des bandes brillantes et obscures comptés à partir du milieu.	VALEURS ap- prochées de $\nu$ comptées du bord du corps opaque.	IN- TENSITÉS cor- respon- dantes.	VALEURS de $\nu$ répondant aux maxima ou aux minima, comptés du bord du corps opaque.	DISTANCES des maxima ou minima à la projection du milieu de l'ouverture.		DIFFÉRENCES
				Calcul.	Ob- servations.	
1. <sup>re</sup> OBSERVATION.						
$a = 5^m,049$ ; $b = 0^m,615$ ; $c = 0^{mm},78$ ; valeur tabulaire de $c = 1,865$ .						
1. <sup>er</sup> minimum, bande intérieure du 1. <sup>er</sup> ordre.	$\left. \begin{array}{l} -0,565. \\ -0,465. \\ -0,365. \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 0,08541. \\ 0,05519. \\ 0,11333. \end{array} \right\}$	$-0,481.$	mm. 0,21.	mm. 0,23.	- 2.
4. <sup>e</sup> minimum, bande extérieure du 1. <sup>er</sup> ordre.	$\left. \begin{array}{l} +1,735. \\ +1,835. \\ +1,935. \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 1,5834. \\ 1,3669. \\ 1,5797. \end{array} \right\}$	$+1,835.$	1,30.	1,30.	0.
5. <sup>e</sup> minimum, bande extérieure du 2. <sup>e</sup> ordre.	$\left. \begin{array}{l} +2,635. \\ +2,735. \\ +2,835. \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 1,9025. \\ 1,5395. \\ 1,6959. \end{array} \right\}$	$+2,755.$	1,73.	1,72.	+ 1.
2. <sup>e</sup> OBSERVATION.						
$a = 3^m,047$ ; $b = 1^m,213$ ; $c = 1^{mm},326$ ; valeur tabulaire de $c = 2,520$ .						
1. <sup>er</sup> minimum, bande intérieure du 1. <sup>er</sup> ordre.	$\left. \begin{array}{l} -1,000. \\ -0,900. \\ -0,800. \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 0,05937. \\ 0,01568. \\ 0,05127. \end{array} \right\}$	$-0,895.$	mm. 0,27.	mm. 0,27.	0.
2. <sup>e</sup> minimum, bande intérieure du 2. <sup>e</sup> ordre.	$\left. \begin{array}{l} -0,300. \\ -0,200. \\ -0,100. \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 0,2649. \\ 0,2147. \\ 0,2722. \end{array} \right\}$	$-0,203.$	0,78.	0,81.	- 3.



NUMÉROS des bandes brillantes et obscures comptés à partir du milieu.	VALEURS ap- prochées de $\nu$ comptées du bord du corps opaque.	IN- TENSITÉS cor- respon- dantes.	VALEURS de $\nu$ répondant aux <i>maxima</i> ou aux <i>minima</i> , comptées du bord du corps opaque.	DISTANCES des <i>maxima</i> ou <i>minima</i> à la projection du milieu de l'ouverture.		DIFFÉRENCES.
				Calcul.	Ob- servations.	
6. <sup>e</sup> maximum, bande brillante extérieure du 2. <sup>e</sup> ordre.	+ 2,200.	2,1547.	+ 2,330.	mm. 2,64.	mm. 2,64.	0.
	+ 2,300.	2,5708.				
	+ 2,400.	2,4681.				
3. <sup>e</sup> OBSERVATION.						
$a = 6^m,598$ ; $b = 0^m,553$ ; $c = 1^{mm},322$ ; valeur tabulaire de $c = 3,277$ .						
3. <sup>e</sup> minimum, bande intérieure du 3. <sup>e</sup> ordre.	- 0,300.	0,2725.	- 0,221.	mm. 0,62.	mm. 0,63.	- 1.
	- 0,200.	0,2332.				
	- 0,100.	0,3293.				
5. <sup>e</sup> minimum, bande intérieure du 5. <sup>e</sup> ordre.	+ 0,723.	1,9753.	+ 0,762.	1,05.	1,10.	- 5.
	+ 0,760.	1,9514.				
	+ 0,800.	1,9737.				
4. <sup>e</sup> OBSERVATION.						
$a = 0^m,778$ ; $b = 0^m,553$ ; $c = 1^{mm},322$ ; valeur tabulaire de $c = 4,117$ .						
3. <sup>e</sup> minimum, bande intérieure du 3. <sup>e</sup> ordre.	- 1,000.	0,10815.	- 0,882.	mm. 0,65.	mm. 0,65.	0.
	- 0,900.	0,05264.				
	- 0,800.	0,07836.				
5. <sup>e</sup> minimum, bande intérieure du 5. <sup>e</sup> ordre.	- 0,100.	0,4813.	- 0,010.	1,13.	1,16.	- 3.
	0,000.	0,4368.				
	+ 0,083.	0,4843.				

On voit que le calcul s'accorde bien avec l'expérience, excepté au cinquième *minimum* de la troisième observation, où la différence est trop sensible relativement à la largeur des

kkk\*

franges, pour qu'on puisse l'attribuer à l'incertitude ordinaire des mesures. Mais il est à remarquer que ce *minimum* est très-peu prononcé, et qu'il se trouve d'ailleurs entre deux bandes brillantes d'intensités très-différentes : le *minimum* doit donc paraître plus voisin de la bande la plus brillante, ou plus éloigné du centre de l'ombre, qu'il ne l'est effectivement ; et c'est aussi dans ce sens que le calcul diffère de l'observation.

Les observations 3 et 4 confirment ce que la théorie nous avait appris relativement à l'influence des variations de  $a$  sur la position des franges intérieures. Nous voyons que leurs largeurs ne restent pas constantes, quoique  $c$  et  $b$  soient les mêmes dans les deux expériences : elles sont sensiblement plus larges dans la seconde. La différence de position donnée par l'observation pour le *minimum* du cinquième ordre est  $0^{\text{mm}},06$ , et celle déduite de la théorie  $0^{\text{mm}},08$  : on voit qu'elles sont à peu près égales.

Dans la première observation, les franges extérieures étaient singulièrement altérées par le peu de largeur du corps opaque : les bandes obscures du premier et du deuxième ordre étaient beaucoup plus fines qu'elles ne le sont ordinairement, et la troisième bande obscure se trouvait presque effacée. J'ai voulu vérifier la théorie relativement à ce caractère remarquable du phénomène. J'ai calculé les intensités de la lumière pour différents points de ces franges, et, en les comparant à celles des mêmes points, dans le cas d'un écran indéfiniment étendu, j'ai trouvé qu'en effet les variations d'intensité étaient plus rapides pour les bandes obscures du premier et du deuxième ordre, et plus lentes pour celles du troisième, dans le premier cas que dans le second. Les courbes  $ABC EFGHIK$  et  $abc efg h i k$  (*fig. 11*) ont été construites d'après les résultats de mon calcul réunis dans le tableau ci-dessous. La première représente les variations de la lumière pour le cas de l'obser-

vation n.° 1; et l'autre, ces mêmes variations dans le cas ordinaire d'un écran très-large.

NUMÉROS des ordonnées.	ABSCISSES.	ORDONNÉES pour l'observation n.° 1.	ORDONNÉES pour le cas ordinaire.
1.	1,535.	2,5202.	2,2327.
2.	1,735.	1,5834.	1,7042.
3.	1,835.	1,3669.	1,5689.
4.	1,935.	1,5797.	1,5894.
5.	2,135.	2,1851.	2,0323.
6.	2,535.	2,2772.	2,0743.
6.	2,635.	1,9025.	1,8091.
7.	2,735.	1,5395.	1,6870.
8.	2,835.	1,6959.	1,7934.
8.	2,935.	2,2098.	2,0544.
9.	3,200.	1,9532.	2,1296.
10.	3,300.	1,8984.	1,8596.
11.	3,350.	1,8907.	1,7693.
12.	3,400.	1,8999.	1,7451.
13.	3,500.	1,8303.	1,9037.
14.	3,600.	2,0319.	2,1683.

L'observation n.° 2 offrait aussi une altération singulière des franges extérieures. La bande obscure du premier ordre présentait une teinte à peu près uniforme entre deux limites, la première située à  $2^{\text{mm}},16$  environ du centre de l'ombre, la deuxième à  $2^{\text{mm}},44$ , après laquelle l'intensité de la lumière augmentait brusquement. La bande brillante du second ordre était plus vive et beaucoup plus fine qu'à l'ordinaire; et la bande obscure du même ordre était, au contraire, devenue plus vague et plus étendue. La théorie s'accorde encore ici avec l'observation, comme on le reconnaîtra en jetant les yeux sur la *figure 12*, qui représente les variations d'intensité des différents points de ces franges, pour le cas de l'observation n.° 2,

et celui d'un écran indéfiniment étendu. Cette figure a été construite d'après les résultats du calcul réunis dans le tableau ci-dessous :

	NUMÉROS des ordonnées.	ABSCISSES ou valeurs de $\nu$ .	ORDONNÉES pour l'observation n.º 2.	ORDONNÉES pour le cas ordinaire.
Limite observée.	1.	1,600.	1,9304.	2,0472.
	2.	1,677.	1,6378.	1,8369.
Limite observée.	3.	1,900.	1,7466.	1,5633.
	4.	2,057.	1,6907.	1,8187.
	5.	2,200.	2,1547.	2,2047.
	6.	2,300.	2,5708.	2,3787.
	7.	2,400.	2,4681.	2,3673.
	8.	2,500.	2,0166.	2,0511.
	9.	2,600.	1,8093.	1,8935.
	10.	2,700.	1,8532.	1,7051.
	11.	2,800.	1,7789.	1,7310.
	12.	2,900.	1,7981.	1,9571.
	13.	3,000.	2,2184.	2,2153.

Je viens d'appliquer le principe d'Huygens aux trois classes principales de phénomènes que présente la diffraction; savoir: 1.º aux franges produites par le bord rectiligne et indéfini d'un seul écran assez large pour qu'il ne vienne pas de lumière sensible de l'autre côté; 2.º aux franges qui résultent du système de deux écrans semblables très-rapprochés l'un de l'autre; 3.º à celles enfin qui accompagnent et subdivisent l'ombre d'un écran très-étroit (1). En comparant aux obser-

(1) Je ne comprends pas ici les franges produites par un verre prismatique ou par deux miroirs formant un angle rentrant très-obtus; à proprement parler, elles n'appartiennent pas à la diffraction, puisqu'elles ne sont point formées par des rayons diffractés ou infléchis, mais par deux faisceaux lumineux régulièrement réfléchis ou réfractés.

vations les résultats déduits de ce principe par la théorie des interférences, j'ai fait voir qu'il suffisait à l'explication des phénomènes dans ces différentes circonstances, et que l'expression générale de l'intensité de la lumière à laquelle il conduisait, les représentait fidèlement jusque dans leurs aspects les plus bizarres et en apparence les plus irréguliers.

Mais, outre ces trois cas généraux, on peut en imaginer une infinité d'autres résultant de leur combinaison. La théorie s'y appliquerait avec la même facilité, et sans doute avec le même succès : les calculs seraient seulement plus longs en raison de la multiplicité des limites des intégrales. Les expériences exigeraient aussi des appareils plus compliqués.

Dans la première section de ce Mémoire, j'ai décrit un phénomène qui présente la combinaison de deux des cas principaux de la diffraction : ce sont les franges que la lumière engendre en passant par deux ouvertures très-étroites et suffisamment rapprochées. Ayant découpé une feuille de cuivre dans la forme représentée par la *figure 2*, j'ai remarqué que, lorsque les larges franges produites par chacune des fentes  $CEC'E'$  et  $DFD'F'$  se trouvaient assez dilatées, en raison de la distance à laquelle je me plaçais de l'écran, pour que l'ombre de  $CDFE$  ne contînt plus que la bande brillante du premier ordre, les franges qui résultaient du concours des deux faisceaux lumineux étaient beaucoup plus nettes et plus vives que les franges intérieures de  $ACBD$ . La partie inférieure  $CEDF$ , d'abord plus éclairée que l'autre, devenait plus obscure lorsque je m'éloignais assez de l'écran ; mais ses franges continuaient à présenter des couleurs plus pures dans la lumière blanche, et des bandes obscures et brillantes plus tranchées dans la lumière homogène. L'appareil trop simple dont je me servais n'étant point susceptible de mesures exactes, je n'ai pas appliqué le calcul à cette expérience : je me bornerai à indiquer par des considérations générales comment on peut se rendre compte du phénomène.

Soit  $L$  (*fig. 13*) le point lumineux,  $IK$  la projection horizontale de la partie  $AEBF$  (*fig. 2*) de l'écran, et  $P$  un point que l'on considère dans l'intérieur de son ombre, sur la ligne milieu  $LO$ , par exemple. Du point  $L$  comme centre, et d'un rayon égal à  $LI$ , je décris l'arc  $IMM'$ , qui représente l'onde incidente. Si du point  $P$  comme centre, et d'un rayon égal à  $IP$ , je décris l'arc  $Imm'$ , les intervalles entre ces deux arcs donneront les différences des chemins parcourus par les ondes élémentaires qui concourent au point  $P$ . Considérons d'abord le cas de la partie supérieure de l'écran, c'est-à-dire, celui où l'onde  $Imm'$  n'est plus interceptée au-delà du point  $I$ . Concevons cette onde divisée en une infinité de petits arcs  $IM, MM', \&c.$ , de façon que les droites menées en  $P$  par deux points de division consécutifs diffèrent de la longueur d'une demi-ondulation; et supposons, pour fixer et simplifier les idées, que le point  $P$  soit assez éloigné du bord de l'ombre, ou le rayon  $IP$  assez incliné sur l'onde incidente, pour que ces arcs soient sensiblement égaux; alors chacun d'eux se trouvera compris entre deux autres qui détruiront l'effet qu'il tend à produire au point  $P$ , excepté l'arc extrême  $IM$ , dont les rayons ne perdront que la moitié de leur intensité par leur discordance avec les vibrations de l'arc voisin  $MM'$ . Si l'on intercepte cet arc et tout le reste de l'onde, on augmentera donc la lumière au point  $P$  (1); c'est l'effet que produit à une certaine distance la partie  $GC'E'$  de l'écran (*fig. 2*). Mais à mesure que le point  $P$  (*fig. 13*) s'éloigne du corps opaque, l'arc  $Imm'$  se rapproche de l'onde  $IMM'$ , et il peut même s'en rapprocher indéfiniment si le point lumineux  $L$  est à une distance infinie. Les divisions  $M, M', \&c.$ , étant déterminées par les intervalles entre ces deux arcs, s'écarteront du point  $I$

(1) Elle serait augmentée bien davantage encore, si l'écran était percé vis-à-vis tous les arcs de rang pair, et interceptait seulement les rayons de ceux de rang impair.

à mesure qu'ils se rapprocheront ; il en résultera donc une augmentation continuelle de la portion  $MI$  de l'onde incidente, dont les rayons envoyés au point  $C$  conserveront toujours au moins la moitié de leur intensité derrière la partie supérieure de l'écran. Mais, dans la partie inférieure, l'ouverture  $CEC'E'$  (*fig. 2*) n'augmentant pas de largeur, si le point lumineux est suffisamment éloigné, l'arc éclairant  $IM$  (*fig. 13*) deviendra à la fin assez grand par rapport à cette ouverture, pour que le point  $P$  reçoive plus de lumière dans la partie supérieure de l'ombre que dans la partie inférieure.

Considérons maintenant les franges produites par le concours des rayons lumineux qui viennent des deux côtés de l'écran  $AEBF$  (*fig. 2*). Derrière la partie supérieure  $ABCD$ , la lumière infléchie diminuant rapidement d'intensité à mesure qu'elle s'éloigne du bord de l'ombre géométrique, toutes les franges, excepté celles qui sont très-voisines du centre, sont formées par deux faisceaux lumineux qui diffèrent beaucoup d'intensité ; par conséquent, les bandes obscures doivent être peu prononcées quand on se sert de lumière homogène, et les couleurs mêlées de gris lorsqu'on emploie la lumière blanche. Derrière la partie inférieure  $CEDF$ , les deux faisceaux lumineux introduits par les fentes  $CEC'E'$  et  $DFD'F'$  ont une intensité à peu près uniforme dans une étendue assez considérable de la bande brillante du premier ordre de chacune de ces ouvertures ; et si elles sont assez étroites, par rapport à l'intervalle qui les sépare, pour que l'espace dans lequel la lumière infléchie est sensiblement uniforme, comprennent toutes les franges qui proviennent du concours des deux faisceaux lumineux, alors les vibrations lumineuses se détruiront presque entièrement dans les points de discordance complète ; les bandes obscures seront en conséquence bien plus prononcées que dans la partie supérieure de l'ombre, lorsqu'on emploiera de la lumière homogène,

et la lumière blanche y fera naître des couleurs beaucoup plus pures.

Quand on observe ces franges près de l'écran, avant que les franges plus larges produites par chaque fente soient sorties de l'ombre de  $AEBF$ , le phénomène présente un aspect très-complicé, et qui change rapidement avec la distance de la loupe, sur-tout lorsque l'intervalle entré les deux fentes n'est pas très-considérable relativement à leur largeur. Il serait intéressant de déterminer par le calcul la position des *maxima* et *minima* des bandes obscures et brillantes, et de comparer ces résultats avec ceux de l'observation. Je ne doute pas que la théorie n'en reçût encore une nouvelle confirmation.

Jusqu'à présent j'ai supposé que toutes les ondes émanaient d'un centre unique. Les points lumineux, dans les expériences de diffraction, sont toujours un assemblage d'une infinité de centres de vibration, et c'est à chacun d'eux en particulier qu'on doit appliquer tout ce qui a été dit précédemment. Tant qu'ils sont très-peu éloignés les uns des autres, les franges qu'ils produisent coïncident sensiblement; mais les bandes obscures des uns se mêlent avec les bandes brillantes des autres à mesure qu'on augmente les dimensions du point éclairant, et elles finissent par s'effacer complètement. Cet effet est d'autant plus sensible sur les franges extérieures, qu'on s'éloigne davantage de l'écran, parce qu'il augmente comme cette distance, tandis que la largeur des bandes obscures et brillantes croît dans un rapport plus lent. Voilà pourquoi un point lumineux assez fin pour produire des franges très-nettes dans le voisinage du corps opaque peut n'en donner que de très-confuses à une distance plus considérable.

Il n'est pas nécessaire que le corps interposé soit opaque, pour que cette interposition produise sur ses bords des phénomènes de diffraction; il suffit qu'une partie de l'onde soit retardée par rapport aux parties contiguës. C'est l'effet que



produisent les corps transparents dont le pouvoir réfringent diffère sensiblement du milieu qui les entoure : aussi font-ils naître des franges qui bordent en dedans et en dehors l'ombre de leur contour. Elles sont même tout-à-fait semblables aux franges extérieures des corps opaques, lorsque la différence de marche entre les rayons qui ont traversé l'écran transparent et les rayons extérieurs contient un nombre d'ondulations un peu considérable ; parce qu'alors les effets de leur influence mutuelle ne sont plus sensibles, et qu'il ne résulte de leur mélange qu'une simple addition de lumière uniforme. Mais il n'en est pas ainsi quand l'écran transparent est très-mince, ou que son pouvoir réfringent diffère très-peu de celui du milieu dans lequel il est plongé : alors les franges sont sensiblement altérées par l'influence mutuelle des rayons lumineux qui ont traversé la lame transparente, et de ceux qui ont passé à côté. C'est par une raison semblable que les stries des lames de mica résultant de légères variations d'épaisseur font naître des franges qui se colorent dans la lumière blanche d'une façon toute particulière, ainsi que M. Arago l'a remarqué.

Quant aux franges du genre de celles que nous avons appelées *intérieures*, on ne peut pas les obtenir avec un corps transparent suffisamment étroit, parce que la lumière directe qui le traverse, beaucoup plus vive que les rayons infléchis, masque les effets de leur influence mutuelle ; et que d'ailleurs les bandes obscures et brillantes que ce corps transparent tend à faire naître comme ouverture étroite, ne coïncident pas avec celles qu'il tend à produire, comme écran d'une petite étendue.

Les phénomènes de la diffraction une fois expliqués pour le cas d'une lumière homogène, sont faciles à concevoir dans la lumière blanche. Les franges résultent alors de la superposition de toutes les bandes obscures et brillantes de diverses largeurs produites par les différentes espèces d'ondes dont se

compose la lumière blanche. Ainsi, après avoir calculé l'intensité de chaque espèce principale de rayons dans le point que l'on considère, d'après leur longueur d'ondulation et au moyen de la théorie que je viens d'exposer, on trouvera la teinte qui s'y manifeste, en substituant ces valeurs dans la formule empirique que Newton a donnée pour déterminer le résultat d'un mélange quelconque de rayons colorés.

Les surfaces polies éclairées par un point lumineux présentent des phénomènes de diffraction tout-à-fait semblables à ceux qu'on observe dans la lumière directe. Le champ lumineux réfléchi par un miroir est bordé de franges pareilles à celles qui entourent les ombres des corps. Quand sa surface est très-étroite, ou qu'on la noircit en y conservant seulement une ligne brillante, ou qu'on l'incline beaucoup, de manière à diminuer suffisamment la largeur du champ lumineux (1), on reproduit le phénomène singulier d'un faisceau lumineux dilaté par une ouverture très-étroite. Deux lignes brillantes,

(1) L'aspect du phénomène est rigoureusement le même que si les rayons émanaient de l'image du point lumineux, et qu'on remplaçât le miroir par un écran percé d'une ouverture égale à la surface réfléchissante et semblablement inclinée. Mais les franges ainsi produites ne sont pas tout-à-fait pareilles à celles que formerait une ouverture dont le plan n'aurait pas la même inclinaison, serait, par exemple, perpendiculaire au faisceau lumineux, quoique d'ailleurs sa distance au point radieux et son ombre géométrique fussent égales à celles de l'ouverture inclinée. La différence est d'autant plus sensible, que la largeur de l'ouverture ou du miroir incliné est plus considérable par rapport à leur distance au point lumineux. Il en est de même des franges intérieures produites par un écran incliné, comparées à celles d'un écran perpendiculaire.

La raison de cette différence est facile à saisir. Soient  $A$  et  $G$  (fig. 14) les deux bords de l'écran incliné, et  $C$  le point lumineux. Considérons l'onde incidente, d'un côté, au moment où elle arrive en  $A$ ; de l'autre, au moment où elle n'a point encore dépassé le point  $G$ ; de sorte que les ondes élémentaires ne se trouvent modifiées ni antérieurement ni postérieurement par l'interposition de l'écran. Supprimons-le pour un instant, et prolongeons les arcs  $GN$  et  $AM$  jusqu'à leur rencontre  $D$  et  $B$  avec une droite commune  $CP$  menée par le point lumineux. Il est clair que la résultante de toutes les vibrations qui émanent de la demi-onde  $DGN$  et concourent au point  $P$ , doit être pareille de grandeur et de position à la résultante des ondes élémentaires parties

suffisamment rapprochées sur la surface d'un miroir noirci dans le reste de son étendue, font naître les mêmes franges que deux fentes pareilles dans un écran. Si, au lieu de noircir une grande partie de la surface réfléchissante, on n'y trace, au contraire, qu'une ligne noire d'une largeur peu considérable, elle produira des franges semblables à celles qu'on observe dans l'ombre d'un écran étroit. Enfin les phénomènes se passent absolument comme si, la surface du miroir étant transparente, les rayons émanaient réellement de l'image du point lumineux. La raison en est bien simple : on sait que l'image, placée sur la perpendiculaire abaissée du point lumineux et à une distance égale de la surface du miroir, jouit de cette propriété remarquable, que sa distance à un point quelconque de cette surface est égale à celle du même point au point lumineux : en considérant donc les rayons comme partis de l'image même du point lumineux, on ne change rien à la différence des chemins parcourus par les ondes élémentaires

---

de la demi-onde  $BAM$ , et concourant au même point  $P$ . Cela posé, s'agit-il de déterminer le milieu de la bande brillante du premier ordre, dans l'ombre de l'écran  $AG$ ; il faut chercher pour quelle position du point  $P$  il y a coïncidence parfaite entre la résultante des ondes élémentaires qui émanent de  $GN$ , et celle des ondes élémentaires qui prennent leur source dans l'onde  $MA$ . Il est clair que cette condition est satisfaite quand les arcs  $DG$  et  $AB$ , supprimés par l'écran, répondent à la même différence de chemins parcourus, c'est-à-dire, lorsque  $CG + GP - CP = CA + AP - CP$ , ou  $CG + GP = CA + AP$ ; parce qu'alors les intégrales qui donnent les deux résultantes sont composées des mêmes élémens. Mais la ligne  $CP$ , qui satisfait à l'équation  $CG + GP = CA + AP$ , n'est point celle qui divise l'angle  $ACG$  en deux parties égales; elle s'approche davantage du côté  $A$  le plus voisin de la loupe, ce qui détruit la symétrie des franges intérieures par rapport aux bords de l'ombre géométrique; et cet effet se trouve encore augmenté, dans ses apparences, par la plus grande extension des franges extérieures qui viennent de l'autre côté de l'écran.

On démontrerait, par des raisonnemens semblables, que les franges produites par un diaphragme incliné ne doivent pas être disposées d'une manière symétrique relativement à la ligne qui divise en deux parties égales l'angle des deux rayons tangens aux bords de l'ouverture, ainsi que cela a lieu lorsque le plan du diaphragme est perpendiculaire au faisceau lumineux.

qui concourent à la formation des franges , et par conséquent à la largeur et aux intensités relatives de leurs bandes brillantes et obscures.

A cette occasion , je remarquerai que la position de la résultante des ondes élémentaires pour un endroit quelconque , dépendant uniquement de ces différences de chemins parcourus , doit être , après la réflexion , la même que si les rayons émanaient effectivement du point dont je viens de parler ; par conséquent , dans le cas d'une surface polie indéfiniment étendue , toutes les résultantes partielles seront situées à la même distance de ce point , qui se trouvera ainsi le centre de l'onde réfléchie.

C'est par la considération de ces ondes élémentaires qu'Huygens a expliqué d'une manière si simple les lois de la réflexion et de la réfraction , en ramenant ces phénomènes aux mêmes principes que la propagation de la lumière dans un milieu homogène. Mais son explication laissait quelque chose à désirer. Il n'avait pas montré comment il ne résulte qu'un seul système d'ondes de cette multitude de systèmes d'ondes élémentaires , parce qu'il n'avait point fait entrer en considération le principe des interférences. Il supposait que la lumière n'est sensible que dans les points où les ondes élémentaires coïncident parfaitement ; tandis que l'absence totale du mouvement lumineux ne peut tenir qu'à l'opposition des mouvemens élémentaires. C'est sans doute ce qui lui a fait croire qu'il ne s'infléchissait pas de lumière sensible dans les ombres , et l'a empêché de deviner les phénomènes de la diffraction , dont sa théorie pouvait lui dévoiler les lois sans le secours de l'expérience.

Cette théorie , aidée du principe des interférences , indique donc la marche des rayons réfléchis , non-seulement dans le cas particulier d'une surface polie indéfiniment étendue , mais encore dans ceux d'une surface très-étroite ou discontinue ; elle fait voir comment le peu de largeur de la surface occa-

sionne la dilatation de la lumière réfléchi, et comment un système de miroirs très-étroits placés l'un à côté de l'autre, et séparés seulement par de très-petits intervalles, peut produire des images colorées en raison de l'influence mutuelle des faisceaux lumineux ainsi dilatés : c'est le phénomène des surfaces rayées. Elle explique avec la même facilité les images et les anneaux colorés produits par un tissu très-fin et un assemblage irrégulier de fils très-déliés ou d'atomes légers, d'une grosseur à peu près égale, placés entre l'œil du spectateur et un objet lumineux.

Je ne crois pas nécessaire de m'appesantir sur ces phénomènes, qui ne sont que des combinaisons de ceux que j'ai décrits précédemment et dont j'ai essayé de donner une théorie générale.

---

## NOTE I.

*Calcul de l'intensité de la Lumière au centre de l'ombre d'un Écran et d'une Ouverture circulaires éclairés par un point radieux.*

APRÈS le jugement de l'Académie sur les mémoires envoyés au concours pour le prix de diffraction, M. Poisson m'ayant fait remarquer que les intégrales définies qui représentent l'intensité de la lumière, pouvaient aisément s'obtenir pour le centre de l'ombre d'un écran ou d'une ouverture circulaires, je fis le calcul pour ce dernier cas, et j'y trouvai l'explication des couleurs si vives que j'avais souvent remarquées au centre du pinceau de lumière qui a traversé un petit trou parfaitement rond. M. Poisson m'avait déjà communiqué le théorème singulier auquel il avait été conduit dans le premier cas, savoir : que le centre de l'ombre d'un écran circulaire doit être aussi éclairé que si l'écran n'existait pas, du moins lorsque les rayons y pénètrent sous des incidences peu obliques. Je me propose de donner ici la solution la plus simple de ces deux problèmes, sans employer les intégrales définies qui m'ont servi dans le mémoire précédent à calculer les autres phénomènes de la diffraction.

Subdivisons l'ouverture par une suite de circonférences concentriques infiniment rapprochées les unes des autres. Si nous supposons que leurs rayons soient proportionnels aux racines carrées des nombres naturels 1, 2, 3, &c., les superficies des cercles suivront la progression 1, 2, 3, 4, &c., et celles des anneaux compris entre les petits intervalles qui séparent les circonférences consécutives, seront toutes égales entre elles. Ceci s'applique à la portion de la surface de l'onde incidente qui rencontre l'ouverture du diaphragme, que cette onde soit plane ou sphérique. Nous avons donc subdivisé l'onde incidente en une infinité de petits anneaux concentriques d'égales superficies, et qui envoient par conséquent chacun au centre de la projection de cette ouverture la même quantité de rayons, ayant sensiblement la même intensité, tant que les obliquités ne sont pas trop grandes. Il faut remarquer aussi que, pour chaque anneau, les

rayons qu'il envoie au centre de l'ombre sont tous de même longueur, ont ainsi parcouru des chemins égaux, et s'y trouvent en accord parfait. Par conséquent, les systèmes d'ondes résultans sont proportionnels aux superficies de ces anneaux, et, partant, d'égale intensité.

Cela posé, considérons le cas particulier où la différence de marche entre le rayon central et ceux qui sont partis des bords de l'ouverture, est un nombre entier de fois la longueur d'une demi-ondulation; et d'abord supposons que ce nombre soit pair: il est aisé de voir qu'alors toutes les ondes élémentaires qui arrivent au centre de l'ombre se détruisent mutuellement. En effet, divisons la portion de la surface de l'onde incidente comprise dans l'ouverture du diaphragme par des circonférences concentriques espacées de telle manière, que les rayons partis de deux circonférences consécutives et concourant au centre de l'ombre, diffèrent d'une demi-ondulation: nous aurons partagé cette ouverture en autant d'anneaux, y compris le petit cercle du milieu, qu'il y a de demi-ondulations de différence entre le rayon central et les rayons extrêmes; et comme le nombre de ces demi-ondulations est pair, celui des divisions de l'ouverture le sera aussi. Or il est évident qu'elles auront même superficie, ou, en d'autres termes, qu'elles contiendront chacune le même nombre des anneaux élémentaires dont nous avons parlé précédemment, et que, dans deux divisions consécutives, les anneaux élémentaires correspondans enverront des rayons qui se trouveront en discordance complète au centre de l'ombre. Par conséquent, tous les rayons envoyés en ce point par deux divisions consécutives se détruiront mutuellement; et puisqu'elles sont en nombre pair, il y aura destruction complète de toutes les ondes élémentaires qui émanent de l'onde incidente, et le centre de la projection de l'ouverture sera privé de lumière. Il en recevra au contraire la plus grande quantité possible, quand la différence de marche entre le rayon central et les rayons extrêmes contiendra un nombre impair de demi-ondulations, puisqu'alors une de ces divisions restera tout entière pour éclairer le centre de l'ombre.

Si l'on veut savoir maintenant quel rapport d'intensité il y a entre la lumière reçue dans ce dernier cas, et celle qui tombe au même point quand on supprime tout-à-fait l'écran, il suffit d'appliquer les raisonnemens ci-dessus au cas où l'ouverture serait infiniment large. Mais, pour arriver à un résultat exact, il ne faut plus supposer que chaque division de l'ouverture ou anneau principal détruit l'effet produit par l'anneau suivant, dont les rayons diffèrent d'une demi-ondulation; car,

quoique la superficie des deux anneaux et l'intensité des rayons qu'ils envoient diffèrent infiniment peu, ces différences, quelque petites qu'elles soient, étant répétées une infinité de fois, peuvent produire une quantité sensible. Il est bien plus rigoureux de dire que les vibrations qui émanent de chaque anneau, sont détruites par la moitié des vitesses absolues qu'apportent les rayons de l'anneau qui le précède et de celui qui le suit; car, si les différences dont nous venons de parler sont des infiniment petits du premier ordre entre deux anneaux consécutifs, elles deviennent des infiniment petits du deuxième ordre quand on compare la superficie d'un anneau ou l'intensité de ses rayons avec la demi-somme des superficies ou de l'intensité des rayons des deux anneaux entre lesquels il est compris. On n'a donc plus à craindre que le résultat du calcul soit affecté d'une erreur sensible par la somme des quantités négligées, quelque nombreuses qu'elles soient.

En appliquant cette marche de calcul à une ouverture finie, nous arriverions aux mêmes résultats que nous venons de trouver par une autre combinaison des ondes élémentaires. En effet, les rayons de chaque anneau étant détruits par la moitié des vitesses absolues des ondes des deux divisions contiguës, il ne restera que la moitié des vitesses absolues du petit cercle central et de l'anneau extrême, qui se détruiront aussi mutuellement si le nombre des divisions est pair, et s'ajouteront s'il est impair, de manière à reproduire la même quantité de lumière qu'aurait fournie un seul anneau, ou le petit cercle central. Cette addition et cette soustraction ne sont exactes, bien entendu, qu'autant que les rayons extrêmes n'ont pas trop d'obliquité.

Supposons maintenant que l'ouverture circulaire soit infiniment grande; les ondes élémentaires devenant d'autant plus faibles que les rayons qui les apportent s'écartent davantage de la direction normale à l'onde incidente, on peut regarder comme nulles celles qui viennent de l'anneau extrême, et alors il ne reste plus que la moitié des vitesses absolues imprimées aux molécules éthérées par les rayons du petit cercle central. Ainsi, l'intensité de la lumière étant proportionnelle au carré des vitesses absolues, lorsque l'ouverture est indéfinie, ou qu'il n'y a pas d'écran, le point dont nous nous occupons reçoit quatre fois moins de lumière qu'avec un écran percé d'une ouverture circulaire d'un diamètre tel (relativement à sa position) qu'il y ait une différence d'un nombre impair de demi-ondulations entre l'axe et les rayons extrêmes. Quel que soit le diamètre du diaphragme, on peut toujours satisfaire à cette condition, en faisant varier convenablement la



distance du carton sur lequel on reçoit l'ombre, et même, s'il est nécessaire, celle du point lumineux.

En représentant par  $r$  le rayon de l'ouverture circulaire, et par  $a$  et  $b$  les distances de l'écran au point lumineux et au carton, on sait que la différence de marche entre l'axe et les rayons partis de la circonférence est égale à

$$\frac{r^2(a+b)}{ab}.$$

A l'aide de cette formule on peut aisément calculer les distances auxquelles il faut placer le carton ou le foyer de la loupe servant à observer les franges, pour obtenir un *minimum* ou un *maximum* de lumière au centre de la projection de l'ouverture. Il suffit d'égaliser cette expression à un nombre pair ou impair de demi-ondulations : ce qui donne, dans le premier cas,

$$\frac{r^2(a+b)}{ab} = 2n\lambda;$$

et dans le second,

$$\frac{r^2(a+b)}{ab} = (2n+1)\lambda.$$

A l'aide de ces deux équations on calcule, pour toutes les valeurs 1, 2, 3, &c., qu'on aura données à  $n$ , la distance de  $b$  qui correspond à un *maximum* ou à un *minimum*, dans une lumière homogène dont la longueur d'ondulation  $\lambda$  est connue.

J'ai vérifié ces formules par l'observation, avec la même lumière rouge homogène que j'avais déjà employée dans mes autres expériences de diffraction, et j'ai trouvé qu'effectivement, en plaçant le foyer de la loupe aux distances calculées d'après la première équation, on apercevait comme une tache d'encre au centre de l'ouverture circulaire, tandis que ce même point paraissait atteindre son *maximum* de clarté aux distances déduites de la seconde équation.

La tache noire n'était d'une obscurité complète que pour les distances correspondantes aux valeurs de  $n$  qui ne passaient pas les nombres 3 ou 4. Au-delà, c'est-à-dire, plus près de l'écran, le défaut d'homogénéité de la lumière employée commençait à se faire sentir, et la tache centrale n'était plus d'un noir aussi foncé.

Les raisonnemens que nous avons faits pour le cas d'une ouverture indéfinie, peuvent s'appliquer à un écran circulaire, et donner une démonstration bien simple du théorème singulier que M. Poisson avait

déduit des intégrales générales. En effet, divisons la surface de l'onde incidente, à partir du contour de l'écran circulaire, en une suite indéfinie d'anneaux principaux dont les rayons correspondans envoyés au centre de l'onde diffèrent encore d'une demi-ondulation. Ces divisions principales contiendront encore le même nombre de petits anneaux élémentaires d'égales superficies, et dont les rayons différeront d'une demi-ondulation d'une division à l'autre. Ainsi on pourra regarder tous les rayons venant de chaque anneau principal comme détruits complètement par la moitié des vibrations des rayons des deux anneaux contigus, excepté celui qui borde l'écran, et l'anneau extrême, dont les rayons conservent la moitié de leurs vitesses absolues. Mais, ainsi que nous l'avons déjà remarqué, les rayons de l'anneau extrême peuvent être considérés comme nuls à cause de leur grande obliquité; en sorte qu'il ne reste plus que la moitié des vibrations des rayons de l'anneau contigu à l'écran. Or cet anneau a la même superficie que le petit cercle central de l'ouverture circulaire; d'un autre côté, les rayons qu'il envoie au centre de l'ombre ont sensiblement la même intensité que ceux qui émanaient de ce petit cercle central, si du moins leur inclinaison n'est pas trop prononcée; donc, dans ce cas, le centre de l'ombre d'un écran circulaire doit être autant éclairé que s'il recevait la lumière par une ouverture circulaire indéfinie, c'est-à-dire, que s'il n'y avait pas d'écran. C'est ce que M. Arago a vérifié sur l'ombre d'un écran de 2<sup>mm</sup> de diamètre (1).

Ce théorème est indépendant, comme on voit, du diamètre de l'écran et de la distance à laquelle on reçoit son ombre, tant qu'il n'en résulte pas une trop grande obliquité pour les rayons infléchis; il est également indépendant de la longueur d'ondulation, c'est-à-dire que,

---

(1) Cet écran était collé par son centre, avec un peu de cire molle, sur une plaque de verre à faces parallèles. Dès que le diamètre de l'écran est un peu grand, par exemple d'un centimètre, les moindres défauts de ses bords ou de la plaque de verre sur laquelle il est fixé, altèrent la régularité des anneaux obscurs et brillans qui entourent la tache blanche du centre de l'ombre. Il faut que le petit disque métallique soit tourné avec le plus grand soin en forme de cône tronqué, de manière que ses bords soient taillés en biseau. La plaque de verre doit être parfaitement exempte de stries et avoir ses faces bien planes. En se servant d'un point lumineux extrêmement éloigné, tel qu'une étoile fixe, on pourrait employer des écrans beaucoup plus grands, si l'on s'en éloignait assez pour que le point brillant du centre de l'ombre acquit un diamètre suffisant. Mais peut-être qu'alors il vaudrait mieux suspendre l'écran à deux fils très-fins, que de le coller sur une plaque de verre.

pour toutes les espèces de rayons colorés, le centre de l'ombre reçoit autant de lumière que s'il n'y avait pas d'écran; par conséquent, ce point doit être toujours blanc, quand on emploie de la lumière blanche, et cela à toute distance de l'écran.

Il n'en est pas de même du centre de la projection d'une ouverture circulaire éclairée par un point lumineux; elle présente souvent dans la lumière blanche les plus vives couleurs, couleurs qui changent avec le diamètre de cette ouverture et sa distance au point lumineux ou au carton sur lequel on en reçoit l'ombre. La vivacité de ces teintes tient à ce qu'il y a successivement destruction *totale* de chacune des espèces de rayons colorés qui composent la lumière blanche; ce qui laisse mieux dominer la couleur des autres.

Pour calculer ces teintes, il devient nécessaire de trouver l'expression générale de l'intensité de la lumière, lorsque la différence de marche entre le rayon central et ceux qui partent des bords de l'ouverture contient un nombre fractionnaire quelconque de demi-ondulations.

Pour un point de l'ouverture distant du centre d'une quantité égale à  $z$ , la différence de longueur entre le rayon qui en émane et l'axe, est, ainsi que nous l'avons déjà rappelé,

$$\frac{z^2(a+b)}{ab}$$

La surface du petit anneau élémentaire qui passe par ce point est égale à  $2\pi z d z$ , et la résultante élémentaire de toutes les vibrations qu'il envoie au centre de l'ombre est proportionnelle à cette expression. Je décompose ce système d'ondes en deux autres, dont l'un soit en accord parfait avec les vibrations envoyées par le centre de l'ouverture, et l'autre en diffère d'un quart d'ondulation: l'intensité du premier sera

$$2\pi z d z \cos\left(\frac{\pi z^2(a+b)}{ab\lambda}\right),$$

et celle du second,

$$2\pi z d z \sin\left(\frac{\pi z^2(a+b)}{ab\lambda}\right).$$

Pour avoir la somme de toutes les composantes élémentaires en accord parfait avec le rayon central, il faut intégrer la première expression; l'intégrale de la seconde donnera la somme de toutes les composantes dont les vibrations diffèrent des premières d'un quart d'ondulation. Ces intégrations sont très-faciles, parce que  $2z dz$  est précisément la différentielle de  $z^2$ . En intégrant depuis  $z = 0$  jusqu'à

$z = r$ , et ajoutant les carrés des deux intégrales, on trouve pour le carré de la résultante définitive,

$$2 \left( \frac{ab\lambda}{a+b} \right)^2 \left[ 1 - \cos \left( \frac{\pi(a+b)r^2}{ab\lambda} \right) \right].$$

Afin de donner plus de clarté et de précision à cette expression de l'intensité de la lumière, il faut la rapporter à une autre intensité fixe prise pour unité, par exemple, à celle de chaque espèce d'ondes à l'unité de distance du point lumineux. Dans ce cas,  $a+b=1$ . De plus, nous savons que, quand il n'y a plus d'écran, la résultante générale des ondes élémentaires est égale à la moitié de celle que donnerait une ouverture circulaire qui ne comprendrait que le petit cercle central, c'est-à-dire, pour laquelle la différence de chemins parcourus

$$\frac{1}{2} \frac{(a+b)r^2}{ab}$$

serait égale à  $\frac{1}{2}\lambda$ ; en sorte qu'on aurait  $\frac{(a+b)r^2}{ab\lambda} = 1$ . Dans ce cas

particulier, la formule précédente devient  $2(ab\lambda)^2$ . Or une pareille ouverture donne un système d'ondes dans lequel les vitesses absolues des molécules éthérées sont doubles de ce qu'elles seraient s'il n'y avait pas d'écran; par conséquent, l'intensité de la lumière est quadruple, et celle qu'on aurait en supprimant le diaphragme, se trouve représentée par  $\frac{1}{2}(ab\lambda)^2$ , en la déduisant de la formule générale ci-dessus. Mais, puisque cette dernière intensité de lumière est celle que nous prenons pour unité, il faut modifier la formule générale de manière à trouver 1 au lieu de  $\frac{1}{2}(ab\lambda)^2$ , quand il n'y a plus de diaphragme, c'est-à-dire qu'il faut la diviser par  $\frac{1}{2}(ab\lambda)^2$ . Elle devient alors

$$\frac{2}{(a+b)^2} \left[ 1 - \cos \left( \frac{\pi(a+b)r^2}{ab\lambda} \right) \right].$$

Cette formule nous conduit aux mêmes équations que nous avons trouvées plus haut pour déterminer les distances  $b$ , qui répondent aux *maxima* et *minima* de lumière. En effet, on voit qu'elle devient nulle quand  $\cos \left( \frac{\pi(a+b)r^2}{ab\lambda} \right)$  est égal à  $+1$ , ou  $\frac{(a+b)r^2}{ab\lambda}$  égal à un nombre pair; et qu'elle atteint son *maximum*, au contraire, lorsque  $\frac{(a+b)r^2}{ab\lambda}$  est un nombre impair. Dans le premier cas, on a

$$\frac{(a+b)r^2}{ab\lambda} = 2; \quad \frac{(a+b)r^2}{ab\lambda} = 4, \text{ \&c. ;}$$

d'où l'on tire

$$b = \frac{ar^2}{2a\lambda - r^2}; \quad b = \frac{ar^2}{4a\lambda - r^2}; \quad \&c.$$

Je ne rapporterai qu'une des expériences par lesquelles j'ai vérifié cette formule. La distance de l'écran au point lumineux était de 4000<sup>mm</sup> et le diamètre de l'ouverture de 2<sup>mm</sup>,01, ou son rayon de 1<sup>mm</sup>,005. En substituant 4000<sup>mm</sup> à la place de  $a$  et 1<sup>mm</sup>,005 à la place de  $r$  dans la première des valeurs de  $b$ , on trouve 987<sup>mm</sup> pour la distance à laquelle le centre de l'ombre est un noir du premier ordre dans la lumière rouge dont la longueur d'ondulation  $\lambda$  est égale à 0<sup>mm</sup>,000638; et en effet, en plaçant le foyer de la loupe à cette distance, le centre de l'ouverture circulaire me paraissait d'un noir très-foncé.

Dans la lumière blanche, sa teinte était d'un bleu clair moyen entre le bleu et l'indigo, autant que j'en ai pu juger du moins, sans avoir le spectre solaire pour objet de comparaison.

L'expression générale de l'intensité de la lumière pour les anneaux colorés réfléchis sous l'incidence perpendiculaire est  $1 - \cos\left(\frac{4\pi e}{\lambda}\right)$ ,  $e$  représentant l'épaisseur de la lame d'air. En comparant cette formule à la précédente, on voit que le centre de l'ombre d'une ouverture circulaire doit présenter la même série de teintes que les anneaux réfléchis, et que, dans l'expérience dont il s'agit, la teinte centrale doit être celle que donne une lame d'air d'une épaisseur égale à 0<sup>mm</sup>,000319, ou à 12,56 en millièmes de pouce anglais. Or, dans la table de Newton, l'indigo pur est donné par une épaisseur de 12,83 : ainsi 12,56 doit répondre à un indigo légèrement violacé; ce qui ne s'accorde pas très-exactement avec l'observation, qui m'a offert une teinte à peu près moyenne entre l'indigo et le bleu.

Mais, en calculant l'intensité des sept principales espèces de rayons, et déterminant la teinte par la formule empirique de Newton pour les mélanges des rayons colorés, on arrive à un résultat qui s'accorde mieux avec l'observation.

On trouve d'abord pour les intensités des sept principales espèces de couleurs :

$u$ .....	violet.....	1,998.
$i$ .....	indigo.....	1,879.
$b$ .....	bleu.....	1,836.
$v$ .....	vert.....	0,975.

$j$	.....jaune.....	0,448.
$o$	.....orangé.....	0,169.
$r$	.....rouge.....	0,016.

Substituant ces valeurs dans les formules suivantes (1) :

$$X = \frac{(r+u)0,8228 + (o+i)0,2074 - (j+b)0,5140 - v.0,9538}{r+o+j+v+b+i+u}, \text{ et}$$

$$Y = \frac{(r-u)0,4823 + (o-i)0,9632 + (j-b)0,8137}{r+o+j+v+b+i+u}, \text{ on a,}$$

$$X = -\frac{0,022}{7,321} = -0,0030, \text{ et } Y = -\frac{3,732}{7,321} = -0,5098.$$

Mais  $\text{tang } U = \frac{Y}{X} = \frac{3,732}{0,022}$  ; d'où il résulte que  $U = 269^{\circ}. 40'$ .

Or la séparation du bleu et de l'indigo répond à  $265^{\circ}. 4'$ , angle qui ne diffère du précédent que de  $4^{\circ}. 36'$ . Ainsi la teinte centrale doit être presque exactement moyenne entre le bleu et l'indigo. De plus,

on trouve pour  $\Delta$ , qui est égal à  $\frac{Y}{\sin U}$ , 0,510, et par conséquent

pour  $1 - \Delta$ , 0,490; c'est-à-dire que ce bleu contient moitié de lumière blanche, ce qui doit le rendre beaucoup plus clair que le bleu du spectre solaire auquel il répond. Ces résultats s'accordent assez bien, comme on voit, avec l'observation, et indiquent en même temps une légère différence entre la table de Newton et les teintes calculées, au moyen de sa formule, d'après les intensités déduites du principe des interférences.

---

(1) Voyez le *Traité de physique* de M. Biot, tome III, page 451.

## NOTE II.

*Explication de la Réfraction dans le système des ondes.*

LA théorie des vibrations lumineuses est encore si peu connue, que nous ne croirons pas déplaire aux lecteurs en leur présentant d'une manière succincte l'explication qu'elle donne des lois de la réfraction.

Les partisans les plus zélés du système de l'émission ne peuvent nier la supériorité de l'autre, quant aux résultats, c'est-à-dire, aux formules qui en ont été déduites. C'est la théorie des ondulations qui a révélé au docteur Young des relations numériques si remarquables entre les phénomènes de l'optique les plus différens; c'est elle aussi qui a fait connaître les lois générales de la diffraction, que la simple observation n'aurait pu jamais découvrir, et les véritables principes de la coloration des lames cristallisées. On a reproché à cette théorie le vague de ses explications, qui conduisent cependant à des formules confirmées par les faits; et quoiqu'elle calcule la marche des rayons réfractés dans un grand nombre de cas où ils suivent des lois beaucoup plus compliquées que la loi de Descartes, on a prétendu qu'elle ne pouvait pas encore expliquer celle-ci d'une manière satisfaisante: c'est ce que nous allons tâcher de mettre le lecteur à portée de juger lui-même.

Nous rappellerons d'abord en peu de mots les définitions et les principes nécessaires à l'intelligence de la démonstration.

Lorsqu'un ébranlement est excité dans un point d'un fluide dont l'élasticité est uniforme, l'ébranlement se propage avec une égale promptitude en tout sens, et forme ainsi des ondes sphériques dont ce point est le centre. Nous appelons *surface de l'onde* la surface sur tous les points de laquelle l'ébranlement arrive au même instant, ou, en d'autres termes, la réunion de tous les points qui éprouvent simultanément un mouvement correspondant à la même époque de l'oscillation du moteur, telle que celle où sa vitesse est nulle ou atteint son *maximum*. Cette surface est sphérique dans le cas particulier que nous considérons; mais elle peut affecter une autre forme et devenir

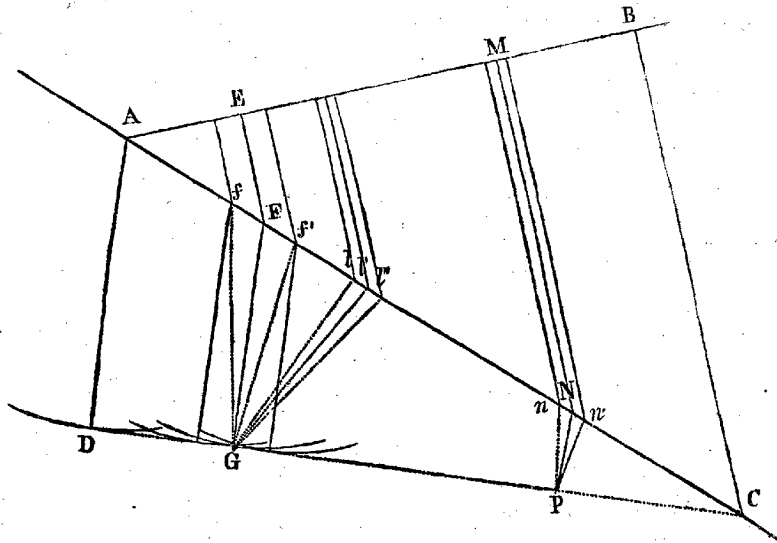
ellipsoïdale, par exemple, quand l'élasticité du milieu n'est pas la même dans toutes les directions. On appelle *rayon* la ligne droite menée du centre d'ébranlement à la surface de l'onde; c'est la ligne suivant laquelle se propage l'ébranlement: elle est perpendiculaire à la surface de l'onde, quand celle-ci est sphérique. Cette normale est la direction suivant laquelle s'opère la vision, soit à l'œil nu, soit avec une lunette.

La nature de l'ébranlement est une chose essentielle à considérer dans la question qui nous occupe: nous admettrons qu'il est oscillatoire; et que les oscillations de la molécule vibrante qui agite l'éther, se répètent régulièrement un très-grand nombre de fois; il en résultera une suite non interrompue d'ondulations de même longueur. Nous appelons *ondulation entière* toute la partie du fluide ébranlée par une oscillation complète, c'est-à-dire, une allée et un retour de la molécule vibrante: l'ondulation entière est composée de deux demi-ondulations qui répondent l'une à l'allée et l'autre au retour de la molécule vibrante; elles sont tout-à-fait pareilles et symétriques, quant à l'intensité des vitesses absolues des molécules du fluide et des forces accélératrices résultant de leurs déplacements relatifs, mais contraires quant au signe de ces vitesses et de ces forces accélératrices, qui sont positives dans l'une et négatives dans l'autre. C'est une conséquence nécessaire de la nature oscillatoire de l'ébranlement primitif. Il en résulte que, lorsque deux séries d'ondes semblables, ayant la même longueur d'ondulation, se propagent suivant la même direction, et que l'une est en retard sur l'autre d'une demi-ondulation, il y a opposition complète entre les mouvemens qu'elles tendent à imprimer aux molécules éthérées, si d'ailleurs ces mouvemens sont parallèles dans les deux systèmes d'ondes: car les vitesses et les forces accélératrices qu'ils apportent en chaque point de l'éther seront partout de signes contraires; et si elles sont égales, c'est-à-dire, si les deux systèmes d'ondes ont la même intensité, elles se neutraliseront mutuellement dans toute l'étendue de ceux-ci, excepté les deux demi-ondulations extrêmes, qui échappent à l'interférence, mais qui sont une trop petite partie du mouvement total pour affecter l'œil d'une manière sensible. Ainsi, toutes les fois que deux systèmes d'ondes parallèles de même nature et de même intensité diffèrent dans leur marche d'une demi-ondulation, on peut dire qu'ils se détruisent complètement.

Cela posé, soit A C la surface de séparation de deux milieux dans



lesquels la marche de la lumière n'a pas le même degré de rapidité. Soit  $AB$  une onde incidente, inclinée d'un angle quelconque sur  $AC$  et supposée plane, comme la surface réfringente, pour simplifier les raisonnemens; c'est supposer le point lumineux infiniment éloigné. Les diverses parties de la surface de cette onde ne rencontreront  $AC$  que les unes après les autres: si l'on veut comparer les instans d'arrivée des deux points  $E$  et  $B$ , par exemple, il faut mener perpendiculairement à l'onde les lignes  $EF$  et  $BC$ , qui seront les rayons correspondans à ces points, les lignes suivant lesquelles se propage l'ébranlement et se mesure la vitesse de propagation; la différence entre  $BC$  et  $EF$  sera celle des chemins parcourus par les points  $E$  et  $B$ , quelles que soient d'ailleurs les petites inflexions que l'onde et les rayons peuvent éprouver dans le voisinage de  $AC$ , puisqu'elles seront les mêmes pour toutes les parties de l'onde qui atteindront successivement  $AC$ , à cause de la similitude parfaite des circonstances; si donc on divise  $BC - EF$  par la vitesse de propagation de la lumière dans le premier milieu, on aura le temps qui s'écoule entre les arrivées des points  $E$  et  $B$  à la surface réfringente  $AC$ .



D'après le principe de la coexistence des petits mouvemens, nous

nnn\*

pouvons considérer chaque point ébranlé de cette surface comme étant lui-même un centre d'ébranlement par rapport au second milieu, dans lequel il produirait, s'il agissait seul, une onde sphérique décrite de ce même point comme centre. Cette onde aurait-elle la même intensité dans toute l'étendue de sa surface, c'est-à-dire, les oscillations des molécules éthérées y auraient-elles par-tout la même amplitude, la même vitesse absolue? Non sans doute, et cette vitesse pourrait même être nulle dans une partie de la surface de l'onde. Mais, 1.° comme les vitesses absolues des molécules n'ont aucune influence sur la vitesse de propagation, elle sera la même en tout sens, et l'onde dérivée sera sphérique (1). 2.° Les vitesses absolues des molécules ne changeront brusquement ni d'intensité, ni de direction d'un point de la surface de l'onde au point suivant, mais graduellement et d'une manière conforme à la loi de continuité. Ainsi, toutes les fois que l'on considérera deux points très-voisins de la surface de l'onde, ou plus généralement deux points dont les rayons font entre eux un très-petit angle, on pourra dire que les vitesses absolues des molécules y sont sensiblement égales et parallèles. 3.° Quelles que soient les altérations qu'ait éprouvées l'ébranlement en passant du premier milieu dans le second, il n'a pas pu perdre son caractère de mouvement oscillatoire; et les ondes qui émanent de chaque point de la surface réfringente seront toujours composées chacune de deux demi-ondulations de signes contraires, dans lesquelles les intensités des

---

(1) On pourrait objecter que, si les ondes propagées par un milieu dont l'élasticité est la même en tout sens, sont évidemment sphériques quand le centre d'ébranlement est dans l'intérieur de ce milieu, il n'est pas également certain que des ondes qui prennent naissance à sa limite conservent encore la forme sphérique. Mais il est aisé d'éviter cette difficulté, en faisant partir les ondes d'un plan inférieur parallèle à la surface réfringente, au lieu de placer leurs centres sur cette surface même. Dans le cas que nous considérons, où, l'onde incidente étant plane, les rayons incidens sont parallèles, il est clair que les différences entre les instans d'arrivée des divers rayons à ce second plan seront les mêmes que les différences entre leurs instans d'arrivée à la surface réfringente, puisqu'ils devront tous employer le même intervalle de temps à parcourir l'espace compris entre ces deux plans, vu la similitude des circonstances. Ainsi rien ne sera changé aux conséquences qu'on déduit de ces différences; et, les centres des ondes élémentaires se trouvant alors situés dans l'intérieur du second milieu et aussi éloignés qu'on voudra de la surface réfringente, on ne pourra plus objecter que ces ondes ne sont pas sphériques, sur-tout dans la portion de leur surface qui concourra à la formation de l'onde réfractée.

vités absolues et des forces accélératrices seront les mêmes de part et d'autre; car les quantités positives et négatives étant égales dans l'ébranlement primitif, devront l'être encore dans les ondes dérivées. En effet, le déplacement très-petit d'une molécule, soit dans l'intérieur d'un milieu homogène, soit à la surface de contact de deux milieux élastiques différens, s'exécutant avec la même vitesse et suivant la même direction, mais en sens contraires, produit dans les deux cas, sur les molécules voisines, des forces accélératrices de signes contraires, mais dont l'intensité et la direction sont d'ailleurs les mêmes; c'est ce qui a toujours lieu, quelle que soit la loi des forces que les molécules exercent les unes sur les autres, quand le déplacement est très-petit. Ainsi les molécules voisines se mouvront dans les deux cas avec les mêmes vitesses et suivant les mêmes directions, mais en sens opposés. Ce que nous venons de dire de la première molécule déplacée peut s'appliquer à celles qu'elle a ébranlées, et ainsi de suite; d'où l'on voit que les mouvemens des molécules et les forces accélératrices résultant de leurs déplacements relatifs seront exactement pareils dans les deux cas, quant à l'intensité et à la direction, et ne différeront que par le signe. Or, dans les deux moitiés de l'onde incidente, tout est pareil de part et d'autre, au signe près, et les vitesses des molécules et leurs dérangemens relatifs, ainsi que les forces accélératrices qui en résultent; donc les effets produits dans le second milieu, comparés à chaque instant, et molécule à molécule, seront les mêmes quant aux grandeurs de ces quantités, et opposés quant à leurs signes.

Quoique le principe dont nous venons de donner la raison fondamentale soit presque évident par lui-même, comme il a paru à un savant géomètre susceptible d'être contesté, nous allons essayer de le démontrer encore d'une autre manière.

D'après le principe général de la composition des petits mouvemens, le mouvement total produit en un point, par un nombre quelconque d'ébranlemens divers, à un instant déterminé, est la résultante statique de toutes les vitesses absolues que chaque ébranlement aurait envoyées en ce point au même instant, en agissant isolément. Cela posé, concevons dans le premier milieu deux systèmes d'ondes semblables à celui que nous avons considéré d'abord, dont les intensités soient égales, les surfaces parallèles, et qui diffèrent d'une demi-ondulation; il n'y aura plus de vibrations dans le premier milieu. Or l'effet produit dans le second doit être en chaque point

la résultante statique des vibrations qu'y produiraient séparément les deux systèmes d'ondes incidens : c'est une conséquence du principe que nous venons d'énoncer; et, d'après le même principe, le mouvement apporté en un point du second milieu par chaque système est la résultante statique de tous les mouvemens qu'y apporteraient au même instant les ondes élémentaires produites par les diverses parties ébranlées de la surface A C, si chacun de ces petits centres d'ébranlement agissait isolément. Mais les systèmes d'ondes élémentaires qui émaneraient des mêmes points de la surface auraient la même intensité, comme les deux systèmes incidens qui les ont produits; ils se superposeraient exactement, et différeraient seulement dans leurs vibrations d'une demi-ondulation : or il est évident que, s'ils ne se détruiraient pas mutuellement, si les vitesses positives l'emportaient, par exemple, sur les négatives, il y aurait mouvement dans le second milieu, tandis qu'il n'y en avait pas dans le premier; ce qui serait absurde. On peut donc dire que deux systèmes d'ondes élémentaires réfractées, de même intensité et dont les surfaces ou les rayons sont parallèles, se détruisent mutuellement quand ils diffèrent d'une demi-ondulation. C'est un principe dont nous allons bientôt nous servir.

Cherchons maintenant quelles seront les positions respectives de toutes les ondes élémentaires parties des différens points de A C, à un instant déterminé, par exemple, quand l'ébranlement B arrive en C. Si du point A, comme centre, et d'un rayon A D égal à l'espace que la lumière parcourt dans le second milieu pendant le même intervalle de temps qu'elle met à parcourir B C dans le premier, on décrit un arc de cercle, cet arc représentera l'onde partie du point A au moment où le rayon parti de B arrive en C; et si par la droite projetée en C on mène à cette onde le plan tangent C D, il sera tangent aussi, au même instant, à toutes les autres ondes élémentaires envoyées par les différens points de A C. En effet, prenons pour unité de temps celui que la lumière a mis à parcourir B C et A D, ces deux lignes représenteront les vitesses de propagation de la lumière dans les deux milieux : un autre point quelconque E de l'onde incidente parcourra E F dans un intervalle de temps égal à  $\frac{E F}{B C}$ ; et si du point F comme centre on décrit un arc de cercle tangent à C D, le rayon F G sera parcouru par la lumière dans un intervalle de temps égal à  $\frac{F G}{A D}$  : or, à l'aide des triangles semblables A E F et A B C d'une part, C F G et C A D de

l'autre, on démontre aisément que ces deux quotiens ajoutés ensemble donnent une somme égale à l'unité, c'est-à-dire, au temps que la lumière a mis à aller de B en C, ou de A en D; ainsi l'arc décrit du point F, comme centre tangentielllement à CD, représente bien la position de l'onde partie de F, à l'instant que nous considérons. Pareillement, pour avoir les positions simultanées des ondes parties de tous les autres points  $f, f'$ , il faut décrire de chacun de ces points comme centre des arcs de cercle tangens à CD, qui sera ainsi le lieu géométrique des premiers ébranlemens.

L'onde réfractée, ou plus exactement le système des ondes réfractées, doit être formé par la réunion de tous les systèmes d'ondes élémentaires partis de AC. Pour déterminer les mouvemens qui s'opèrent en un point quelconque G, il faut chercher la résultante statique de tous les mouvemens envoyés en G au même instant par les différens points  $f, F, f'$ , &c. de la surface AC.

Ce problème serait très-difficile à résoudre, si le point G était voisin de AC; il faudrait connaître suivant quelle loi l'intensité des rayons élémentaires varie autour de chaque centre d'ébranlement. Mais cela n'est plus nécessaire quand G est éloigné de la surface réfringente d'une quantité très-grande relativement à la longueur d'une ondulation, parce qu'il arrive alors que tous les rayons  $lG, l'G, l''G$ , dont l'obliquité sur FG est un peu prononcée, se détruisent mutuellement; en sorte qu'il n'y a que des rayons  $fG, f'G$  presque parallèles à FG, qui exercent une influence sensible sur l'intensité et la position en G du système d'ondes résultant. Or ces rayons, étant sensiblement parallèles, sont inclinés de la même manière relativement à la surface réfringente, et, se trouvant ainsi dans des circonstances semblables, doivent apporter en G des oscillations parallèles et égales en intensité; la composition des mouvemens se réduit alors à des additions et des soustractions des vitesses absolues apportées par ces rayons.

Il est aisé de voir pourquoi les rayons un peu obliques à FG se détruisent mutuellement. La ligne brisée EFG est celle par laquelle l'ébranlement arrive le plus promptement en G; car, les ondes parties des divers points  $f, F, f'$ , &c., venant toucher CD au même instant, il est clair que les rayons  $fG$  et  $f'G$  n'arriveront en G qu'après le rayon FG. Cela posé, divisons AC en petites portions telles que les rayons partis de deux points de division consécutifs diffèrent d'une demi-ondulation en arrivant en G: la géométrie démontre que ces petites parties sont très-inégales près du plus court chemin, c'est-

à-dire, près de F ; mais qu'à mesure qu'on s'en éloigne, elles approchent de plus en plus de l'égalité, et qu'elles ne diffèrent presque plus entre elles dès que des lignes menées des points de division en G sont un peu inclinées sur FG (en supposant toujours la longueur de FG très-grande relativement à celle d'une demi-ondulation). Il résulte de cette égalité d'étendue entre deux portions consécutives, qu'elles contiennent le même nombre de centres d'ébranlemens égaux, et envoient l'une et l'autre la même quantité de lumière en G ; car, en raison du peu de distance entre les points de division relativement à leur éloignement de G, les rayons envoyés sont sensiblement parallèles, et doivent apporter en conséquence des vibrations de même intensité et qui s'exécutent suivant la même direction ; et, puisque les rayons correspondans de ces deux parties diffèrent d'ailleurs d'une demi-ondulation, tous les systèmes d'ondes qu'ils apportent se neutraliseront mutuellement. Ainsi les rayons envoyés par deux parties contiguës se détruisent, dès qu'ils sont un peu inclinés sur FG ; ou, plus exactement, les vîteses absolues excitées par une de ces parties sont détruites par la moitié des vîteses absolues de celle qui la précède et de celle qui la suit ; car, si la différence d'intensité est un infiniment petit du premier ordre entre les rayons de deux parties contiguës, elle n'est plus qu'un infiniment petit du second entre les rayons d'une partie intermédiaire et la demi-somme de ceux des parties qui la comprennent ; en sorte que, négligeant dans le calcul une infinité de ces petites différences, nous ne commettons cependant point d'erreur sensible : la même observation s'applique aux petites différences de direction dans les oscillations envoyées par trois divisions consécutives (1). Ainsi il n'y a de rayons qui concourent efficacement à la formation du système d'ondes résultant en G, que ceux qui sont sensiblement parallèles à FG.

Considérons un autre point quelconque P sur la ligne CD ; soit MNP la ligne de plus court chemin de ce point à l'onde incidente

---

(1) En expliquant le principe des interférences, nous avons remarqué que, lorsque deux systèmes d'ondes diffèrent dans leur marche d'une demi-ondulation, les deux demi-ondes extrêmes échappent à l'interférence. Comme il y a ici une infinité de systèmes d'ondes, on pourrait supposer, au premier abord, qu'une infinité de demi-ondes échappent à l'interférence ; mais, en y réfléchissant un peu, on voit qu'elles se détruisent deux à deux, ou, ce qui revient au même, que chaque système élémentaire est détruit sur toute son étendue par celui qui est en avant et celui qui est en arrière d'une demi-ondulation.

AB : l'onde résultante en P ne sera pareillement formée que par les ondes élémentaires parties de points tels que  $n, n'$ , assez rapprochés de N pour que les rayons  $nP$  et  $n'P$  soient presque parallèles à NP, et les rayons d'une obliquité prononcée se détruiront mutuellement. Or il est évident que les divisions correspondantes à des différences d'une demi-ondulation, et qui seront inégales dans le voisinage du point N, comme dans celui du point F, suivront d'ailleurs la même loi de décroissement; elles seront seulement plus petites dans le rapport de  $\sqrt{NP}$  à  $\sqrt{FG}$ : si donc on les subdivise les unes et les autres en petits élémens respectivement proportionnés à  $\sqrt{NP}$  et  $\sqrt{FG}$ , elles en contiendront le même nombre de part et d'autre, et il y aura les mêmes différences de chemins parcourus entre les rayons envoyés par les élémens correspondans; par conséquent, tous les systèmes d'ondes élémentaires apportés en P se trouveront dans les mêmes positions par rapport au point P, que les systèmes d'ondes élémentaires envoyés en G par rapport à G: ainsi les deux systèmes d'ondes résultant en P et en G seront situés de la même manière relativement à ces points. En employant les formules d'interférences données dans le tome XI des *Annales de physique et de chimie*, pages 255, 256, 286, 287, et intégrant successivement suivant les deux dimensions, c'est-à-dire, parallèlement et perpendiculairement au plan de la figure, qui est ici le plan d'incidence, on trouve que le système d'ondes résultant est en arrière d'un quart d'ondulation relativement au système d'ondes élémentaires qui a suivi le plus court chemin. Mais nous n'avons pas besoin ici de connaître ces intégrales pour déterminer la direction des surfaces des ondes du système résultant; car nous venons de voir qu'il doit se trouver situé de la même manière relativement à tous les points P, G, &c., de DC: donc les surfaces de ses ondes seront parallèles à DC.

Or,  $\sin. ACD : \sin. BAC :: AD : BC$ ; c'est-à-dire que les sinus des angles que les ondes incidentes et réfractées font avec la surface réfringente, sont dans le rapport constant des vitesses de propagation de la lumière dans les deux milieux; mais ces angles sont égaux à ceux que les normales aux ondes, c'est-à-dire les rayons, font avec la normale à la surface: donc les sinus des angles d'incidence et de réfraction des rayons sont entre eux dans le rapport constant des vitesses de propagation.

Pour compléter cette démonstration et faire voir que la théorie

s'accorde avec les lois expérimentales de la réfraction, il nous resterait à prouver que la normale à l'onde, que nous avons appelée *rayon*, est effectivement la direction du rayon visuel; on y parvient aisément par des considérations analogues à celles que nous venons d'employer pour déterminer la direction de l'onde réfractée. Mais nous nous bornerons à ce résultat, ne pouvant donner plus d'étendue aux développemens théoriques qui font l'objet de cette note: d'ailleurs, sans approfondir la théorie de la vision, il est presque évident, *a priori*, que l'onde émergente doit peindre au fond de l'œil le point lumineux dont elle émane, dans la même direction relativement à son plan que l'onde incidente le fait relativement au sien, et qu'ainsi tout se réduit à déterminer l'inclinaison mutuelle de ces plans.

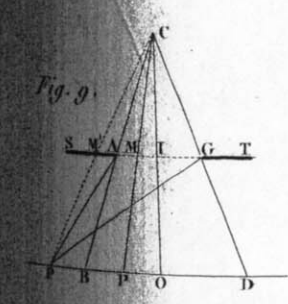
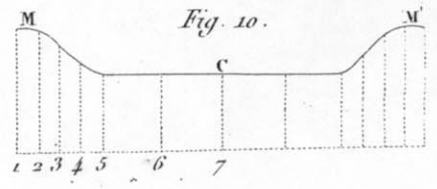
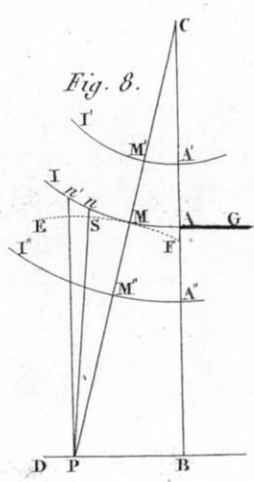
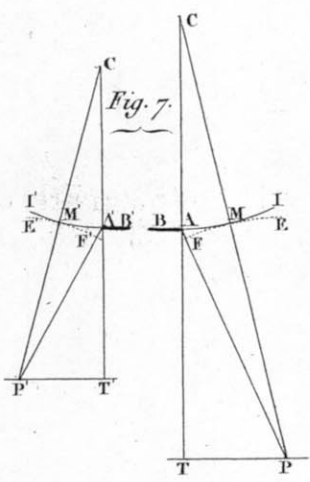
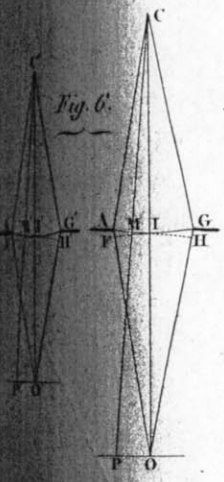
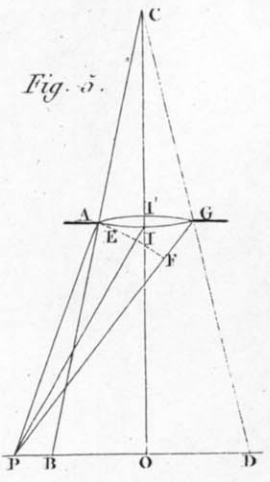
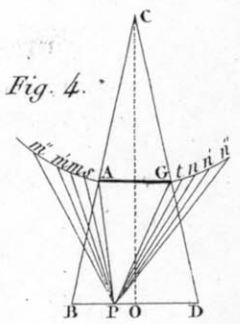
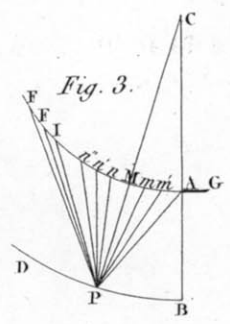
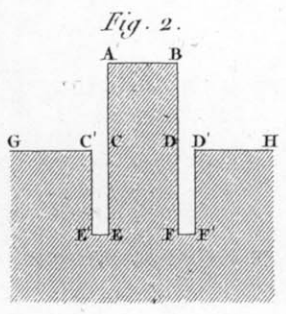
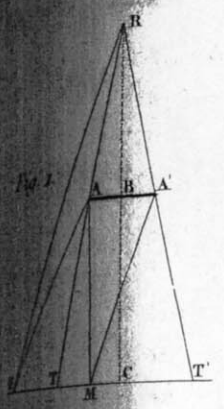
Nous terminerons en observant que non-seulement tous les points de la surface de chaque onde du système résultant se trouvent situés à la même distance de DC, mais, en outre, que si l'onde incidente a une intensité uniforme dans toute son étendue, cette égalité d'intensité doit se maintenir dans l'onde réfractée. En effet, comparons encore les vibrations résultantes qui s'exécutent dans deux points quelconques P et G: nous avons remarqué que, les parties de AC assez voisines des rayons de première arrivée NP et FG pour contribuer d'une manière sensible aux effets produits en P et en G, étant divisées en élémens proportionnels aux racines carrées des distances NP et FG, les ondes élémentaires envoyées par les centres d'ébranlement correspondans seraient situées de la même manière relativement aux points P et G: or l'intensité de la résultante ne dépend que des positions respectives des systèmes d'ondes qui la composent et de leur intensité; il suffit donc de prouver que les intensités des ondes élémentaires sont égales de part et d'autre. Les centres d'ébranlement en lesquels nous subdivisons AC près des points F et N, ayant, parallèlement et perpendiculairement au plan de la figure, des largeurs proportionnelles aux racines carrées de FG et de NP, les vitesses absolues des molécules dans les ondes élémentaires qu'ils envoient suivront le rapport de FG à NP, à égales distances des centres d'ébranlement: mais l'analyse démontre que les vitesses absolues sont en raison inverse des distances; donc elles seront égales en P et en G.

Les raisonnemens que nous venons de faire supposent que la surface réfringente est indéfiniment étendue, ou du moins que ses limites sont assez éloignées des points N et F pour que les rayons supprimés

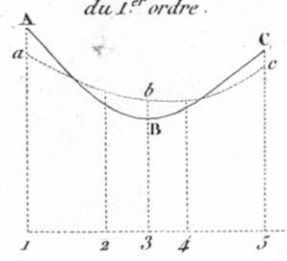


n'eussent pu influer d'une manière sensible sur l'intensité de la résultante aux points P et G. Dans le cas contraire, il est clair que l'égalité d'intensité pourrait être altérée, ainsi que la similitude des positions du système d'ondes résultant en P et en G; les formules d'interférences déjà citées donnent les moyens de déterminer les intensités de la lumière et la marche des faisceaux alternativement obscurs et brillants dans lesquels elle se divise alors; et les résultats du calcul s'accordent avec ceux de l'expérience. C'est en cela sur-tout que la théorie de la réfraction déduite du système des ondes est bien supérieure à celle de Newton, qui n'explique la marche de la lumière que dans le cas particulier d'une surface continue et indéfinie.

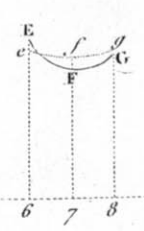
La théorie que nous venons d'exposer ne détermine la position des divers points de l'onde réfractée qu'à une distance de la surface réfringente très-grande relativement à la longueur d'ondulation; mais, si l'on se rappelle qu'un seul millimètre contient déjà près de deux mille fois la longueur moyenne des ondulations lumineuses, on sentira que les résultats numériques obtenus dans ce cas peuvent s'appliquer à toutes les expériences qui ont été faites pour mesurer la réfraction et vérifier la loi de Descartes.



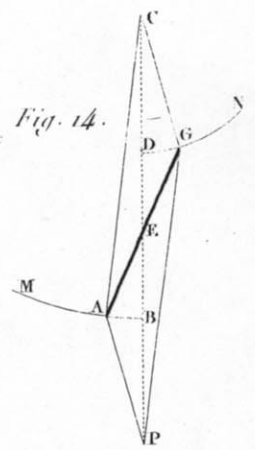
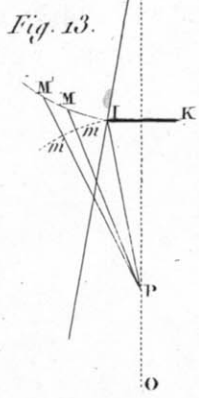
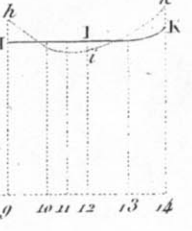
Bande obscure extérieure du 1<sup>er</sup> ordre.



B<sup>de</sup> obscure du 2<sup>e</sup> ordre



B<sup>de</sup> obscure du 3<sup>e</sup> ordre.



Bande obscure extérieure du 1<sup>er</sup> ordre. B<sup>de</sup> Brillante du 2<sup>e</sup> ordre. B<sup>de</sup> obscure du 2<sup>e</sup> ordre.

