

# Optique géométrique et chemin optique

La présentation de l'Optique s'effectue, en général, en séparant deux approches. L'Optique géométrique est concentrée sur la notion de rayon lumineux et leur parcours à travers les milieux transparents, alors que l'Optique ondulatoire traite de tous les phénomènes que l'on ne peut pas décrire grâce à la notion de rayon lumineux : la diffraction et les interférences. La théorie ondulatoire est plus complète que l'Optique géométrique car on peut retrouver les lois applicables aux rayons lumineux.

Le développement proposé a pour objectif d'introduire quelques notions sur les lentilles convergentes permettant de comprendre l'origine des relations de conjugaison et de percevoir les surfaces d'ondes lorsque les faisceaux lumineux sont traités par les lentilles. Cette perception s'avérera très précieuse pour l'étude de l'Optique ondulatoire et en particulier pour les calculs de différence de chemin optique très souvent appelée différence de marche dans le domaine des interférences.

## 1 Les lentilles

### 1.1 La lentille convergente

Une lentille convergente a pour objectif de faire converger les rayons lumineux émis par une source. En effet, l'émission de lumière par une source est toujours divergente, même si certaines sources le sont relativement peu comme les lasers qu'on utilise comme pointeurs par exemple. L'angle du cône de lumière émise est en général inférieur à  $1^\circ$ . Plus cet angle sera petit, plus le pointeur sera précis, même s'il est utilisé à une assez grande distance de l'écran. Au contraire, lorsque l'on veut éclairer de façon assez homogène une zone de l'espace, on utilisera une source lumineuse dont le cône possédera un angle  $\alpha$  élevé. Avec une lentille convergente, on va pouvoir faire converger l'énergie lumineuse dans une petite zone permettant ainsi de former des images que l'on qualifie de réelles car elles correspondent à une zone d'intersection de rayons lumineux. Dans la plupart des cas, une lentille est constituée par un verre présentant deux surfaces bombées qui sont sphériques. C'est par exemple le cas des verres de lunettes. Attention, la majorité des personnes qui portent des lunettes sont myopes. Les verres de leurs lunettes sont divergents, en fait ils ont tendance à augmenter la divergence naturelle des rayons lumineux provenant d'une source. Nous n'étudierons pas de lentilles divergentes. Les personnes hypermétropes portent, elles, des verres convergents qui possèdent les mêmes propriétés que la lentille convergente de la figure 1.

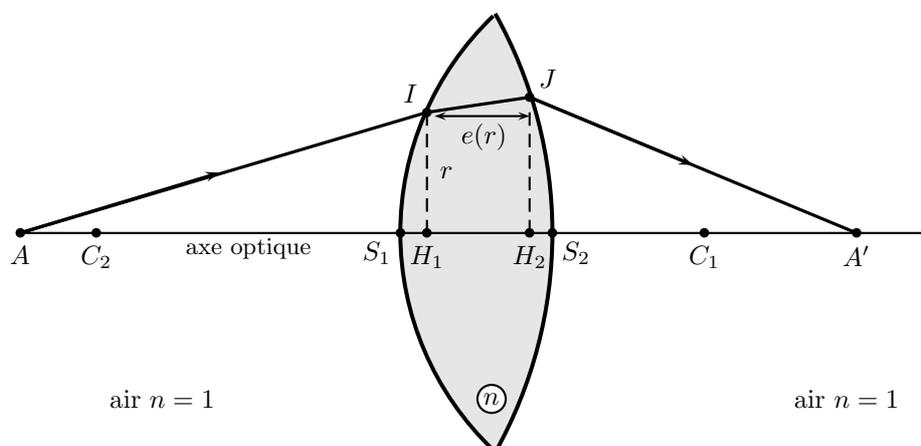


FIGURE 1 – Une lentille convergente

Cette lentille est constituée d'un verre d'indice  $n \simeq 1,5$  en général. Elle est caractérisée par les rayons de courbure de ses deux faces sphériques et par son épaisseur maximale  $e_0 = e_{r=0} = S_1S_2$  qui est souvent petite devant les rayons de courbures. Une lentille est toujours caractérisée par un axe de symétrie de révolution : l'axe optique. Toute rotation autour de cet axe laisse le système optique invariant. De plus, un rayon lumineux qui suit cet axe optique à l'entrée continue son trajet sans être dévié puisque les rayons obéissent aux lois de DESCARTES de la réfraction et que, puisque le rayon passe par les points  $S_1$  et  $S_2$  – sommets des deux surfaces sphériques –, l'angle d'incidence est nul à chaque fois, les angles de réflexion le sont eux aussi. Ainsi, un rayon qui part de  $A$  et suit l'axe optique va automatiquement passer par  $A'$ .

La face d'entrée – par convention, on oriente toujours le trajet de la lumière de gauche à droite sauf mention contraire – est caractérisée par le rayon  $R_1 = S_1C_1$ . La face de sortie possède un rayon de courbure

$R_2 = C_2 S_2$ . Pour cette présentation, nous n'utiliserons que des distances positives. Cela évitera des questions de signe dans les calculs mais empêchera de faire une généralisation rapide des résultats à toutes les orientations des courbures des faces d'entrée et de sortie. Ces changements d'orientation des courbures permettraient de traiter le cas d'autres types de lentilles convergentes  $CV$  mais aussi de traiter celui des lentilles divergentes  $DV$ . Sur le schéma de la figure 2, on peut voir différents types de lentilles avec une présentation algébrisée de leur rayon de courbure.

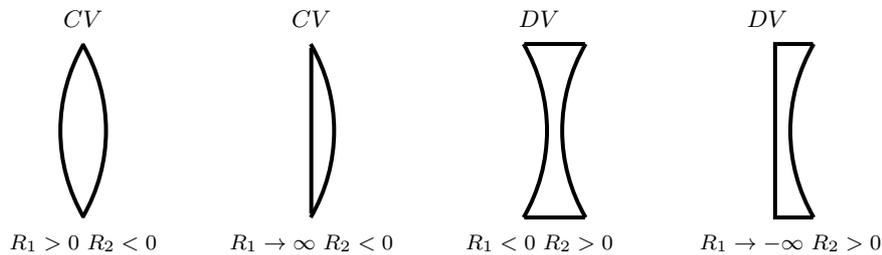


FIGURE 2 – Diverses formes de lentilles

La lentille que nous allons présenter est une lentille dite mince. Cela signifie que  $e_0 \ll R_1$  et  $e_0 \ll R_2$ . Dans les instruments d'optique, on rencontre, certes, des lentilles minces mais aussi des lentilles épaisses. Dans les microscopes, les lentilles sont épaisses. C'est aussi le cas dans les objectifs des appareils photo sophistiqués. Quoi qu'il en soit, débiter l'étude de l'Optique géométrique par le cas des lentilles minces est très formateur et modéliser une lunette d'observation astronomique ou un microscope par des lentilles minces permet de comprendre les bases de l'Optique instrumentale.

Nous allons considérer le trajet d'un rayon lumineux issu d'un point source  $A$  qui arrive sur la lentille au point d'incidence  $I$ , en ressort au point d'émergence  $J$  et ensuite coupe l'axe optique en  $A'$ , voir le schéma de la figure 1. Notre objectif est d'établir les conditions pour que tout rayon lumineux issu de  $A$  puisse passer par le point  $A'$ . C'est ce que nous allons voir dans le prochain paragraphe.

### 1.2 Relation de conjugaison

D'après le principe de FERMAT que nous avons présenté dans l'étude des ondes lumineuses, les rayons lumineux obéissent aux lois de DESCARTES. C'est pourquoi nous avons représenté de façon qualitative les deux réfractions subies par le rayon lumineux. Le point  $A'$  sera considéré comme l'image de  $A$  si tous les rayons lumineux issus de  $A$  et traversant la lentille arrivent en  $A'$ . Le point  $A'$  correspond à un point où l'énergie lumineuse issue de  $A$  se concentre. Lorsqu'une telle situation est réalisée, on dit qu'il y a stigmatisme. Cette situation est illustrée sur le schéma de la figure 3.

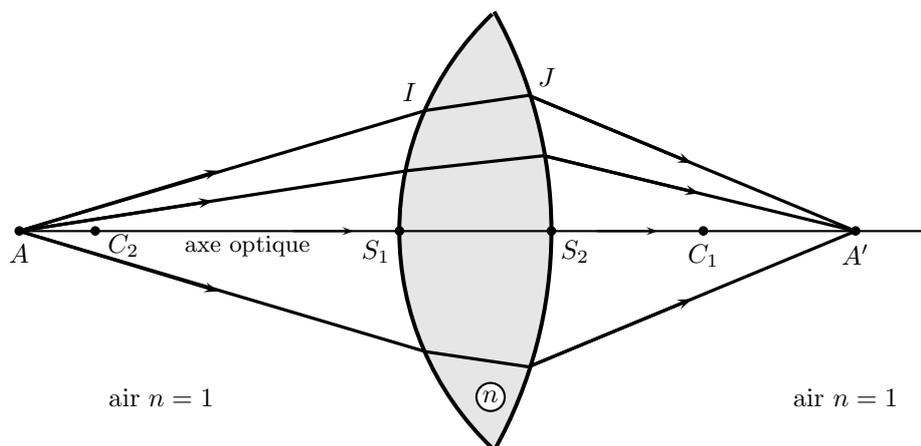


FIGURE 3 – Stigmatisme

Le chemin optique correspondant au parcours  $AA'$  est :

$$L_{AA'} = AI + nIJ + JB$$

Ce trajet optique est extrémal, minimal dans notre cas. Il nous faut donc exprimer ce chemin optique. Nous allons commencer par nous intéresser à l'épaisseur de la lentille  $e(r)$  en fonction de la distance  $r$  à l'axe optique.

La distance qui sépare les deux centres de courbures des faces de la lentille est  $C_2C_1 = R_1 + R_2 - e_0$ . On peut aussi exprimer cette distance en utilisant les points  $H_1$  et  $H_2$ . Nous avons  $C_2C_1 = C_2H_2 + C_1H_1 - e(r)$ . Nous en déduisons que :

$$e(r) = e_0 + C_2H_2 + C_1H_1 - (R_1 + R_2)$$

Il nous faut donc évaluer  $C_2H_2$  et  $C_1H_1$ . L'utilisation des lentilles s'effectue toujours, dans la mesure du possible, pour des positions proches de l'axe optique ( $r$  faible) et pour des rayons lumineux peu inclinés sur l'axe optique. Ces conditions d'utilisation sont appelées conditions de GAUSS. Comme vous le comprendrez plus tard, elles permettent d'assurer une bonne qualité des images formées par les systèmes optiques. Nous avons  $C_1H_1 = \sqrt{R_1^2 - r^2}$  d'après le théorème de PYTHAGORE dans le triangle rectangle  $C_1H_1I$ . Dans les conditions de GAUSS, nous avons  $r \ll R_1$ . On peut donc proposer un développement limité de la racine selon  $C_1H_1 = R_1 \left(1 - \frac{r^2}{R_1^2}\right)^{1/2} \simeq R_1 \left(1 - \frac{r^2}{2R_1^2}\right)$ . Pour la distance  $C_2H_2$ , le raisonnement est le même. Finalement, nous avons :

$$C_1H_1 = R_1 - \frac{r^2}{2R_1} \quad \text{et} \quad C_2H_2 = R_2 - \frac{r^2}{2R_2}$$

Nous pouvons en déduire que l'épaisseur de la lentille à la distance  $r$  de l'axe optique est donc :

$$e(r) = e_0 - \frac{r^2}{2} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

Cette épaisseur va nous permettre d'évaluer le chemin optique  $nIJ$ . Comme nous l'avons dit auparavant,  $r$  est petit et les angles entre les rayons lumineux le sont aussi. Nous allons utiliser une approximation que vous allez sans doute trouver un peu grossière et dire  $IJ \simeq e(r)$ . En fait, si l'angle entre le rayon lumineux et l'axe optique est  $\alpha$ , cela revient à considérer que  $e(r) = IJ \cos \alpha \simeq IJ$ . Si l'on effectue un développement limité du cosinus, on obtient  $\cos \alpha = 1 - \alpha^2/2$ . Comme  $e(r)$  fait déjà intervenir un terme petit en  $r^2$ , la prise en compte du terme en  $\alpha^2$  amènerait des termes encore plus petits d'un ordre plus élevé, termes du même ordre que ceux que nous avons oubliés en calculant  $C_1H_1$  et  $C_2H_2$ . C'est pourquoi l'attitude qui consiste à écrire  $IJ \simeq e(r)$  est justifiée. Nous avons donc :

$$nIJ = ne_0 - \frac{r^2}{2} n \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

Passons maintenant à l'évaluation de  $AI$  et  $JA'$ . Le calcul est le même dans les deux cas. On pose  $AS_1 = p$  et  $S_2A' = p'$  les deux distances positives aux sommets de la lentille. Cette notation est très traditionnelle en Optique géométrique mais lorsqu'elle est employée, on utilise des grandeurs  $p$  et  $p'$  algébriques, c'est-à-dire que  $p$  et  $p'$  peuvent être positives ou négatives. Une telle attitude permet de traiter tous les types de lentilles sans distinguer les lentilles convergentes des lentilles divergentes. Comme nous l'avons déjà signalé, nous nous contenterons d'une présentation des lentilles convergentes. Toujours par le théorème de PYTHAGORE, nous avons  $AI = \sqrt{AH_1^2 + r^2}$ . Or  $AH_1 = AS_1 + S_1H_1$ . Comme nous avons vu que  $C_1H_1 = R_1 - \frac{r^2}{2R_1}$ , nous en déduisons

que  $S_1H_1 = S_1C_1 - C_1H_1 = \frac{r^2}{2R_1}$ . Nous avons alors  $AI = \sqrt{\left(p + \frac{r^2}{2R_1}\right)^2 + r^2}$ . On développe le calcul en ne gardant que les termes en  $r^2$  et, donc, en éliminant ceux qui sont d'un ordre supérieur. La distance  $AI$  devient  $AI = \sqrt{p^2 \left(1 + \frac{r^2}{pR_1}\right) + r^2}$ . En factorisant par  $p \gg r$  - cette condition est nécessaire pour respecter le fait que

l'angle des rayons lumineux avec l'axe optique est petit -, on arrive à  $AI = p \sqrt{1 + \frac{r^2}{pR_1} + \frac{r^2}{p^2}}$ . Il ne reste plus qu'à effectuer un développement limité de la racine. Comme les choses sont tout à fait identiques pour  $JA'$ , le calcul aboutit à :

$$AI = p + \frac{r^2}{2} \left( \frac{1}{p} + \frac{1}{R_1} \right) \quad \text{et} \quad JA' = p' + \frac{r^2}{2} \left( \frac{1}{p'} + \frac{1}{R_2} \right)$$

Nous pouvons donc exprimer le chemin optique total pour le rayon lumineux partant de  $A$  et arrivant en  $A'$  :

$$L_{AA'} = p + p' + e_0 + \frac{r^2}{2} \left[ \frac{1}{p} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{p'} + \frac{1}{R_2} - n \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \right]$$

Pour assurer le stigmatisme, il est nécessaire que le chemin optique soit invariable avec  $r$ . D'après le principe de FERMAT, ce chemin doit être extrémal, ici minimal. Par conséquent, sa valeur doit être cette valeur minimale quel que soit  $r$ . La dérivée en  $r$  de  $L_{AA'}$  doit s'annuler.

$$\frac{dL_{AA'}}{dr} = r \left[ \frac{1}{p} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{p'} + \frac{1}{R_2} - n \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \right] = 0$$

La solution  $r = 0$  n'a pas d'intérêt pour nous puisqu'elle correspond au trajet suivi sur l'axe optique. Elle nous donne toutefois la valeur du chemin optique minimal dicté par le principe de FERMAT :  $L_{AA'} = p + p' + ne_0$ . L'autre solution indique que le stigmatisme sera assuré lorsque  $A$  sera mis en correspondance avec un point  $A'$  de telle sorte que  $AS_1 = p$  et  $S_2A' = p'$  vérifient la relation de conjugaison suivante :

$$\frac{1}{p'} + \frac{1}{p} = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

Cette relation fait apparaître la vergence de la lentille :

$$V = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

On appelle distance focale ou focale l'inverse de cette vergence. La distance focale  $f$  caractérisant une lentille, ici convergente, est donc telle que :

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

Au lycée, on utilise très souvent des lentilles de focales comprises entre  $f = 5 \text{ cm} = 50 \text{ mm}$  et  $f = 1 \text{ m}$ . L'objectif le plus traditionnel des appareils photographiques argentiques de type réflex utilisant une pellicule  $24 \times 36 \text{ mm}^2$  est celui de focale 50 mm. C'est l'objectif qui assure une prise de vue correspondant à ce que l'œil voit. Pour faire des photographies d'objets éloignés, on aura recours à des téléobjectifs possédant des distances focales plus élevées comme les 200 mm. Dans les appareils photographiques numériques, la pellicule a été remplacée par des capteurs CCD. La taille de ces capteurs est relativement variable d'un appareil à l'autre mais elle est en général inférieure à la taille de la pellicule du  $24 \times 36$ . Aussi, il a fallu adapter la distance focale pour que les appareils dans leur fonctionnement standard continuent à donner une image correspondant grosso modo à ce que l'œil voit. Leur focale est alors de l'ordre de 25 mm. La relation de conjugaison d'une lentille est alors :

$$\frac{1}{p'} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f}$$

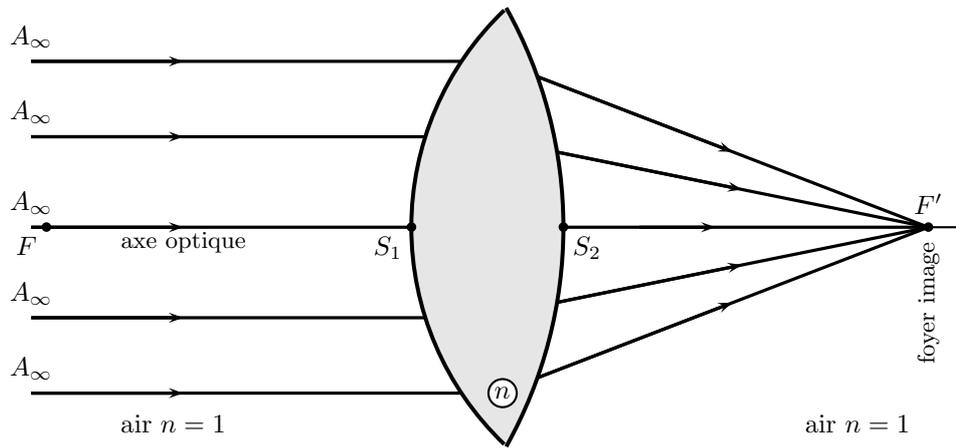
## 2 Formation d'une image

L'accent est mis dans ce développement sur la formation d'une image par une lentille convergente, le principe général reste le même pour une lentille divergente.

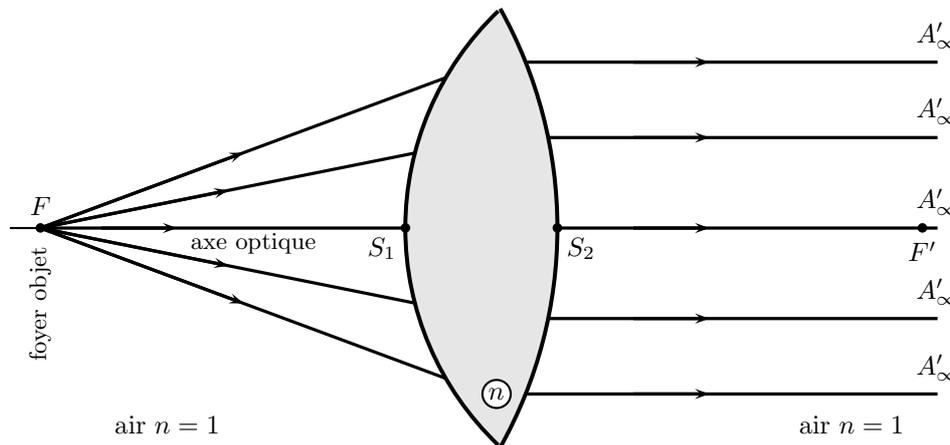
### 2.1 Foyers

On dit que les points  $A$  et  $A'$  sont conjugués par la lentille. La relation de conjugaison précédente établit un lien entre la position du point  $A$  – dit point objet – et celle du point  $A'$  – image de  $A$ . On peut y relever l'existence de deux situations particulières. Imaginons que le point  $A$  soit rejeté à l'infini à gauche de la lentille. Si  $p \rightarrow \infty$  alors  $\frac{1}{p} \rightarrow 0$ . La valeur de la distance  $p'$  est très particulière : il s'agit de la distance focale  $f$ . Nous avons  $p' = f$ . Le point où arrivent les rayons lumineux en provenance de l'infini s'appelle le foyer image de la lentille. On le note  $F'$ . Il est tel que  $S_2F' = f$ . La seconde situation particulière a toujours trait à une position rejetée à l'infini. Imaginons maintenant que le point image  $A'$  soit rejeté à l'infini à droite. Nous avons alors  $p' \rightarrow \infty$  et donc  $\frac{1}{p'} \rightarrow 0$ . Le point objet  $A$  qui correspond à ce cas de figure possède une abscisse telle que  $p = f$ . Ce point noté  $F$  est appelé foyer objet. Il est tel que  $FS_1 = f$ . Dans le premier cas, le point  $A_\infty$  est à l'infini à gauche. Il envoie depuis cet endroit<sup>1</sup> un faisceau de rayons lumineux divergents mais vous avez appris en Mathématiques que des droites parallèles possèdent une intersection à l'infini. Au niveau de la lentille que nous étudions, les rayons provenant de  $A_\infty$  vont former un faisceau de rayons parallèles entre eux mais aussi parallèles à l'axe optique puisque le point  $A_\infty$  reste un point de l'axe optique. La situation est représentée sur le schéma de la figure 4.

1. Si l'on peut dire...

FIGURE 4 – Foyer image  $F'$ 

De la même façon, les rayons lumineux qui divergent à partir de  $A = F$  vont former automatiquement un faisceau de rayons parallèles entre eux et parallèles à l'axe optique. C'est aussi, pour eux, la seule façon de posséder une intersection à l'infini sur l'axe optique au point  $A'_\infty$ . La situation est aussi représentée sur le schéma de la figure 5.

FIGURE 5 – Foyer objet  $F$ 

## 2.2 Construction géométrique d'une image

Le caractère mince des lentilles que l'on utilise est tel que l'on peut proposer une modélisation très simple qui permet de construire facilement des tracés de rayons pour obtenir des images. Cette modélisation permet de retrouver la relation de conjugaison que nous avons établie avant. Cette modélisation consiste à considérer que  $e_0 = S_1 S_2 = 0$ . Les points  $S_1$  et  $S_2$  sont alors considérés comme confondus en un seul et même point que l'on appelle le centre optique. On le note  $O$  la plupart du temps. Les foyers objet  $F$  et image  $F'$  sont alors symétriques par rapport au centre optique. La lentille est représentée par un simple trait avec son centre optique et ses deux foyers, voir le schéma de la figure 6.

Comme nous avons confondu  $S_1$ ,  $S_2$  et  $O$ , la distance  $p$  de la relation de conjugaison correspond à  $AO$ . Lorsqu'on utilise le modèle simplifié de la relation de conjugaison, il est habituel d'algébriser les distances avec les conventions de signe de la figure 6. Nous posons alors  $\overline{OA'} = p'$  positive sur notre schéma. De la même façon, la distance focale image  $\overline{OF'} = f$  est aussi positive. Par contre, nous pouvons définir une distance focale objet négative pour la lentille convergente telle que  $\overline{OF} = -f$ . Nous terminons en observant que, par rapport à nos calculs précédents, l'algébrisation de la distance entre l'objet et la lentille impose que  $\overline{OA} = -p$ . L'algébrisation permet d'avoir une relation toujours valable que l'on étudie une lentille convergente ou bien une lentille divergente et cela quelle que soit la position de l'objet par rapport à la lentille. C'est très efficace mais cela impose une certaine attention lorsque l'on n'est pas habitué aux grandeurs algébrisées. Dans le cadre de cette algébrisation, la relation de conjugaison devient :

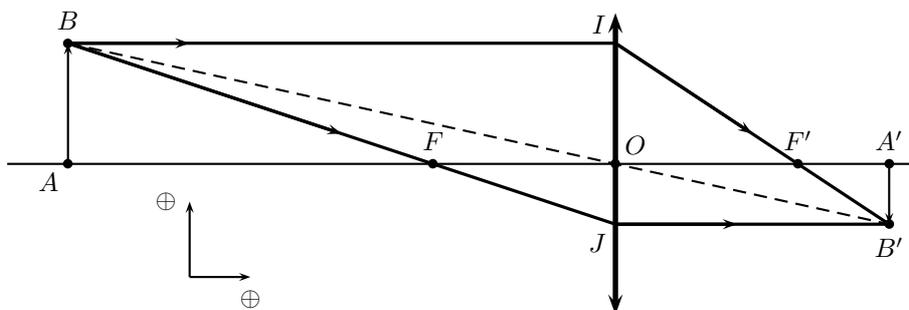


FIGURE 6 – Modèle d’une lentille mince CV - Construction d’une image

$$\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{OF'}$$

Nous allons chercher à déterminer l’image  $B'$  d’un point  $B$  situé hors de l’axe optique. La lentille est utilisée dans les conditions de GAUSS ce qui assure le stigmatisme même pour des points situés hors de l’axe optique. Pour trouver l’image de  $B$ , il suffit de trouver le trajet de deux rayons lumineux et de leur intersection. Nous allons profiter des propriétés des foyers. Un rayon qui passe par le foyer objet  $F$  ressort parallèlement à l’axe optique. Un rayon qui arrive sur la lentille parallèlement à l’axe optique passe par le foyer image  $F'$ . En prolongeant ces deux rayons nous pouvons obtenir la position de  $B'$ . Le tracé est réalisé sur le schéma de la figure 6 sur laquelle nous constatons que  $\overline{A'B'} = \overline{OJ}$  d’une part et que d’autre part  $\overline{AB} = \overline{OI}$ . En appliquant le théorème de THALÈS, on peut donc écrire la formule  $\frac{\overline{A'B'}}{\overline{OI}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{F'O}}{\overline{F'A'}}$ . On profite aussi du théorème de THALÈS dans les triangles du côté objet. Nous avons  $\frac{\overline{OJ}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}}$ . À partir de ces deux expressions, on obtient  $\overline{F'A'FA} = \overline{FOF'O} = -f^2$ . Les points  $A, F, O, F'$  et  $A'$  sont alignés. On peut utiliser une relation de CHASLES pour faire progresser la démarche. Nous avons  $\overline{F'A'FA} = (\overline{F'O} + \overline{OA})(\overline{FO} + \overline{OA}) = \overline{FOF'O}$ . On développe le produit apparaissant dans la formule précédente. On peut simplifier le terme  $\overline{FOF'O}$ . On obtient alors  $-fOA + OA'f + OAOA' = 0$ . On divise cette équation par le produit  $\overline{OAOA'}$ . On arrive alors à  $-\frac{f}{OA'} + \frac{f}{OA} + 1 = 0$ . On constate qu’en utilisant les propriétés des foyers et des arguments géométriques, on retrouve la relation de conjugaison des lentilles minces. Ce sont ces propriétés d’ordre géométrique qui ont donné leur nom à cette partie de l’Optique. La relation de conjugaison est :

$$\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{OF'} = \frac{1}{f}$$

Cette démonstration nous permet de voir qu’à la verticale des points  $B$  et  $B'$ , les points  $A$  et  $A'$  vérifient la relation de conjugaison. Ceci peut s’étendre à tous les points de  $\overline{AB}$  et  $\overline{A'B'}$ . Nous pouvons considérer un objet  $\overline{AB}$  étendu perpendiculaire à l’axe optique, utiliser la relation de conjugaison pour les points  $A$  et  $A'$  de l’axe optique pour déterminer la position du point  $A'$  et conclure que l’image  $\overline{A'B'}$  est la conjuguée de l’objet  $\overline{AB}$ . Nous constatons qu’un objet  $\overline{AB}$  perpendiculaire à l’axe optique possède une image  $\overline{A'B'}$ , elle aussi perpendiculaire à l’axe optique. On dit que le système optique est aplanétique<sup>2</sup>.

Nous allons reprendre une des deux relations issues du théorème de THALÈS afin de développer un calcul un peu différent des précédents. Nous avons  $\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}} = \frac{\overline{F'O} + \overline{OA'}}{\overline{F'O}} = 1 - \frac{\overline{OA'}}{f}$ . Nous allons utiliser la relation de conjugaison  $\frac{1}{f} = \frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA}$ . Nous en déduisons que  $\frac{\overline{OA'}}{f} = 1 - \frac{\overline{OA'}}{OA}$ . Ceci nous permet de conclure que :

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

Cette relation est très importante sur le plan optique car c’est une relation de THALÈS qui s’applique dans les triangles  $OAB$  et  $OA'B'$ . Comme nous pouvons le voir sur le schéma de la figure 6, le tracé en pointillés passant par le centre optique de la lentille peut très bien être remplacé par un véritable rayon lumineux. Nous venons d’illustrer une propriété très importante du centre optique d’une lentille mince : tout rayon lumineux qui arrive en ce point n’est pas dévié. Dorénavant, nous pourrions utiliser ce rayon particulier pour arriver à la

2. Dans le cadre d’un cours d’Optique, la condition d’aplanétisme ne manquera pas d’être démontrée. Ici, nous nous sommes contentés d’en observer le résultat.

construction de l'image d'un objet. Lorsqu'on effectue des constructions optiques, il est fortement conseillé de toujours utiliser comme rayons particuliers les rayons qui passent par les foyers et le centre optique.

Nous terminerons cette brève évocation de l'Optique géométrique en définissant le grandissement transversal d'une lentille et plus généralement d'un système optique. Ce grandissement mesure l'évolution de la taille de l'objet à l'image. On le note  $\gamma$ , c'est une quantité algébrisée qui permet de savoir par son signe si l'image est droite  $\gamma > 0$  - c'est-à-dire que l'image possède le même sens que l'objet - ou bien si elle est renversée  $\gamma < 0$  - comme cela a été le cas avec la lentille convergente que nous venons d'étudier. Sa définition est  $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$ . En fait, dans les calculs précédents, son expression a été établie à plusieurs reprises. Nous avons :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}}$$

### 2.3 Faisceau parallèle et lentille convergente

Nous allons considérer un faisceau de rayons lumineux parallèles entre eux mais inclinés par rapport à l'axe optique. Ce faisceau de rayons arrive sur une lentille convergente. L'angle  $\alpha$  que forment les rayons lumineux avec l'axe optique est supposé faible pour que l'on reste dans les conditions de GAUSS afin d'assurer le stigmatisme. Cela signifie que tous les rayons, après la lentille, doivent se couper en un même point  $M$ . Ce point sera le conjugué d'un point  $P_\infty$  situé à l'infini mais hors de l'axe optique à gauche dans la convention habituelle du sens de parcours de la lumière. Comme le point  $P_\infty$  est rejeté à l'infini, la distance qui le sépare orthogonalement de l'axe optique est aussi infinie. Son repérage ne peut avoir de sens que par la donnée de l'angle entre la direction dans laquelle il se trouve et l'axe optique. Cet angle ne peut qu'être l'angle  $\alpha$  que nous avons défini. La construction des rayons lumineux est fournie sur le schéma de la figure 7.

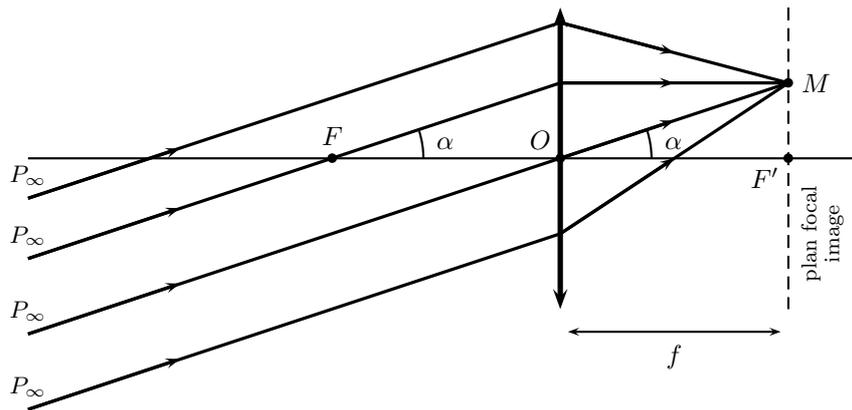


FIGURE 7 – Lentille CV et faisceau parallèle

Pour obtenir le tracé de la figure 7, nous avons utilisé deux rayons particuliers présents dans le faisceau provenant du point  $P_\infty$ . Le rayon passant par le centre optique n'est pas dévié, le rayon passant par le foyer objet  $F$  ressort de la lentille parallèlement à l'axe optique. Ces deux rayons ont une intersection dans le plan focal image - c'est-à-dire le plan perpendiculaire à l'axe optique passant par le foyer image  $F'$  - au niveau du point  $M$ . Par la propriété de stigmatisme, les autres rayons sont tracés de telle sorte qu'ils émergent en passant par  $M$ . Sur la figure 7, on peut évaluer la distance  $F'M$ . Nous avons  $\tan \alpha = \frac{F'M}{f}$ . Nous travaillons dans les conditions de GAUSS qui assurent que les angles sont petits. On peut effectuer une approximation de la tangente de l'angle au premier ordre qui consiste à dire qu'elle s'identifie alors à l'angle en radians évidemment. Nous avons donc  $\tan \alpha \simeq \alpha$ . La distance du point  $M$ , image de  $P_\infty$ , au foyer image  $F'$  est donc :

$$F'M = f \alpha$$

### 3 Lentille et chemin optique

On a vu, dans l'exemple de la figure 3, que si  $A'$  était l'image de  $A$  par la lentille, alors le chemin optique suivi par les rayons lumineux était le même quel que soit le rayon lumineux de la figure que l'on considère. Il n'y a aucune différence de chemin optique entre eux. Pourtant, si l'on observe la modélisation de la lentille de la figure 6 et les trajets suivis par les rayons lumineux issus de  $B$  et qui vont en  $B'$ , on est tentés – à juste titre – de douter du fait que le chemin optique est le même. Le stigmatisme est basé sur le principe de FERMAT, il assure que le chemin optique  $L_{BB'}$  est le même pour tous les rayons envisagés. On doute de cette propriété car la modélisation de la lentille fait totalement abstraction de son épaisseur variable. En fait, le chemin optique que l'on représente correspond à un trajet effectué dans l'air en quelque sorte, il évolue d'un rayon à l'autre. Mais le chemin optique dû à la traversée de la lentille va lui aussi varier en fonction du rayon lumineux. C'est la combinaison de ces deux évolutions qui rend le chemin optique constant, dans le cadre d'une utilisation de la lentille dans les conditions de GAUSS.

Nous allons maintenant réfléchir à la question du chemin optique concernant un point  $P_\infty$  et son image  $M$ . Commençons par considérer un point objet  $P_\infty$  rejeté à l'infini à gauche mais sur l'axe optique. Sur le schéma de la figure 8, nous regardons ce qui se passe au niveau du point  $P_\infty$ . Pour expliquer notre propos, nous allons utiliser à la fois un langage ondulatoire, un langage corpusculaire et le langage traditionnel de l'Optique géométrique. Lorsque ce point émet une onde, celle-ci part dans toutes les directions. Nous raisonnons dans un milieu homogène comme le vide ou l'air. Les photons partis à la date  $t = 0$  se retrouvent tous à la même distance de  $P_\infty$  à la date  $\tau$ , cette distance est  $r_1 = c\tau$ . Le lieu de l'espace où se trouvent les photons est une sphère de rayon  $r_1$ . C'est à cause de cela que l'on qualifie l'onde de sphérique. On peut voir, sur le schéma de la figure 8, un arc de cercle de rayon  $r_1$  qui représente une partie de la projection de cette sphère dans le plan de la figure. Cette sphère constitue ce que l'on appelle une surface d'onde. On montre en Optique que les rayons lumineux sont formés par des perpendiculaires à ces surfaces d'ondes. Évidemment, à la date  $2\tau$ , tous les photons se trouvent à la distance  $r_2 = 2c\tau$ . C'est le second arc de cercle représenté. À la date  $5\tau$ , l'onde atteint le troisième cercle. Et ainsi de suite... Le problème est que le point  $P_\infty$  est ... à l'infini. Lorsque nous nous intéressons à l'arrivée de l'onde sur la lentille qui a une extension spatiale finie et relativement petite à notre échelle, la surface d'onde est localement assimilable à un plan. La situation est comparable à notre perception de la rotondité de la surface de la Terre. Le rayon de la Terre  $R_T = 6\,400$  km est très grand devant la taille de la zone accessible à notre regard qui est de l'ordre de 1 km, en général. Nous ne percevons pas la rotondité de la surface sur laquelle nous évoluons. Nous pensons – relief mis à part – évoluer sur une surface plane. En Optique, c'est exactement la même chose. Lorsque l'onde est située très loin de son point source, on peut l'assimiler à une onde plane dont la surface d'onde est un plan. On peut se demander quel est le sens que l'on donne à ce que l'on a qualifié de très éloigné. On pourra considérer l'onde lumineuse comme plane lorsque la distance entre le point source et l'endroit envisagé  $r$  sera tel que  $r \gg \lambda$  où  $\lambda$  est la longueur d'onde.

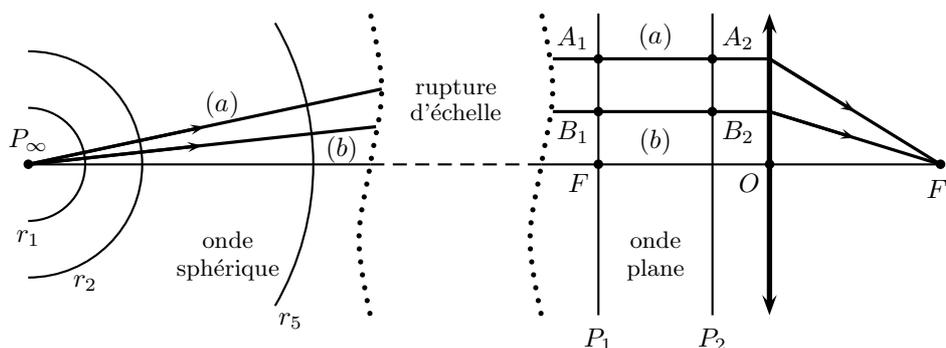


FIGURE 8 – Onde lumineuse et chemin optique

Comme nous l'avons expliqué les rayons lumineux (a) et (b) font exactement le même chemin optique pour atteindre les points  $A_1$  et  $B_1$  depuis  $P_\infty$  : nous avons  $L_{P_\infty A_1} = L_{P_\infty B_1}$ . Évidemment, il n'y a pas de différence de chemin optique – on parle encore de différence de marche – au cours de la progression des rayons lumineux du plan  $P_1$  jusqu'au plan  $P_2$ . Nous avons encore l'égalité des chemins optiques  $L_{P_\infty A_2} = L_{P_\infty B_2}$ . Nous supposons que la lentille est utilisée dans les conditions de GAUSS, nous pouvons donc conclure – même si le schéma de la figure semble le contredire – que  $L_{A_2 F'} = L_{B_2 F'}$ . Nous allons maintenant proposer la même réflexion sur une situation où le point  $P_\infty$  se situe toujours très loin de la lentille, mathématiquement à l'infini, mais en dehors de l'axe optique. Le schéma de la situation est représenté à la figure 9.

Le fait de placer le point  $P_\infty$  en dehors de l'axe optique ne change rien. Le chemin optique est toujours le même pour aller de  $P_\infty$  à  $M$  quel que soit le rayon lumineux envisagé. Nous avons, par exemple, les relations  $L_{P_\infty A_1} = L_{P_\infty B_1}$  et  $L_{A_1 A_2} = L_{B_1 B_2}$ . Ici, nous terminerons en mettant en évidence une égalité entre deux

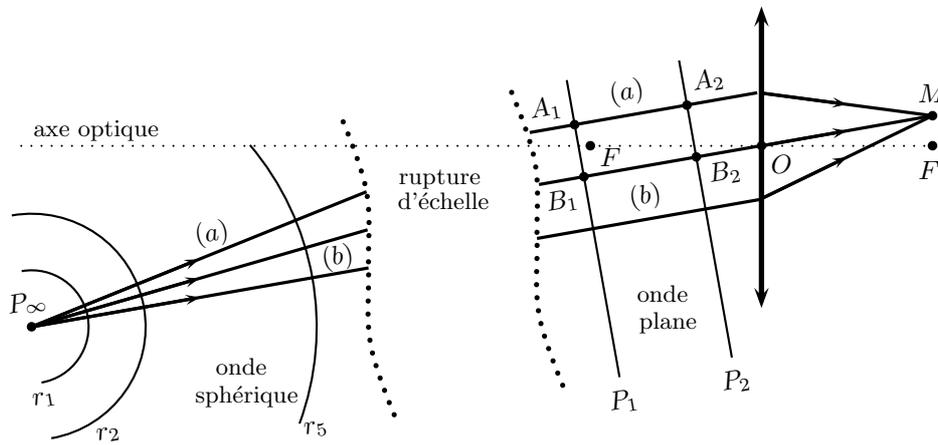


FIGURE 9 – Chemin optique et faisceau incliné par rapport à l'axe optique

chemins optiques qui va avoir de l'importance pour la suite de notre propos. La lentille est toujours utilisée dans les conditions de GAUSS pour assurer le stigmatisme. Nous avons donc :

$$L_{A_1M} = L_{B_1M}$$

Cette relation que nous venons d'écrire aurait tout aussi bien pu l'être pour les points  $A_2$  et  $B_2$ . Nous aurions même pu nous rapprocher le plus possible de la lentille en utilisant deux points placés dans un plan  $P_i$  parallèle à  $P_1$  et  $P_2$ . Le résultat aurait toujours été le même. Et pourtant, plus nous nous rapprochons de la lentille, plus l'égalité  $L_{A_iM} = L_{B_iM}$  nous apparaît comme douteuse. Rappelons encore une fois qu'il n'en est rien en réalité, que notre impression est liée au fait que nous ne détaillons pas le parcours de la lumière dans le verre de la lentille. Cette question a déjà été évoquée précédemment.

## 4 Quelques lentilles particulières

### 4.1 Lentille de Fresnel

Elle a été inventée par AUGUSTIN FRESNEL en 1822 pour améliorer la portée du faisceau lumineux projeté en mer par les phares, voir les photographies des figures 10, 11 et 12.

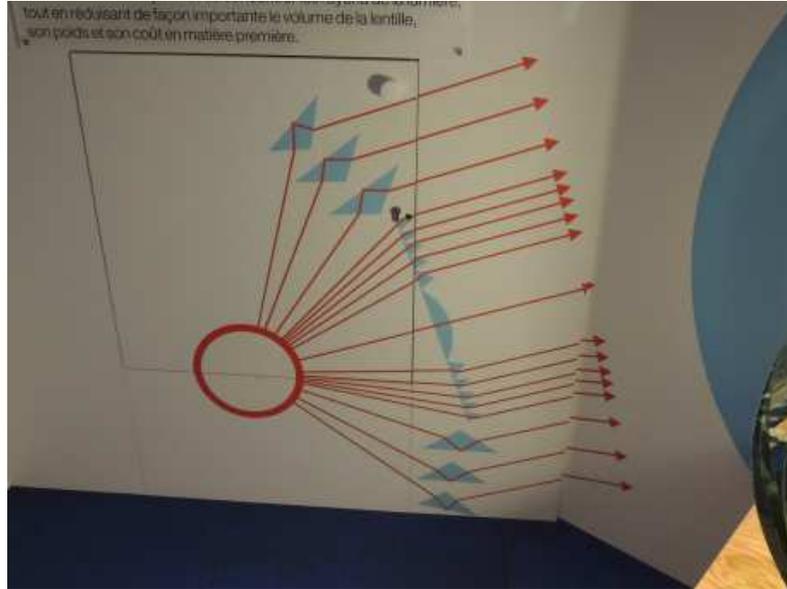


FIGURE 10 – Principe de la lentille de FRESNEL



FIGURE 11 – Lentille de FRESNEL vue de face



FIGURE 12 – Lentille de FRESNEL vue de profil

## 4.2 Lentilles de Veselago

En 1968, le physicien russe VICTOR VESELAGO a conduit des études théoriques dans le cadre d'une optique de DESCARTES où les milieux pourraient être d'indice négatif. Il a montré qu'avec de tels milieux, il était possible de réaliser une lentille convergente parfaitement plate. En 2000, le premier matériau possédant un indice négatif a été créé, on parle de *métamatériau*. Ce matériau est un diélectrique classique (verre de silice) dans lequel on a inséré des fils conducteurs selon une structure périodique.. Ce matériau s'est montré efficace pour des longueurs d'onde  $\lambda \simeq 1$  cm. Son indice de réfraction a été mesuré à  $n = -2,7$ . À l'heure actuelle, aucun métamatériau n'a été réalisé pour le domaine visible  $\lambda \simeq 0,5 \mu\text{m}$ . Seul un matériau d'indice  $n = -0,3$  a été obtenu pour  $\lambda \simeq 2 \mu\text{m}$ . Sur les photographies des figures 13 et 14, on peut voir deux structures périodiques qui se comportent comme des milieux d'indice négatif.

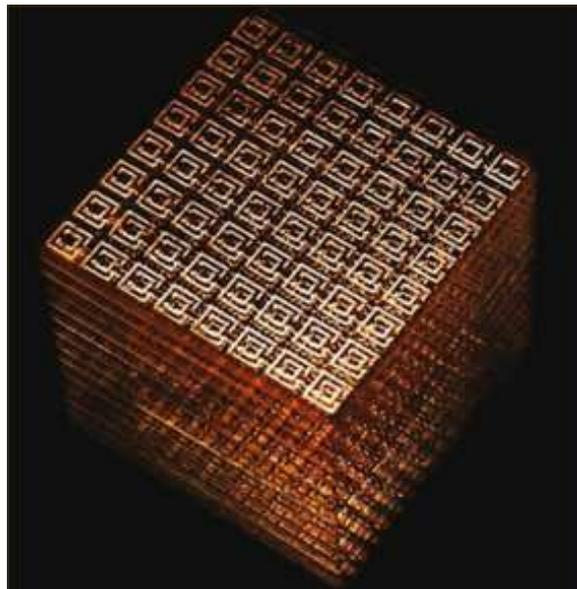


FIGURE 13 – Métamatériau tridimensionnel

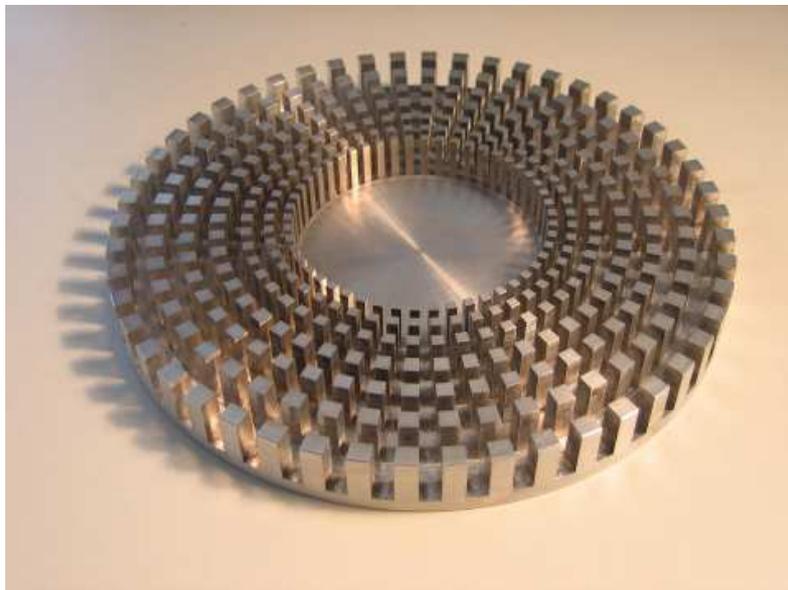


FIGURE 14 – Métamatériau bidimensionnel