

L'expérience de Stern et Gerlach

En 1922, OTTO STERN et WALTHER GERLACH proposent de réaliser une expérience pour vérifier si le moment cinétique électronique est quantifié comme l'affirme NIELS BOHR. La Plaque commémorative de l'expérience apposée sur le bâtiment où a été réalisée la fameuse expérience est visible sur la photographie de la figure 1.

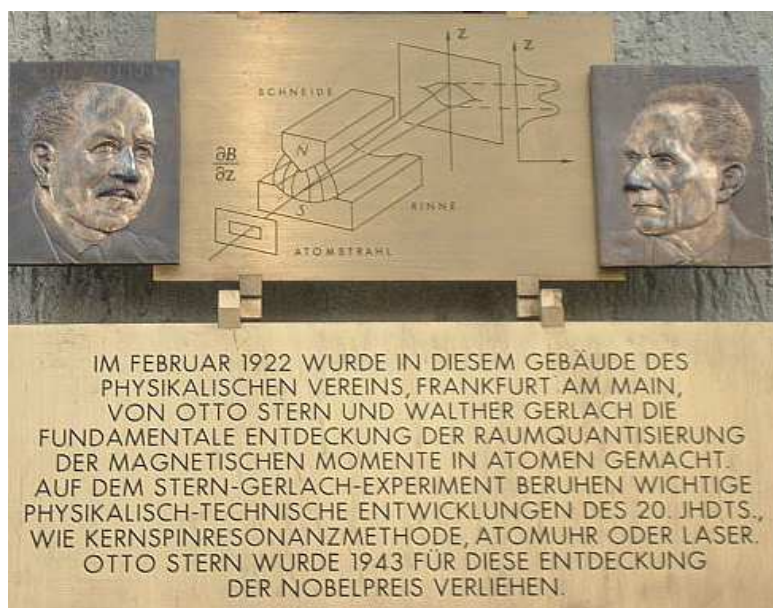


FIGURE 1 – Plaque commémorative

Sur cette plaque, on peut lire :

En février 1922, dans ce bâtiment de l'association de physique, à Francfort-sur-le-Main, OTTO STERN et WALTHER GERLACH firent la découverte fondamentale de la quantification spatiale des moments magnétiques des atomes. Sur l'expérience de STERN-GERLACH reposent des développements physiques et techniques importants du XX^e siècle, tels la résonance magnétique nucléaire, l'horloge atomique ou le laser. Pour cette découverte, OTTO STERN reçut le prix Nobel en 1943.

1 Modèles de l'atome avant 1920

1.1 Modèle de Rutherford 1911

Il s'agit d'un modèle planétaire : les électrons, chargés négativement, tournent autour du noyau, chargé positivement, de rayon très faible devant sa distance aux électrons. L'atome d'hydrogène est modélisé par :

- un électron de masse m_e et de charge $-e < 0$ ayant une trajectoire circulaire autour d'un proton de charge $+e$ et nettement plus lourd que l'électron.
- le proton exerce une force électrostatique attractive sur l'électron. On néglige toute autre force sur l'électron.

1.2 Modèle de Bohr 1913

Dans le cadre de la physique classique, une charge électrique accélérée rayonne de l'énergie. Le modèle de RUTHERFORD conduit donc à des atomes instables, l'électron finissant par s'écraser sur le noyau. NIELS BOHR améliore le modèle planétaire de RUTHERFORD en ajoutant les contraintes suivantes :

- les trajectoires possibles de l'électron sont celle qui satisfont à :

$$L = m_e v r = n \hbar = n \frac{h}{2\pi}$$

- où r est le rayon de la trajectoire circulaire, v sa vitesse et n un entier naturel. Dans le cadre de ce modèle, le moment cinétique orbital L de l'électron est donc quantifié par la constante $\hbar = \frac{h}{2\pi}$.
- l'électron n'émet ou n'absorbe de l'énergie que lors d'un changement d'orbite.

2 Configuration électronique

Ce qui est exposé dans ce document n'était pas connu en 1922 au moment de l'expérience de STERN et GERLACH. C'est justement l'expérience de STERN et GERLACH (parmi d'autres) qui poussa les théoriciens à développer ces postulats pour interpréter les résultats expérimentaux.

2.1 Principe de Pauli

L'état quantique d'une particule est défini par des nombres quantiques. Le principe d'exclusion de PAULI interdit à tout fermion (dont les électrons font partie) appartenant à un système de fermions d'avoir exactement les mêmes nombres quantiques qu'un autre fermion du système. Cela interdit donc à deux électrons d'un même atome d'avoir les mêmes nombres quantiques.

2.2 Nombres quantiques et remplissage des couches électroniques

Dans un atome, les électrons sont caractérisés par 4 nombres quantiques notés : n , l , m_l et m_s .

- Nombre quantique principal n , c'est un entier naturel non nul. Dans la description non relativiste de l'atome d'hydrogène, les niveaux d'énergie ne dépendent que de n .
- Nombre quantique secondaire (ou orbital) l , c'est un entier naturel ($0 \leq l \leq n-1$) relié à la quantification du moment cinétique orbital selon $L^2 = l(l+1)\hbar^2$.
- Nombre quantique magnétique m_l c'est un entier vérifiant $-l \leq m_l \leq +l$ intervenant aussi dans la quantification du moment cinétique orbital : la projection suivant n'importe quel axe (Oz par exemple) d'un moment cinétique \vec{L} caractérisé par un nombre quantique secondaire l vérifie $L_z = m_l \hbar$.
- Nombre quantique de spin m_s qui caractérise un moment cinétique de spin \vec{S} de l'électron seul : la projection suivant n'importe quel axe (Oz par exemple) d'un moment cinétique de spin \vec{S} vérifie $S_z = m_s \hbar$ avec $m_s = \pm \frac{1}{2}$. Le moment cinétique total de l'électron vaut alors $\vec{L} + \vec{S}$.

À chaque valeur de n correspond une couche électronique différente. Pour les sous couches, elles sont nommées en fonction de la valeur de l :

$$l = 0, \text{ couche } s ; \quad l = 1, \text{ couche } p ; \quad l = 2, \text{ couche } d ; \quad l = 3, \text{ couche } f$$

On sait ainsi remplir ces sous couches sachant que pour une sous couche caractérisée par le nombre l , on pourra y placer $2(2l+1)$ électrons car il y a $2l+1$ valeurs possibles pour m_l et à chaque fois 2 valeurs possibles pour m_s . Avec le principe de PAULI on peut donc obtenir les configurations électroniques dans l'état fondamental. Par exemple pour l'argent Ag :

$$Z = 47 \quad 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^{10} 4p^6 5s^1 4d^{10}$$

3 Actions subies par un dipôle magnétique

Le champ magnétique \vec{B} utilisé dans l'expérience n'est pas uniforme. Le dipôle magnétique de moment dipolaire $\vec{\mu}$ placé en un point M de l'espace subit une force résultante et un moment résultant qui possèdent les expressions suivantes :

$$\vec{F} = \left(\vec{\mu} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \right) \vec{B}(M) \quad \text{et} \quad \vec{\Gamma} = \vec{\mu} \wedge \vec{B}(M)$$

4 L'expérience

4.1 Dispositif expérimental

Des atomes d'argent sont envoyés à travers l'entrefer d'un électroaimant, zone où règne un champ magnétique inhomogène. Les pièces polaires de l'aimant et la structure des lignes de champ sont visibles sur les schémas de la figure 2.

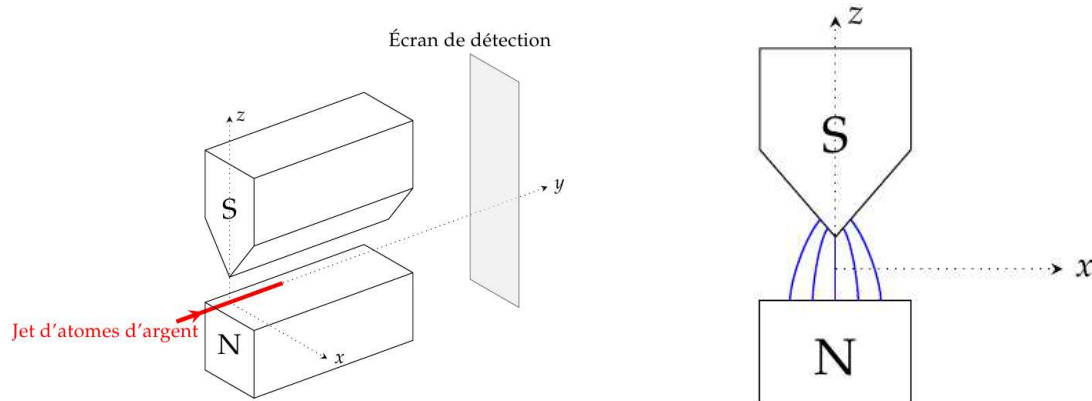


FIGURE 2 – Le champ magnétique utilisé dans l'expérience

Un entrefer particulier est utilisé pour créer un champ inhomogène, on a représenté l'allure des lignes de champ dans cet entrefer où la composante B_y du champ magnétique selon \vec{e}_y est partout nulle et où les composantes B_x et B_z du champ ne dépendent que de x et z (on néglige les effets de bords selon Oy). On constate sur la figure que la forme de l'entrefer est telle que la fonction $B_x(x, z)$ est impaire en x alors que $B_z(x, z)$ est paire en x . De plus, on considère que le jet d'atomes d'argent reste dans le plan incident $x = 0$ qui traverse l'entrefer de l'aimant.

4.2 Résultats de l'expérience

On présente, à la figure 3, la carte postale que WALTHER GERLACH a envoyée à NIELS BOHR le 8 février 1922 au sujet des résultats de l'expérience avec les atomes d'argent (Source NIELS BOHR Archive). Sur les deux figures circulaires du verso de cette carte la direction Oz est horizontale.

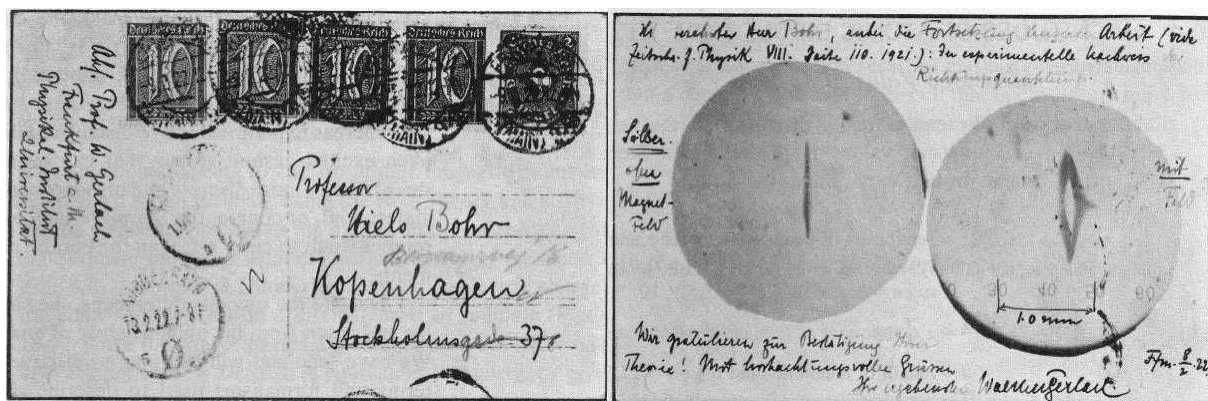


FIGURE 3 – La carte postale originale des résultats de l'expérience

Traduction du texte écrit en allemand sur le verso de la carte postale :

Cher Monsieur Bohr,

Ci-joint la suite de notre travail (voir magazine pour physique VIII, page 110, 1921) concernant la preuve expérimentale de la quantification directionnelle.

(À gauche) : argent (silber), sans champ magnétique (ohne magnet feld)

(À droite) : avec champ (mit feld)

Nous vous félicitons pour la confirmation de votre théorie!

Avec mes salutations respectueuses

Bien à vous

Walther Gerlach

4.3 Simulations numériques

On présente à la figure 6 les résultats de 3 simulations numériques de l'expérience de STERN et GERLACH :

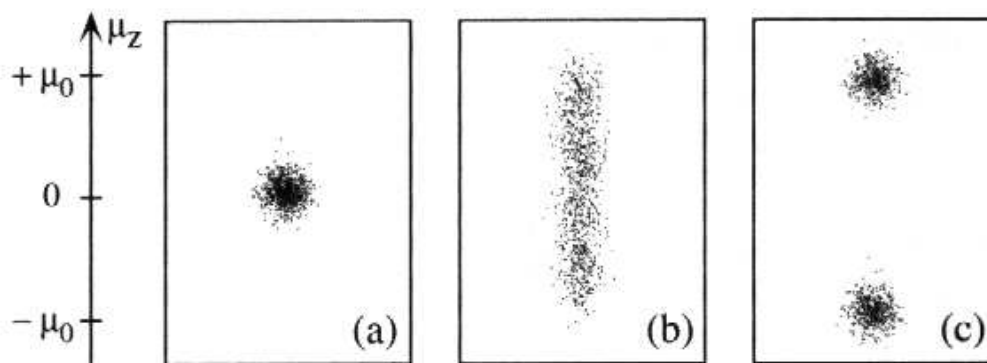


FIGURE 4 – Simulations numériques de l'expérience - D'après Basdevant, Introduction à la physique quantique, Ed. Vuibert

5 Constantes physiques

Quantity	Symbol	Value
speed of light in vacuum	c	$299792458 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
Planck constant	h	$6,62606957(29) \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
electron charge magnitude	e	$1,602176565(35) \cdot 10^{-19} \text{ C}$
electron masse	m_e	$9,10938291(40) \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

Référence : J. Beringer et *al.* (Particle Data Group), Phys. Rev. D86, 010001 (2012) and 2013 partial update for the 2014 edition

6 Questions

À partir des documents présentés, répondre aux questions suivantes :

6.1 Moment cinétique et moment magnétique orbitaux

1. Exprimer le moment cinétique orbital \vec{L} et le moment magnétique $\vec{\mu}$ associé à la boucle de courant créée par le mouvement planétaire de l'électron autour du noyau dans le modèle de RUTHERFORD de l'atome d'hydrogène.

2. En déduire la relation :

$$\vec{\mu} = \gamma \vec{L}$$

où on exprimera γ en fonction de constantes physiques.

6.2 Dispositif de déviation

3. Pourquoi les atomes d'argent ne subissent-ils pas de force de LORENTZ dans l'expérience de STERN et GERLACH ?

4. Expliquer la nécessité d'un champ magnétique non uniforme dans l'expérience de STERN et GERLACH.

5. Reproduire la figure 2 représentant les lignes de champ dans l'entrefer de l'électroaimant en les orientant.

6. En observant l'allure de lignes de champ, préciser près de quel pôle (N ou S) le champ magnétique est le plus intense.

7. Représenter alors $\overrightarrow{\text{grad}} B_z$ en particulier dans le plan $x = 0$.

6.3 Quelle force s'exerce sur les moments magnétiques ?

8. À l'aide du théorème du moment cinétique appliqué à l'électron soumis à l'action du noyau (modèle de RUTHERFORD), montrer que dans le plan $x = 0$, $\mu_z = \vec{\mu} \cdot \vec{e}_z$ est constant.

9. Montrer qu'en présence d'un champ magnétique, un moment magnétique présente un mouvement de précession autour de \vec{B} à une pulsation ω_L qu'on évaluera pour un champ magnétique de l'ordre de 1 T.

10. Montrer que la force subie par un atome, de moment magnétique $\vec{\mu}$, situé dans le plan $x = 0$ s'écrit, compte tenu de la topographie particulière du champ dans l'entrefer :

$$\vec{F} = \mu_x \frac{\partial B_x}{\partial x} \vec{e}_x + \mu_z \frac{\partial B_z}{\partial z} \vec{e}_z$$

On rappelle qu'il n'y a pas de sources de champ dans l'entrefer.

11. Le temps de transit dans l'entrefer étant très supérieur à $2\pi/\omega_L$, en déduire qu'en moyenne temporelle on peut, dans le plan $x = 0$, écrire la force \vec{F} sous la forme simplifiée :

$$\vec{F} = \mu_z \frac{\partial B_z}{\partial z} \vec{e}_z$$

6.4 Du classique au quantique

12. Dans une approche classique, on suppose que les atomes d'argent portent un moment magnétique de norme μ_0 et que ces moments ont une direction aléatoire quand les atomes entrent dans la zone de champ magnétique de l'entrefer. Le document de la figure 6 donne trois simulations du résultat de l'expérience de STERN et GERLACH. Laquelle correspond au cas dans un champ magnétique uniforme ? Laquelle correspond à l'approche classique avec un champ magnétique inhomogène ?

13. La dernière simulation correspond à la véritable observation pour laquelle $\mu_0 = 9,27 \cdot 10^{-24} \text{ A} \cdot \text{m}^2$. Montrer que cette observation est compatible avec une quantification du moment cinétique de l'atome : $L_z = \pm \hbar$.

14. Comme le montre la carte postale envoyée par GERLACH à BOHR, le faisceau d'atomes d'argent pénétrant dans l'électroaimant présentait une extension spatiale selon Ox . La carte postale montre deux résultats obtenus sans ou avec champ magnétique. Pourquoi STERN et GERLACH n'ont-ils pas observé deux segments parallèles lorsque le dispositif de déviation magnétique est actif ?

6.5 Et enfin : les 4 nombres quantiques !

15. Dans son état fondamental, l'atome d'argent ne comporte qu'un électron de valence. Donner, pour cet électron, les nombres quantiques principal n , secondaire l et magnétique m_l .

16. En admettant que seuls les électrons de valence contribuent au moment cinétique orbital, quelle(s) valeur(s) peut prendre la projection du moment cinétique orbital L_z pour l'atome d'argent ? Est-ce en accord avec le résultat de l'expérience de STERN et GERLACH ?

17. Proposer une explication de ces résultats en utilisant le nombre quantique de spin m_s , visionner la vidéo :

<http://www.toutestquantique.fr/#magnetisme>

et conclure.

L'expérience de Stern et Gerlach

Réponses

7 Modèles de l'atome avant 1920

8 Configuration électronique

9 Actions subies par un dipôle magnétique

10 L'expérience

11 Constantes physiques

12 Questions

12.1 Moment cinétique et moment magnétique orbitaux

18. En coordonnées polaires, on a $\vec{v} = v\vec{e}_\theta = r\dot{\theta}\vec{e}_\theta$. Le moment cinétique est $\vec{L} = \overrightarrow{OM} \wedge m_e\vec{v} = mrv\vec{e}_z$. L'électron effectue un tour en une période de rotation T , on peut donc définir un courant i circulant en sens contraire de l'électron comme étant $i = \frac{e}{T}$. La période T est le rapport du périmètre sur la vitesse $T = \frac{2\pi r}{v}$, on a donc $i = \frac{ev}{2\pi r}$. Le moment magnétique est défini en norme par le produit de l'intensité par la surface qui s'appuie sur la boucle de courant, on a donc $\mu = i\pi r^2$. Comme le courant est orienté en sens contraire du mouvement de l'électron, on a $\vec{\mu} = -i\pi r^2\vec{e}_z = -\frac{evr}{2}\vec{e}_z$.

19. Nous avons vu que $\vec{L} = m_e r v \vec{e}_z$, le rapport gyromagnétique qui relie le moment magnétique au moment cinétique tel que $\vec{\mu} = \gamma \vec{L}$ est : $\gamma = \frac{-e}{2m_e}$.

12.2 Dispositif de déviation

20. Les atomes d'argent sont neutres, ils ne subissent pas de force de LORENTZ dans l'expérience de STERN et GERLACH puisque cette force est de la forme $q\vec{v} \wedge \vec{B}$. Ici, $q = 0$.

21. On sait que dans un champ magnétique uniforme la force que subit un dipôle magnétique est nulle. Avec une boucle de courant, on démontre cela aisément en disant que la force de LAPLACE est $\vec{F}_L = \oint i d\vec{l} \wedge \vec{B} = i \left(\oint d\vec{l} \right) \wedge \vec{B}$. Or, l'intégrale sur un contour fermé (la boucle de courant) consiste à additionner les uns aux autres des petits vecteurs jusqu'à ce que l'on revienne au point de départ. Le vecteur ainsi créé est le vecteur nul puisqu'on est revenu au point de départ : $\left(\oint d\vec{l} \right) = \vec{0}$.

22. Les lignes de champ dans l'entrefer de l'électroaimant ou dans tout autre dispositif producteur de champ magnétique sont orientées conventionnellement du pôle Nord de l'aimant vers le pôle Sud. Sur la figure proposée, les lignes de champ magnétique vont donc du bas vers le haut. Sur la plaque commémorative, c'est le contraire. Cela ne change rien au résultat global de l'expérience.

23. Les lignes de champ se resserrent lorsqu'elles se rapprochent du pôle Sud, le champ est plus intense en haut qu'en bas vers le pôle Nord : $B(z_2 > z_1) > B(z_1)$. On peut démontrer ce résultat en utilisant la conservation du flux magnétique traduite localement par $\text{div } \vec{B} = 0$ et globalement par $\iiint_{\tau} \text{div } \vec{B} d\tau = \iint_{S/\tau} \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$. On utilise comme surface fermée, un tube de champ qui débute en z_1 sur une surface dS_1 et qui finit en z_2 sur une surface dS_2 . Les parois latérales suivent les lignes de champ, on a $\vec{B} \perp d\vec{S}_{lat}$ et donc $\vec{B} \cdot d\vec{S}_{lat} = 0$. Pour le flux calculé avec une normale orientée vers l'extérieur, on a donc $\iint_{S/\tau} \vec{B} \cdot d\vec{S} = -B(z_1)dS_1 + B(z_2)dS_2 = 0$. On en déduit la relation $B(z_1)dS_1 = B(z_2)dS_2$. Les lignes de champ magnétiques se resserrent vers le pôle Sud, le tube de champ aussi, on a donc $dS_2 < dS_1$. On a donc bien $B(z_2) > B(z_1)$.

24. Nous savons qu'en coordonnées cartésiennes $\overrightarrow{\text{grad}} B_z = \frac{\partial B_z}{\partial x} \vec{e}_x + \frac{\partial B_z}{\partial y} \vec{e}_y + \frac{\partial B_z}{\partial z} \vec{e}_z$. Compte tenu de l'invariance par translation sur l'axe Oy , on a $\frac{\partial B_z}{\partial y} = 0$. Le champ augmentant à z croissant, il est évident que $\frac{\partial B_z}{\partial z} > 0$. Si l'on se place en $x = 0$, les symétries font qu'alors $\overrightarrow{\text{grad}} B_z$ est un vecteur vertical orienté vers le haut, voir le schéma de la figure 5. Si l'on se place en $x > 0$, alors $\frac{\partial B_z}{\partial z} > 0$ mais $B_z(x, z)$ diminue avec x , on a donc

$\frac{\partial B_z}{\partial x} < 0$. Le gradient est orienté vers l'axe, il est représenté sur la figure 5. Bien sûr, si on raisonne maintenant pour $x < 0$, B_z augmente lorsque l'on se rapproche de $x = 0$, l'orientation est inversée comme on peut le voir sur la figure.

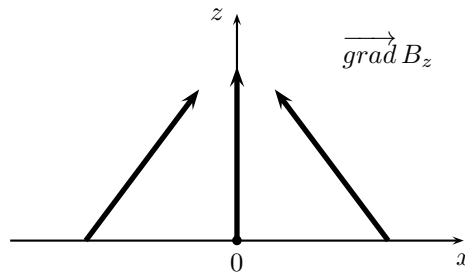


FIGURE 5 – Flèches représentant gradient de B_z

12.3 Quelle force s'exerce sur les moments magnétiques ?

25. Dans cette question, on revient sur le théorème du moment cinétique appliqué à l'électron dans le cadre du modèle de RUTHERFORD. On a $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{OM} \wedge \vec{F}_e = r\vec{e}_r \wedge \vec{F}_e$ où \vec{F}_e est la force électrostatique qui règne entre le proton et l'électron. D'après la loi de COULOMB, on a $\vec{F}_e = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r$. On a donc $\boxed{\frac{d\vec{L}}{dt} = r\vec{e}_r \wedge \vec{F}_e = \vec{0}}$ puisque les vecteurs sont colinéaires. Le moment cinétique est donc constant. Comme on a $\vec{\mu} = \gamma\vec{L}$ et que le moment cinétique est sur \vec{e}_z puisque $\vec{L} = m_e r v \vec{e}_z$, le moment magnétique est constant selon \vec{e}_z dans le cadre de ce modèle avec comme seule force la force électrique. Ce raisonnement ne peut être utilisé dans le cas d'une présence de champ magnétique \vec{B} puisqu'il se rajoute alors la force de LORENTZ. Lorsque cela est le cas, on raisonne comme cela va être proposé dans les questions suivantes.

26. D'après le théorème du moment cinétique, on a $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\mu} \wedge \vec{B}$. Il est plus classique de raisonner directement sur le moment magnétique en utilisant le rapport gyromagnétique. On a donc $\frac{d\vec{\mu}}{dt} = \vec{\mu} \wedge \gamma\vec{B} = -\gamma\vec{B} \wedge \vec{\mu}$. Cette expression vectorielle est identique à l'opération de dérivation vectorielle par rapport à un vecteur tournant comme cela a été rencontré dans l'étude des bases cylindrique et sphérique. En cylindriques, nous savons que $\frac{d\vec{e}_r}{dt} = \dot{\theta}\vec{e}_z \wedge \vec{e}_r = \dot{\theta}\vec{e}_\theta$. Le vecteur rotation de \vec{e}_r est bien le vecteur $\dot{\theta}\vec{e}_z$. Le moment magnétique de l'atome d'argent $\vec{\mu}$ tourne donc autour d'une axe orienté par la vitesse de rotation $\boxed{\vec{\omega}_L = \frac{e}{2m_e}\vec{B}}$. Pour un champ magnétique $B = 1 \text{ T}$, on obtient $\omega_L = 8,8 \times 10^{10} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$. Pour bien comprendre le mouvement particulier du moment magnétique que l'on appelle *précession*, il faut prolonger l'étude. En reprenant l'équation issue du théorème du moment cinétique, on peut écrire $\frac{d\vec{\mu}}{dt} \cdot \vec{e}_z = (\vec{\mu} \wedge \gamma B \vec{e}_z) \cdot \vec{e}_z = 0$ pour les moments magnétiques qui sont dans le plan Oyz . Cette équation montre bien que μ_z est une constante. On peut aussi effectuer le produit scalaire avec le moment magnétique pour écrire $\frac{d\vec{\mu}}{dt} \cdot \vec{\mu} = (\vec{\mu} \wedge \gamma B \vec{e}_z) \cdot \vec{\mu} = 0$. On en déduit que $\frac{d\vec{\mu}}{dt} \cdot \vec{\mu} = \frac{1}{2} \frac{d(\vec{\mu}^2)}{dt} = 0$. La norme du moment magnétique ne change pas : $\mu = \text{Cte}$. Ceci n'est possible que si le moment magnétique $\vec{\mu}$ décrit un cône d'axe Oz à la vitesse de rotation $\omega_L \vec{e}_z$. C'est ceci qui est appelé *mouvement de précession*.

27. Nous avons vu que la force subie en champ magnétique inhomogène par le moment magnétique est $\vec{F} = (\vec{\mu} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}) \vec{B}$. Or, l'énoncé nous dit que $\vec{B} = B_x(x, z)\vec{e}_x + B_z(x, z)\vec{e}_z$. Par invariance en y , on a $\frac{\partial}{\partial y} = 0$. Par conséquent, on a $\overrightarrow{\text{grad}} = \frac{\partial}{\partial x} \vec{e}_x + \frac{\partial}{\partial z} \vec{e}_z$. Dans ces conditions, on obtient $(\vec{\mu} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}) = \mu_x \frac{\partial}{\partial x} + \mu_z \frac{\partial}{\partial z}$. La force magnétique est donc : $\vec{F} = [\mu_x \frac{\partial B_x}{\partial x} + \mu_z \frac{\partial B_z}{\partial z}] \vec{e}_x + [\mu_x \frac{\partial B_z}{\partial x} + \mu_z \frac{\partial B_x}{\partial z}] \vec{e}_z$. L'expression de cette force ne sera analysée que pour le plan $x = 0$. D'après la symétrie du dispositif, on peut dire que $B_z(x, z)$ est forcément paire en x . Cela veut dire que sa dérivée par rapport x est impaire. On a donc $\frac{\partial B_z}{\partial x}$ impaire en x , propriété que nous avons déjà utilisée pour proposer le tracé du gradient de B_z à la figure 5. Si cette fonction est impaire en x , cela signifie qu'elle s'annule en $x = 0$. On a donc $\frac{\partial B_z}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0$. On sait que \vec{B} est vertical dans le plan $x = 0$ donc $B_x(x = 0, z) = 0$, on a donc immédiatement $\frac{\partial B_x(x=0, z)}{\partial z} = 0$. On peut aussi, comme l'énoncé nous y invite, on peut écrire l'équation de MAXWELL-AMPÈRE et l'appliquer dans notre situation. On a $\text{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$. Il n'y a pas sources de courant donc $\vec{j} = \vec{0}$. Le champ magnétique imposé est indépendant du temps. On est donc en statique : $\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \vec{0}$. On en déduit que $\text{rot} \vec{B} = \vec{0}$. Une des composantes du rotationnel est $\frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial x}$. En disant que cette composante est nulle, on en déduit que $\frac{\partial B_x}{\partial z} \Big|_{x=0} = \frac{\partial B_z}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0$. En tenant compte de ces deux annulations, on arrive bien à l'expression de la force demandée : $\boxed{\vec{F} = \mu_x \frac{\partial B_x}{\partial x} \vec{e}_x + \mu_z \frac{\partial B_z}{\partial z} \vec{e}_z}$, expression valable en $x = 0$.

28. Du fait de la précession, le moment magnétique possède toutes les orientations possibles du plan pour μ_x

et μ_y . En moyenne, la force sera donc nulle sur \vec{e}_x . Il ne reste plus que pour $x = 0$, l'expression suivante de la force magnétique agissant sur le moment dipolaire de l'atome d'argent : $\vec{F} = \mu_z \frac{\partial B_z}{\partial z} \vec{e}_z$.

12.4 Du classique au quantique

29. Dans une approche classique, on suppose que les atomes d'argent portent un moment magnétique de norme μ_0 et que ces moments ont une direction aléatoire quand les atomes entrent dans la zone de champ magnétique de l'entrefer. Cette situation correspond au cas (b), puisque toutes les valeurs de μ_z sont possibles entre un moment magnétique intégralement porté par $+\vec{e}_z$ et un autre orienté sur $-\vec{e}_z$. Le cas (a) correspond à une situation sans champ magnétique. Pour la situation quantique, il n'y a que deux possibilités pour μ_z . On a donc deux possibilités pour la projection du moment cinétique sur \vec{e}_z : $L_z = \pm\hbar$. Ce cas correspond à toute évidence au cas (c) de la figure 6.

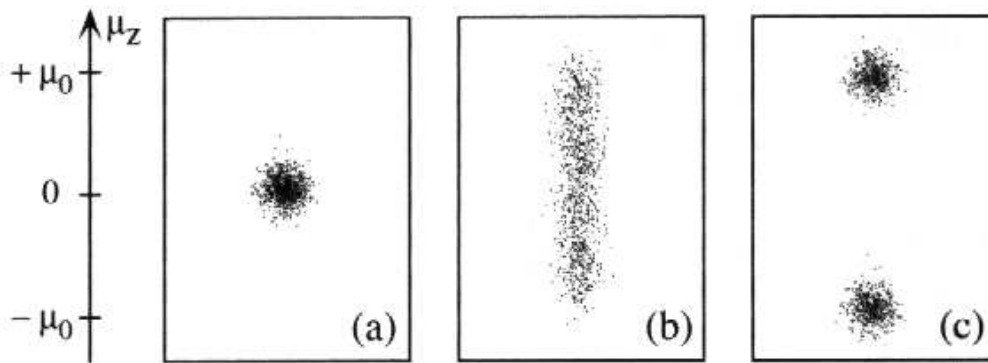


FIGURE 6 – Simulations numériques de l'expérience - D'après Basdevant, Introduction à la physique quantique, Ed. Vuibert

30. Le moment cinétique est relié au moment magnétique par $L_z = \pm \frac{\mu_z}{\gamma} = \pm \frac{\mu_0 2m_e}{e}$. Dans cette expression, μ_0 est un moment magnétique, ce n'est pas perméabilité magnétique du vide... On trouve que $\frac{\mu_0 2m_e}{e} = 1,05 \times 10^{-34}$ J.s. D'autre part, nous avons $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,05 \times 10^{-34}$ J.s. On constate qu'il y a une excellente correspondance entre ces deux valeurs. On peut donc bien en conclure que $L_z = \pm\hbar$.

31. Comme le montre la carte postale envoyée par GERLACH à BOHR de la figure 3, le faisceau d'atomes d'argent pénétrant dans l'électroaimant présentait une extension spatiale selon Ox . La carte postale montre deux résultats obtenus sans ou avec champ magnétique. Sans champ magnétique, le faisceau de particules d'argent va s'étaler sur l'axe Ox . Par contre, lorsqu'on met en place le champ magnétique, il y a des effets différents car tous les atomes ne passent pas dans le plan $x = 0$. Ceux qui se situent en $x \neq 0$ d'un côté ou de l'autre auront par symétrie le même comportement en x et $-x$. De plus, le champ sera moins intense et le gradient de champ magnétique aussi comme nous l'avons vu dans les questions précédentes. Il est donc normal que l'effet sur \vec{e}_z décroisse au fur et à mesure que l'on s'éloigne de $x = 0$.

12.5 Et enfin : les 4 nombres quantiques !

32. Dans son état fondamental, l'atome d'argent ne comporte qu'un électron de valence. Il s'agit de l'électron $5s^1$. Pour lui, on a $n = 5, \ell = 0$ et $m_l = 0$.

33. Nous devrions conclure avec cette valeur de m_l que $L_z = 0$ puisque $L_z = m_l \hbar = 0$. Il ne devrait pas y avoir de manifestation du champ magnétique !

34. En fait, le quatrième nombre quantique représente la projection sur Oz du moment magnétique de spin S_z de cet électron de l'atome d'argent. Les autres moments magnétiques de spin se compensent deux à deux puisque $S_z = \pm m_s \hbar$ avec $m_s = \pm \frac{1}{2}$. Il ne subsiste donc que le moment magnétique de spin de cet électron célibataire. C'est donc lui par les deux orientations qu'il peut prendre qui provoque les deux accumulations situées de part et d'autre de $z = 0$. On peut remarquer que pour obtenir la valeur du moment magnétique, il y a un problème d'un facteur 2 puisque $m_s = \pm \frac{1}{2}$. On ne pourra retrouver $L_z = \pm\hbar$ que si on écrit $\mu_z = g \gamma L_z$ avec $g = 2$. g s'appelle le facteur de LANDÉ.