

Exercices de révision pour les oraux : Série 4.

1 QCM

1. Glaçons

On considère un litre de jus de fruit assimilé à de l'eau de capacité thermique $c_{\text{eau}} = 4,2 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$. On souhaite le refroidir à 10°C en partant d'une température initiale de 30°C . On utilise pour cela des glaçons initialement à 0°C qui, lorsqu'ils fondent, se transforment en eau liquide et absorbent $q = 330 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$. On suppose que tous les glaçons sont identiques de volume $V = 10 \text{ cm}^3$ et de masse volumique $\rho_g = 931 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$. On néglige les échanges thermiques du jus de fruit avec son environnement.

1. Combien de glaçons sont-ils nécessaires ?

Proposition de réponses :

- a) 24 b) 32 c) 21 d) 27

2. Non glissement

Une personne assimilée à un point matériel de masse $m = 80 \text{ kg}$ monte sur une plateforme horizontale tournant autour d'un axe vertical à un rythme d'un tour en 5 secondes. Elle se tient immobile à $r = 5 \text{ m}$ du centre de rotation de la plateforme.

1. Que doit valoir au minimum le coefficient de frottement statique f_s de ses chaussures pour éviter qu'elle ne glisse de la plateforme ?

Proposition de réponses :

- a) 0,64 b) 0,02 c) 0,80 d) 500

3. Effet photoélectrique

On considère une cellule qui, lorsqu'elle est éclairée par une lumière verte, émet des électrons. Elle est ensuite éclairée par différentes radiations.

1. Pour quel type d'éclairage ne savons-nous pas si elle émet des électrons ?

Proposition de réponses :

- a) Rayons UV b) Lumière rouge c) Rayons X d) Lumière bleue

4. Matelas et piscine

On considère un matelas gonflable, qui supporte 6 poids en acier, chacun d'une masse de 5 kg. L'ensemble flotte sur l'eau d'une piscine à fond plat. On considère que le système mécanique {matelas+poids} est à l'équilibre mécanique. On s'intéresse au niveau de l'eau, noté h au départ. On laisse tomber au fond de la piscine quatre poids sur six. Les deux derniers restent en équilibre sur le matelas.

1. Qu'observe-t-on ?

Proposition de réponses :

- a) Le niveau de l'eau h baisse. b) Le niveau de l'eau h monte.
c) Le niveau de l'eau h reste inchangé. d) On ne peut pas conclure car on ne connaît pas la masse du matelas.

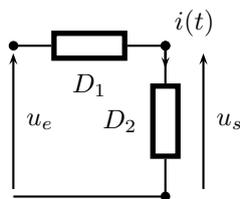


FIGURE 1 – Filtre à caractériser

2 Exercices

5. Filtre à construire

Dans le dispositif de la figure 1 sont utilisés une résistance R , une bobine L et un condensateur C agencés en deux dipôles D_1 et D_2 . En sortie ouverte et en alimentant ce dispositif avec une pile de tension à vide $E_0 = 15 \text{ V}$, on mesure une intensité $i_0 = 15 \text{ mA}$. On alimente ensuite le dispositif avec une tension sinusoïdale et l'étude en fréquence montre que l'on a un filtre passe-bande de fréquence centrale $f_0 = 1,15 \text{ kHz}$ et de bande passante $\Delta f = 340 \text{ Hz}$ à -3 dB .

1. Déterminer l'agencement correct des composants R , L et C ainsi que les valeurs des composants.
2. On alimente le dispositif avec un signal créneau. Tracer l'allure de la tension de sortie pour une tension d'entrée de période $T = 100 \text{ ms}$, puis pour $T = 0,01 \text{ ms}$.
3. Reprendre la question précédente avec un signal triangulaire.
4. Comment peut-on réduire la bande passante ? Cela change-t-il les signaux de sortie des deux questions précédentes ?

6. Amplificateur opérationnel réel

Dans le montage de la figure 2, l'amplificateur opérationnel est caractérisé par un gain en tension complexe du type passe bas du premier ordre :

$$V_s = \frac{\mu_0}{1 + j \frac{\omega}{\omega_0}} (V_+ - V_-)$$

On considère que les courants entrants dans l'amplificateur linéaire intégré sont très faibles au point d'écrire $i_- = i_+ = 0$.

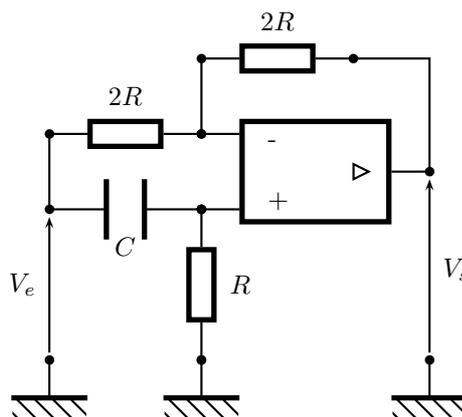


FIGURE 2 – Montage à AO réel

1. Connaissez-vous un ordre de grandeur pour μ_0 et ω_0 ?
2. Exprimer l'équation différentielle liant la tension de sortie V_s à la tension d'entrée V_e .
3. Le réseau est-il stable ? Cette conclusion serait-elle modifiée si on permutait les bornes de l'amplificateur opérationnel ?
4. Tracer les diagrammes de Bode, commenter.

7. Filtre passe-bas

On étudie la réalisation d'un filtre numérique passe-bas du premier ordre par la méthode d'EULER.

1. On note \underline{e} et \underline{s} les grandeurs complexes associées au signal d'entrée et au signal de sortie. On raisonne en régime harmonique. Rappeler la forme complexe de la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{s}}{\underline{e}}$ du filtre passe-bas sachant que sa constante de temps caractéristique est notée τ .
2. En déduire l'équation différentielle qui lie entrée et sortie pour un régime temporel d'évolution quelconque.
3. Écrire l'équation récurrente associée l'équation différentielle de ce filtre passe-haut.
4. Programmer en langage *Python* cette équation pour observer la réponse $s(t)$ de ce filtre à un échelon de tension imposé en entrée.
5. Commenter le graphique obtenu.

8. Modèle d'Einstein des solides

Afin de pouvoir évaluer précisément la capacité thermique d'un solide, on utilise le modèle unidimensionnel d'EINSTEIN de 1907. Chaque atome de masse m est considéré comme un oscillateur harmonique au sens quantique à une dimension. Les niveaux d'énergie d'un tel système d'énergie potentielle $E_p(x) = \frac{1}{2}m\omega^2x^2$ sont quantifiés :

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega. \text{ On pose } u = \frac{\hbar\omega}{k_B T}.$$

1. Pour un solide en équilibre avec un thermostat de température T , exprimer la probabilité $p_n(u)$ qu'un atome soit dans l'état indicé par n .
2. Montrer que l'énergie moyenne $\bar{\varepsilon}(T)$ d'un atome vaut :

$$\bar{\varepsilon}(T) = \frac{\hbar\omega}{2} \coth\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T}\right)$$

On donne : $\sum_{n=0}^{\infty} n \exp(-\alpha n) = \frac{1}{4 \operatorname{sh}^2 \frac{\alpha}{2}}$ pour $\alpha > 0$.

3. Évaluer la capacité thermique molaire $C_{V,mol}(T)$ du solide. On rappelle la relation $\frac{d \coth x}{dx} = -\frac{1}{\operatorname{sh}^2 x}$.
4. Quelle est la limite à haute température ? Quelle loi retrouve-t-on ?
5. Tracer l'allure de $C_{V,m}(T)$.

9. Puits de potentiel infini

On considère une particule quantique de masse m , autre qu'un photon, présente dans un puits de potentiel tel que $V(x) = 0$ pour $-a < x < a$ et $V(x) \rightarrow \infty$ sinon. On note que l'énergie $E > 0$ du quanton est positive.

1. Rappeler l'équation de SCHRÖDINGER vérifiée par la fonction d'onde $\psi(x, t)$ associée au quanton, puis celle vérifiée par la fonction d'onde spatiale $\varphi(x)$ associée à un état stationnaire du quanton.
2. Déterminer les formes possibles de $\varphi(x)$.
3. En déduire l'expression de l'énergie E et montrer qu'elle est quantifiée.
4. En appliquant la relation d'indétermination de HEISENBERG, justifier que l'énergie ne peut pas être nulle.
5. Déterminer la valeur moyenne $\langle x \rangle$ de la position du quanton.
6. Le calcul de la valeur moyenne $\sqrt{\langle x^2 \rangle}$ de la distance au centre du puits conduit à $\sqrt{\langle x^2 \rangle} = a/\sqrt{3}$. en déduire l'écart-type de position.
7. Quel est l'ordre de grandeur de l'écart-type en impulsion ? Est-ce en accord avec l'ordre de grandeur de l'énergie du niveau fondamental ?

10. Oscillateur à deux points d'attache

Une barre homogène de masse m de longueur $2a$ est maintenue horizontale grâce à deux ressorts identiques fixés à ses extrémités. Les ressorts possèdent une longueur à vide l_0 et une constante de raideur k . Le moment d'inertie de la barre en son centre d'inertie G par rapport à un axe qui lui est perpendiculaire est noté $J = \frac{1}{3}ma^2$. Voir la figure 3.

1. Déterminer la longueur des ressorts lorsque la barre est à l'équilibre.

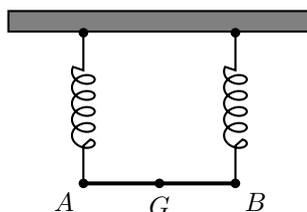


FIGURE 3 – Solide articulé

2. On va maintenant déplacer l'extrémité A de sa position d'équilibre d'une longueur x_0 . Cette longueur est suffisamment petite pour que l'on puisse considérer comme quasiment verticaux tous les déplacements de B notés $y(t)$ et aussi ceux de A notés $x(t)$. Décrire qualitativement ce qu'il se produit lorsqu'on lâche sans vitesse initiale les extrémités A et B .
3. Étudier $x(t)$ et $y(t)$.

11. Chute d'une barre

Une barre homogène de longueur 2ℓ , de masse m et de moment d'inertie en G (centre d'inertie) $J = \frac{1}{3}m\ell^2$ chute dans le champ de pesanteur uniforme \vec{g} . Elle est en $\theta = 0$ sans vitesse initiale. À l'instant initial, une perturbation infime lui donne l'angle $\theta_0 = 0,001$ rad, cela entraîne sa chute. L'articulation pivot en O est supposée parfaite. Voir la figure 4. On donne $m = 1$ kg et $\ell = 50$ cm.

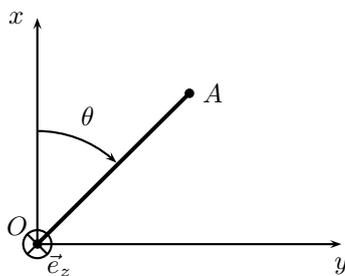


FIGURE 4 – Chute d'une barre

1. Déterminer la vitesse de son extrémité A lorsqu'elle arrive sur le plan horizontal.
2. Déterminer l'expression de la durée de la chute.

On donne : $\int_{0,001}^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sin \theta/2} \simeq 15$.

12. Capteur solaire thermique

Il s'agit de faire fonctionner une centrale thermique avec de l'eau réchauffée par un capteur solaire parallélépipédique. On concentre le flux solaire à l'aide de N miroirs d'un mètre carré sur un tube à section rectangulaire parcouru par un courant d'eau. On suppose le flux solaire uniformément réparti, sans pertes, sur la face $ABCD$ du parallélépipède qui est parfaitement noircie (émissivité $\varepsilon = 1$). Les autres faces $AA'DD'$, $BB'CC'$ et $A'B'C'D'$ sont calorifugées et ne subissent de pertes ni par rayonnement, ni par convection. Mais la face $ABCD$ qui reçoit le rayonnement ne peut être traitée et il s'y produit des pertes par convection et rayonnement. On sait de plus qu'il n'y a pas de conduction et que le régime est permanent. Le flux surfacique solaire moyen est d'environ $j_0 = 1 \text{ kW} \cdot \text{m}^{-2}$. Voir la figure 5 où $BC = L$, $AB = \ell$ et $AA' = \ell'$. L'eau liquide étant sous pression, on n'envisagera pas de changement d'état. On rappelle la loi du rayonnement de STEFAN-BOLTZMANN $j_{ray} = \sigma T^4$ ainsi que la loi de WIEN $\lambda_{max} T = 2895 \mu\text{m} \cdot \text{K}$.

1. Quel est le nombre N de miroirs de 1 m^2 de surface dont il faut disposer pour utiliser une puissance solaire $P_{sol} = 1 \text{ MW}$, dans les conditions d'éclairement maximal ?
2. On suppose que chaque tranche d'épaisseur dx à l'abscisse moyenne x depuis la face d'entrée de l'eau a une température uniforme $T(x)$ aussi bien pour l'eau que pour la paroi qui la recouvre ; c'est donc cette température qui intervient pour les échanges, tant par le rayonnement que par convection (coefficient d'échange h avec l'air à la température T_0). L'eau qui rentre dans le capteur est également à la température T_0 . Soit \mathcal{D}_m le débit massique de l'eau et c sa capacité calorifique massique ; on suppose le régime stationnaire établi (aucune grandeur ne dépend du temps) dans lequel P_{sol} parvient sur $ABCD$. On notera σ la constante de STEFAN. Écrire le bilan thermique relatif à la tranche d'épaisseur dx , sous forme d'équation différentielle en $T(x)$.

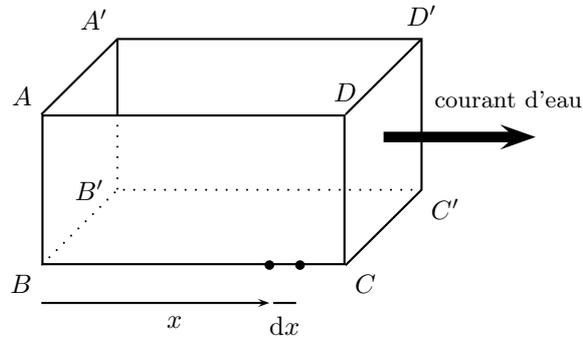


FIGURE 5 – Capteur solaire

3. En supposant provisoirement toutes les pertes nulles, par rayonnement comme par convection, calculer la température de sortie $T_{sol}(L)$ en fonction de P_{sol} , c , \mathcal{D}_m , et T_0 .
4. Application numérique : $P_{sol} = 10^6 \text{ W}$; $c = 4200 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$; $\mathcal{D}_m = 1 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$; $T_0 = 300 \text{ K}$; $\ell = 1 \text{ m}$; $L = 10 \text{ m}$.
5. On suppose maintenant nulles les pertes par rayonnement, mais on tient compte des pertes par convection ($h \neq 0$) ; résoudre l'équation différentielle correspondante et en déduire T_c . A.N. : $h = 20 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$.
6. On suppose maintenant au contraire nulles les pertes par convection ($h = 0$) et on tient compte des pertes par rayonnement. Écrire l'équation différentielle sous la forme :

$$\frac{dT}{dx} + AT^4 = B$$

Donner les expressions de A et B en fonction des paramètres du problème, ainsi que leur valeur numérique. On donne $\sigma = 5,7 \times 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$.

7. Intégrer cette équation différentielle qui est à variables séparables ; en déduire, en utilisant un logiciel de calcul, que $T_r(L) \simeq 534,8 \text{ K}$.
8. Faute de pouvoir intégrer l'équation complète de la question 2, on suppose que les écarts dus aux deux types de pertes à la température de sortie idéale de la question 3 sont additifs. En déduire la température de sortie réelle au KELVIN près.
9. L'eau ainsi chauffée sert de source chaude à une machine thermique, dont la source froide est à $T_f = 300 \text{ K}$. Représenter par un schéma les échanges thermiques Q_C et Q_F avec les sources chaude et froide respectivement, ainsi que le travail W fourni par la machine. En supposant un fonctionnement réversible de la machine, exprimer son rendement en fonction de T_c et T_f et la puissance mécanique que l'on peut tirer de cette machine.
10. On suppose que la transformation de l'énergie mécanique en électricité se fait par une association de turbine et d'alternateur dont le rendement pratique est de 0,8. Quelle est alors la puissance électrique disponible en sortie ? Sous quelle tension (ordre de grandeur) pensez-vous qu'on puisse obtenir cette puissance ?

13. Moteur thermique et source thermique de vapeur

On réalise un moteur thermique réversible qui fonctionne entre une source froide constituée d'un thermostat à 20°C et une source chaude, dont la température est susceptible d'évoluer, constituée d'une masse d'une tonne de vapeur d'eau à 100°C sous une pression de 1 bar.

On donne : $L_{vap} = 2260 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ et $c_{eau-liq} = 4,18 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

1. Expliquer qualitativement le fonctionnement de ce moteur. Montrer que la production de travail s'effectue en deux étapes jusqu'à l'arrêt de la machine.
2. Déterminer le travail fourni par le moteur et le transfert thermique reçu de la source chaude pour les deux étapes.
3. En déduire le rendement.
4. Comparer ce rendement à celui d'un moteur de Carnot fonctionnant entre deux thermostats à 20°C et 100°C .

14. Induction et moment dipolaire

On considère une petite spire de rayon a petit devant celui d'une autre spire parcouru par un courant dont le moment magnétique est \vec{m} . La spire de rayon a est placée loin de la grande spire de telle sorte que les axes des deux spires soient superposés. A la date $t = 0$, la petite spire située sans vitesse à la distance r_0 est accélérée uniformément pendant la durée τ . Elle conserve ensuite la vitesse v_0 atteinte à ce moment. La petite spire ne fait que s'éloigner de la grande. On utilisera l'expression du champ magnétique créé par un dipôle sur son axe, à la distance z de celui-ci :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2m}{z^3} \vec{e}_z$$

1. Expliquer l'origine de l'intensité parcourant la petite spire de résistance R .
2. Établir l'expression de cette intensité en fonction du temps. Faire une représentation graphique.

15. Rayonnement dipolaire électromagnétique

1. Rappeler les équations de MAXWELL. Les particulariser dans le vide. Retrouver l'équation de propagation d'une onde électromagnétique dans le vide. Quelle est sa célérité ?

On utilise les coordonnées sphériques. Un dipôle oscillant de moment dipolaire p est placé à l'origine et dirigé selon l'axe Oz . En un point M situé à une distance $r \gg \lambda$, l'onde est assimilée à une onde plane.

Le champ créé par le dipôle vaut : $\vec{E} = \frac{p \sin \theta}{4\pi \epsilon_0 r} k^2 \exp(-jkr) \vec{e}_\theta$ avec $p = p_0 \exp j\omega t$.

2. Donner les coordonnées du champ magnétique .
3. Calculer le vecteur de POYNTING. Donner sa signification puis sa valeur moyenne dans le temps.
4. Calculer le flux du vecteur de POYNTING à travers une sphère de rayon r . Remarque ? Calculer la puissance moyenne rayonnée $P_{moy}(\omega)$.
5. Trouver une application à la dernière expression trouvée sachant qu'à haute altitude, l'atmosphère rayonne comme un dipôle.

16. Fibre optique

On considère une fibre optique cylindrique de rayon de cœur r , c'est-à-dire de partie centrale d'indice $n_c = 1,500$. La partie périphérique de la fibre est appelée gaine, elle est d'indice n_g . Cette fibre optique possède une longueur L . L'onde qui entre dans la fibre se propage dans l'air d'indice $n_a = 1,000$ avant d'entrer dans la fibre. Voir le schéma de la figure 6.

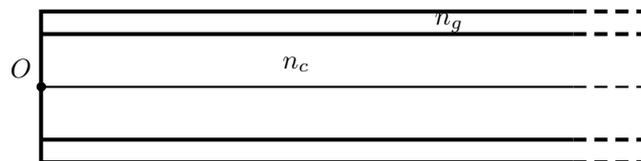


FIGURE 6 – Fibre optique

1. Quel est l'angle maximal d'incidence θ_{max} d'un rayon lumineux arrivant en O pour que le signal se propage loin dans la fibre ?
2. On définit l'ouverture numérique $ON = n_a \sin \theta_{max}$ de la fibre optique. On donne $ON = 0,181$. Déterminer n_g .
3. Quelles peuvent être les valeurs de la distance géométrique parcourue par un signal si la longueur de la fibre est L ?
4. On propage dans la fibre des impulsions supposées de durée nulle. Quelle est la différence des temps de propagation du signal notée Δt ? Calculer $\frac{\Delta t}{L} = \frac{t_{max} - t_{min}}{L}$ en $\text{ns} \cdot \text{km}^{-1}$. Calculer la fréquence maximale des impulsions pour $L = 10 \text{ km}$.

17. Interférences et positionnement

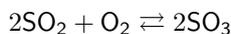
Une fente source F est éclairée par une source monochromatique de longueur d'onde λ . La source est placée au foyer d'une lentille convergente de focale f . On considère le système des fentes d'Young distantes de a et on observe dans le plan focal d'une lentille de distance focale f' . On intercale sur le faisceau incident éclairant une des deux fentes, une lame à faces parallèles d'indice n et d'épaisseur e .

1. Faire un schéma du dispositif. Expliquer la marche des rayons lumineux.

- Avec quelle précision peut-on positionner la lame perpendiculairement au faisceau sachant que l'on peut détecter un déplacement minimum de 0,1 interfrange ? On appellera α l'angle éventuel que fera la normale à la lame à faces parallèles et la direction des rayons lumineux.
- Application numérique : $\lambda = 0,5 \mu\text{m}$; $e = 5 \text{ mm}$ et $n(\lambda) = 1,52$.

18. Équilibre homogène en phase gazeuse

On considère l'équilibre de formation du trioxyde de soufre en phase gazeuse :

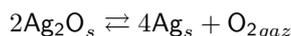


pour lequel on donne $\Delta_r H^\circ = -198 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$. À la température de 727°C , l'enthalpie libre de cette réaction est nulle et on a $\Delta_r G^\circ = -174 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$.

- Un système contenant 3 mol de SO_3 , 2 mol de SO_2 et 5 mol d'air, le tout sous 1 bar à 727°C , est-il en équilibre ? Sinon que se passe-t-il ?
- Un système contenant 1 mol de SO_3 , 1 mol de SO_2 et 1 mol de O_2 est à l'équilibre sous 1 bar. Quelle est sa température ? Commenter.
- Un système contenant 1 mol de SO_3 , 1 mol de SO_2 et 1 mol de O_2 est à l'équilibre à 727°C . Quelle est la pression ? Commenter.

19. Équilibre hétérogène

On étudie la décomposition de l'oxyde d'argent selon :



- À 100°C , les deux solides sont en équilibre sous une pression de dioxygène égale à $1,25 \times 10^4 \text{ Pa}$. Calculer $\Delta_r G^\circ(373 \text{ K})$.
- Le volume du système thermostaté à 100°C et en équilibre défini ci-dessus est $V = 2 \text{ L}$. On part de 1 mol de Ag_2O_s . On augmente progressivement V . Que se passe-t-il ? Discuter.

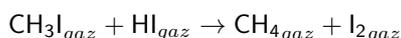
20. Solubilité de l'hydroxyde d'aluminium

L'hydroxyde d'aluminium $\text{Al}(\text{OH})_{3s}$ est un solide peu soluble de produit de solubilité $K_s = 10^{-32}$. L'ion aluminium Al^{3+} en solution aqueuse est un monoacide faible de $pK_A = 5,0$, on considérera uniquement le couple $\text{Al}(\text{H}_2\text{O})^{3+}/\text{Al}(\text{OH})^{2+}$. L'ammoniac est une base faible de constante de basicité K_B telle que $pK_B = 4,8$.

- On prépare une solution A en dissolvant 0,1 mol de nitrate d'aluminium $\text{Al}(\text{NO}_3)_3$ dans 500 mL d'eau. Déterminer les concentrations et le pH .
- On ajoute sans dilution 0,3 mol de soude pour former une solution A' . Déterminer les concentrations et le pH .
- On prépare une solution B en dissolvant 0,1 mol d'ammoniac dans 500 mL d'eau. Déterminer les concentrations et le pH .
- On mélange B et A' pour former une solution C . La solubilité de l'hydroxyde d'aluminium est-elle plus faible ou plus forte dans la solution C que dans la solution A' ?

21. Iodure de méthane

On considère la réaction du iodure de méthane sur l'iodure d'hydrogène. La cinétique de la réaction est d'ordre partiel 1 par rapport à chaque réactif. Les réactifs sont introduits dans les proportions stœchiométriques. On travaille sous une pression initiale $p = p_0 = 1 \text{ bar}$. La température est maintenue constante à $T = T_0 = 300 \text{ K}$. On rappelle que la constante des gaz parfaits est $R = 8,31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$.



- Déterminer la valeur des concentrations initiales des deux réactifs.
- Établir l'équation différentielle vérifiée par l'avancement de la réaction évalué en concentration volumique.
- Sachant qu'une fraction d'un tiers de iodure d'hydrogène a été consommée au bout de 200 s, déterminer la valeur de la constante k de vitesse de la réaction.

3 Python Centrale

22. Filament d'ampoule

Une ampoule à incandescence produit de la lumière en portant à haute température un filament de tungstène, le métal qui a le plus haut point de fusion ($3422\text{ }^\circ\text{C}$). En présence de dioxygène, le filament porté à haute température brûlerait instantanément : c'est la raison pour laquelle ce type de lampe a été muni d'une enveloppe de verre qui permet d'isoler le milieu intérieur de l'ampoule du dioxygène présent dans l'atmosphère. À l'intérieur de l'ampoule, on trouve généralement un gaz inerte. On donne ci-dessous les données caractéristiques d'une ampoule à incandescence, fournies par son constructeur et trouvées sur un site marchand.

| | |
|--------------------------------|---------|
| Puissance électrique consommée | 100 W |
| Puissance lumineuse émise | 8 W |
| Température de couleur | 2 700 K |
| Tension de fonctionnement | 230 V |
| Diamètre du filament | 0,04 mm |

On donne également quelques caractéristiques physiques du tungstène. Elles seront supposées indépendantes de la température.

| | |
|-----------------------------|--|
| Masse volumique | $19,3 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ |
| Capacité thermique massique | $130 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ |
| Conductivité thermique | $174 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ |

Dans cet exercice, on sera amené à utiliser la loi de Stefan, qui précise qu'un corps noir dont la surface extérieure est à la température T rayonne, sous forme d'ondes électromagnétiques, de l'énergie en tout point de cette surface, dégageant ainsi une puissance surfacique J_s , exprimée en $\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$, qui ne dépend que de la température T et s'exprimant à l'aide de la formule suivante :

$$J_s = \sigma T_s^4$$

où $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$ est la constante de STEFAN.

Dans cet exercice, le filament de l'ampoule sera assimilé à un corps noir. On supposera également que le filament possède une géométrie cylindrique. Enfin, on pourra négliger le rayonnement thermique du milieu environnant.

1. Comment expliquer selon vous la différence entre la puissance électrique consommée par l'ampoule et la puissance lumineuse restituée ? Commenter.
2. Relier la température d'équilibre du filament aux données de l'énoncé et à la longueur ℓ du filament. En déduire une estimation numérique de ℓ .
3. Estimer la conductivité électrique du tungstène, à la température de fonctionnement de la lampe. Commenter, étant donné que la conductivité électrique du tungstène à température ambiante est de $8,9 \times 10^6 \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$.
4. Modéliser la variation de résistance électrique du filament avec la température par une loi affine dont on précisera la valeur numérique des coefficients.
5. Donner qualitativement l'allure de l'évolution de la température $T(t)$ du filament à l'allumage de l'ampoule et celle de l'évolution de l'intensité $i(t)$ circulant dans la lampe. Commenter la possibilité de l'existence d'un équilibre.
6. À quelle condition peut-on considérer la température du filament comme uniforme au cours de la phase d'allumage de l'ampoule ? On validera la pertinence de cette hypothèse à l'issue de la question suivante.
7. En supposant uniforme la température du filament, déterminer l'équation différentielle régissant l'évolution temporelle de sa température $T(t)$. En utilisant le programme *Python* nommé *2017-013*, produire les courbes d'évolution temporelle de $T(t)$. Quel est le temps typique d'allumage de l'ampoule ? Commenter. Modifier le programme pour faire apparaître la courbe d'évolution temporelle de $i(t)$.

4 X-ENS

23. Oscillateurs sur un plateau tournant

Sur un plateau horizontal de centre O et de rayon R , en rotation uniforme, une masse m sans frottement attachée à 4 ressorts identiques de raideur k , et disposés en croix.

1. Quelle est la résultante des forces élastiques ?
2. Si $M(x, y)$ est voisin de O , calculer les composantes de la résultante des forces élastiques au premier ordre.
3. Établir les équations du mouvement.
4. Résoudre ce système en prenant à la date $t = 0$, $\dot{x} = \dot{y} = 0$, $y = 0$ et $x = x_0 > 0$.
5. Calculer $\frac{dE_c}{dt}$.

24. Modèle de gravitation à grande distance

Pour expliquer les observations expérimentales qui montrent que la force de gravitation semble décroître moins rapidement à grande distance que dans le cadre newtonien, un modèle théorique prédit que le champ de gravitation \vec{G} autour d'une distribution de masse à symétrie sphérique est donné par :

$$\vec{G} = -\overrightarrow{\text{grad}} \phi$$

où le potentiel ϕ vérifie l'équation suivante :

$$\text{div} \left[f \left(\frac{1}{a_0} \|\overrightarrow{\text{grad}} \phi\| \overrightarrow{\text{grad}} \phi \right) \right] = 4\pi \mathcal{G} \rho$$

où \mathcal{G} représente la constante de gravitation et ρ la masse volumique. On précise que la fonction f vérifie :

$$f(x) \simeq 1 \quad \text{si} \quad x \gg 1 \quad \text{et} \quad f(x) \simeq x \quad \text{si} \quad x \ll 1$$

1. Montrer qu'on retrouve bien l'expression newtonienne pour des distances proches de la distribution de masse.
2. Préciser la valeur de $\|\vec{G}\|$ à grande distance de la distribution de masse dans le cadre de ce modèle.
3. AN : avec $a_0 \simeq 10^{-10}$ SI, évaluer pour le système solaire à quelles distances ce modèle prédit que la gravité n'est plus newtonienne. Conclusion ?

25. Petit chariot-bol

On considère le dispositif de la figure 7 où un petit chariot peut glisser sans frottement sur un support horizontal. Un mobile ponctuel de masse m pourra glisser sans frottement sur la face intérieure du bol fixé sur le chariot. On lâche le mobile sans vitesse à une hauteur h au-dessus du bol hémisphérique de rayon R , fixé sur le chariot représentant un ensemble de masse M . On considère que lorsque le mobile rejoint l'hémisphère sur son extrémité, il glisse parfaitement. On considère aussi qu'au moment du contact le chariot-bol est immobile.

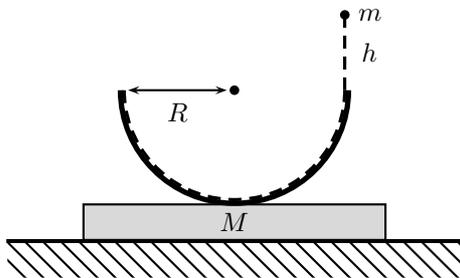


FIGURE 7 – Le chariot-bol et le mobile de masse m

1. Décrire qualitativement ce qui va se produire une fois le contact réalisé entre m et M . On supposera, dans toute la suite, que le contact n'est jamais rompu.
2. Établir l'équation différentielle du mouvement de m . Analyser un cas limite intéressant.

- On munit le chariot de petites roues et on suppose qu'il y a des frottements entre le plan horizontal et les roues de telle sorte qu'il y ait toujours roulement sans glissement. Commenter.

26. Une étoile à l'équilibre

Une étoile est essentiellement une boule de gaz en équilibre dont le cœur produit du rayonnement par fusion de noyaux d'hydrogène en hélium. On assimile une étoile à une boule homogène de température uniforme.

- Quelles sont les forces en jeu permettant l'équilibre de l'étoile ?
- Trouver une relation entre la pression moyenne dans l'étoile et son énergie gravitationnelle.
- Calculer l'énergie totale de l'étoile en fonction de sa température puis en fonction de son rayon, et discuter de sa stabilité en température.

27. Condensateur à armatures mobiles

On considère un cylindre creux de rayon R et d'axe horizontal parfaitement calorifugé au sein duquel peuvent coulisser librement deux pistons conducteurs se faisant face et emprisonnant une certaine quantité d'air. On note x la distance entre les pistons. On pourra supposer que x est petit devant R . On se place dans des conditions habituelles de pression et de température et, à un instant donné, on branche une pile entre les deux pistons.

- Quelle est la nouvelle position d'équilibre ?

28. Réflexion sur un miroir

Une onde électromagnétique se propageant dans le vide est envoyée en incidence normale sur un miroir considéré comme parfait. Son champ électrique a pour expression :

$$\vec{E}_i(\vec{r}, t) = E_0 \begin{pmatrix} 0 \\ \cos(\omega t - kx) \\ \sin(\omega t - kx) \end{pmatrix}$$

Dans le miroir, le champ électrique est nul. On admet que tout se passe comme si le champ électrique était continu à l'interface vide/miroir.

- Donner l'expression de l'énergie électromagnétique dans le vide.

29. Vélocimétrie laser

On dispose de deux nappes laser relativement peu épaisses de même largeur ℓ . On souhaite les utiliser pour arriver à mesurer la vitesse d'une particule qui se déplace dans le plan des nappes. La particule diffuse assez correctement l'intensité lumineuse qui l'éclaire. Un dispositif équipé d'un capteur d'intensité lumineuse relié à un oscilloscope permet de visualiser et d'enregistrer le signal envoyé par la particule éclairée. On supposera la vitesse de la particule constante lorsqu'elle se situe dans l'environnement des deux nappes laser.

- Comment peut-on s'y prendre pour mesurer la vitesse de la particule ?

30. Caractérisation d'équilibres

Ammoniac

- Écrire l'équation-bilan de synthèse de l'ammoniac gazeux à partir du diazote et du dihydrogène.
- Il se forme 24% de NH_3 si l'on part de 2 moles de N_2 et de 1 mole de H_2 . On donne $p = \text{Cte} = 0,2 \text{ bar}$ et $T = \text{Cte}$. Donner le pourcentage de NH_3 formé si l'on part des proportions stœchiométriques dans les mêmes conditions.
- On étudie le déplacement d'équilibre si l'on augmente p à T constante (redémontrer la loi de LE CHÂTELIER).
- On augmente la quantité de N_2 à V et T constants. Étudier le déplacement d'équilibre.

Eau oxygénée

- Quelle est la formule de l'eau oxygénée ?
- On la dose par du permanganate de potassium. Écrire l'équation de dosage sachant que $E^\circ(\text{MnO}_4^-/\text{Mn}^{2+}) = 1,51 \text{ V}$ et $E^\circ(\text{O}_{2,\text{gaz}}/\text{eau oxygénée}) = 0,68 \text{ V}$.
- Calculer la constante d'équilibre de la réaction précédente. Commenter.
- Calculer la concentration en eau oxygénée sachant que le volume de la solution dosée est $V_0 = 100 \text{ mL}$. Elle est dosée par une solution versée de concentration $C = 0,10 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$, on trouve un volume équivalent $V_e = 3,6 \text{ mL}$.
- Comment peut-on repérer l'équivalence lors du dosage ?

5 Situation-problèmes

31. Un Microscope

Vous avez tous, un jour, manipulé un microscope tel que celui que vous pouvez voir sur la photographie de la figure 8.



FIGURE 8 – Microscope optique

Le grossissement de ce microscope est donné par :

$$G = \frac{\alpha}{\alpha_0} = 60$$

où α est l'angle sous lequel apparaît un objet visualisé à travers un microscope qui serait vu, au mieux, sous un angle α_0 à l'œil nu.

Quelle est la taille du plus petit objet discernable avec un tel microscope ? On discutera l'influence éventuelle de la diffraction.

32. Un œuf dur en rotation

Un œuf dur est mis en rotation sur une table horizontale autour de son petit axe.

Données :

- Les moments d'inertie d'un cerceau homogène d'axe Oz , de masse m et de rayon R sont $J_{Oz} = mR^2$ et $J_{Ox} = J_{Oy} = \frac{1}{2}mR^2$.
- Les moments d'inertie d'un cylindre plein homogène d'axe Oz , de masse m , de rayon R et de hauteur ℓ sont $J_{Oz} = \frac{1}{2}mR^2$ et $J_{Ox} = J_{Oy} = \frac{1}{4}mR^2 + \frac{1}{12}m\ell^2$.
- Le moment d'inertie d'une sphère pleine, homogène, de masse m et de rayon R par rapport à l'un de ses axes de symétrie est $J = \frac{2}{5}mR^2$.

- Le moment d'inertie d'un ellipsoïde plein homogène d'axe Oz , de masse m , de rayon R et de hauteur ℓ sont $J_{Oz} = \frac{2}{5}mR^2$ et $J_{Ox} = J_{Oy} = \frac{1}{5}mR^2 + \frac{1}{20}m\ell^2$.

Déterminer l'ordre de grandeur de la vitesse angulaire minimale au delà de laquelle l'œuf peut se redresser spontanément et se mettre à tourner autour de son grand axe, voir les photographies de la figure 9.

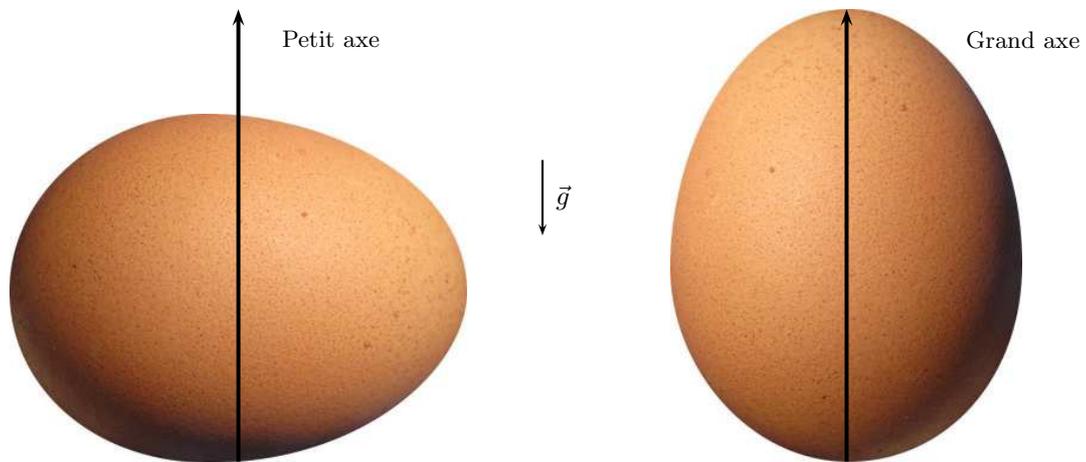


FIGURE 9 – L'œuf lancé en rotation autour de son petit axe se relève pour tourner autour de son grand axe.