

# Exercices : 05 - Optique géométrique.

— Solutions —

## A. Lois de Snell-Descartes

### 1. Principe de l'arc-en-ciel

Réponses : Coordonnées sphériques  $d^2\phi = AdS \cos i$  avec  $dS = R^2 \sin i di d\varphi$ ,  $d\phi = 2\pi AR^2 \cos i \sin i di$  et  $\phi = A\pi R^2$  d'où  $d\phi = 2\phi \cos i \sin i di$ ,  $\alpha = 2(i-r) + p(\pi-2r)$ ,  $\frac{d\alpha}{di} = 2(1-(p+1)\frac{dr}{di})$ ,  $\sin i = n \sin r$  et  $\cos i di = n \cos r dr$ ,  $\frac{d\phi}{d\alpha} = \phi \frac{\cos i \sin i}{1-(p+1)\frac{\cos i}{\cos r}}$ ,  $\frac{d\phi}{d\alpha}$  maximum si  $n \cos r = (p+1) \cos i$ , zone nettement plus lumineuse invariante en  $\varphi$  et valeur de  $i$ , donc  $r$  donc  $\alpha$  bien précise,  $\sin i = \sqrt{\frac{4-n^2}{3}}$ ,  $i = 59,6^\circ$ ,  $r = 40,4^\circ$  et  $\alpha = 137,6^\circ$ ,  $17,4^\circ$  au-dessus de l'horizon,  $n \simeq -35000\lambda + 1,351$ ,  $n_0(600 \text{ nm}) \simeq 1,33$ ,  $n_1(400 \text{ nm}) \simeq 1,337$  et  $n_2(800 \text{ nm}) \simeq 1,323$ ,  $i_1 = 59,2^\circ$ ,  $r_1 = 40,0^\circ$ ,  $\alpha_1 = 138,4^\circ$ ,  $i_2 = 60^\circ$ ,  $r_2 = 40,9^\circ$ ,  $\alpha_2 = 136,4^\circ$ , l'arc en ciel s'étale sur  $2^\circ$  environ, le rouge au-dessus, le violet en-dessous.

### 2. Prisme à réflexion totale

Réponses :  $D_1 = r - i$ ,  $D_2 = 2\alpha - 2r - \pi$ ,  $D_3 = i' - \gamma$  avec  $\gamma = 2\alpha - r - \frac{\pi}{2}$ ,  $D = D_1 + D_2 + D_3 = i' - i - \frac{\pi}{2}$ , on peut obtenir  $D$  très rapidement du fait de l'angle droit entre les normales,  $i' = i$ ,  $\gamma = r$ ,  $\alpha - r = \frac{\pi}{4}$ ,  $n \sin \frac{\pi}{4} \geq 1$ ,  $n \geq \sqrt{2}$ , incidence normale  $i = r = i' = \gamma = 0$  possible si  $\alpha = \frac{\pi}{4}$ , incidence rasante  $i = \frac{\pi}{2}$ ,  $r = \arcsin \frac{1}{n}$ ,  $\alpha = \frac{\pi}{4} + \arcsin \frac{1}{n}$  alors  $\gamma = \arcsin \frac{1}{n}$  et  $i' = \frac{\pi}{2}$ , le rayon lumineux va repartir tangentiellement à  $AC$ , ce n'est pas compatible,  $r_0 = 15^\circ$ ,  $i_0 = 23^\circ$ ,  $\frac{dD}{di} = \frac{di'}{di} - 1$ ,  $\cos i di = n \cos r dr$ ,  $\cos i' di' = n \cos \gamma d\gamma$ ,  $d\gamma = -dr$ ,  $\frac{dD}{di} = -[\frac{\cos i \cos \gamma}{\cos r \cos i'}]$ ,  $\frac{dD}{di}|_{i_0} = -2$ .

### 3. Théorème de Bouguer

Réponses :  $\frac{d\vec{r} \wedge n\vec{u}}{ds} = \frac{d\vec{r}}{ds} \wedge n\vec{u} + \vec{r} \wedge \frac{d(n\vec{u})}{ds} = \vec{0}$ ,  $\vec{r} \wedge n\vec{u} = \text{Cte}$ ,  $n(r)r \sin i(r) = \text{Cte}$ ,  $n(r) = n_0 - \frac{n_0-1}{h}(r-R)$ ,  $i(r+dr) = i(r) + d\Delta$ ,  $n(r+dr) \sin i(r+dr) = n(r) \sin i(r)$ , par développement limité  $dn \sin i + n \cos i d\Delta = 0$ ,  $d\Delta = -\frac{dn \sin i}{n \cos i}$ , loi de BOUGUER  $nr \sin i = (R+h) \sin i_0$  d'où :  $d\Delta = -\frac{dn}{n} \frac{(R+h) \sin i_0}{\sqrt{n^2 r^2 - (R+h)^2 \sin^2 i_0}}$ , intégration par calculs approchés ou bien ordre de grandeur avec :  $|\Delta| = \Delta n \tan i_0 \simeq 1,8'$ .

### 4. Propagation dans une fibre optique

Réponses : On met à profit la réflexion totale au-delà de l'angle de réfraction limite qui existe puisque  $n_e < n_f$ . Ainsi, l'onde est guidée dans la fibre optique. Il y a réflexion totale pour  $i > i_0 = \arcsin \frac{n_e}{n_f}$ . Or  $i = \frac{\pi}{2} - \theta$ , d'où  $\theta < \Lambda_0 = \arccos \frac{n_e}{n_f}$ . Dès que l'indice  $n$  dépend continûment d'une variable d'espace (ici, c'est  $r$ ), une méthode fructueuse et classique consiste à raisonner sur des tranches infinitésimales d'indice uniforme pour chacune. Ici, on prend des tranches cylindriques entre les rayons  $r$  et  $r + dr$  d'indice  $n(r)$  (uniforme entre  $r$  et  $r + dr$ ). Si l'onde arrive dans un plan méridien, elle y reste d'après la loi de DESCARTES en  $r$  (rayon transmis dans le plan d'incidence : le rayon reste toujours dans le plan méridien. La loi de DESCARTES au passage en  $r$  s'écrit  $n(r) \sin i(r) = \text{Cte}$  soit  $n(r) \cos \theta(r) = n_0 \cos \theta_0$ . On repasse en continu en faisant très attention aux signes. Notamment,  $r$  étant la distance à l'axe (énoncé), cette quantité est toujours positive! On note que, avec les angles orientés,  $\frac{dr}{dz} = \tan \theta$ . Puisque  $\cos \theta = \frac{n_0}{n} \cos \theta_0$  et  $\sin \theta = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \theta}$ , on en déduit l'équation des rayons lumineux :  $\frac{dr}{dz} = \pm \frac{\sqrt{n^2 - n_0^2 \cos^2 \theta_0}}{n_0 \cos \theta_0}$  pour  $\theta > 0$ . Le signe + correspond au cas où le rayon s'éloigne de l'axe  $Oz$ , et le signe - correspond à l'autre cas. Il reste à l'intégrer pour  $n^2(r) = n_0^2 (1 - \alpha^2 r^2)$ . On écrit d'abord l'équation différentielle en séparant les variables :  $dz = \pm \frac{\cos \theta_0}{\sqrt{\sin^2 \theta_0 - \alpha^2 r^2}} dr$ . On peut maintenant utiliser la primitive donnée

dans l'énoncé. Sachant que  $r \geq 0$  car il s'agit de la distance à l'axe,  $r(z) = \left| \frac{\sin \theta_0}{\alpha} \sin \frac{\alpha z}{\cos \theta_0} \right|$ . Finalement, le rayon lumineux décrit dans la fibre une sinusoïde et se retrouve guidée (si  $r_{\max} < r_{\text{fibre}}$ ). Le rayon recoupe l'axe de la fibre aux points d'abscisses  $z_p = p\pi \frac{\cos \theta_0}{\alpha}$  et  $p \in \mathbb{N}$ . Pour des petites valeurs de  $\theta_0$ ,  $z_p$  devient indépendant de  $\theta_0$  et on pourrait montrer que le temps de parcours sur une longueur  $L$  est aussi peu dépendant de  $\theta_0$  : ceci permet d'augmenter le débit des informations transmises dans ce second type de fibre (à gradient d'indice) par rapport au type précédent (à saut d'indice).

### 5. Lentille plate de Veselago

Réponses : Le rayon réfracté se situe alors du même côté de la normale que le rayon incident ;  $OA' = d\sqrt{\frac{n^2 - \sin^2 i_1}{1 - \sin^2 i_1}}$ ,  $OA'$  dépend de  $i_1$ , il n'y a pas stigmatisme ; si l'on se place à l'ordre 1 en  $i_1$ , alors on peut écrire que  $OA' \simeq |n|d$ , il y a bien stigmatisme pour les petits angles, l'invariance par translation impose que  $B'$  soit dans le même plan de front que  $A'$ , il y a aplanétisme ; il faut que  $e > |n|d$  et pour le second objet  $e > |n|d_1$ ,  $A'_1$  se situe en  $|n|d_1$ , l'image de l'objet  $A_1 B_1 A B$  est  $A' B' A'_1 B'_1$ , il y a renversement longitudinal et dilatation longitudinale de l'objet ;  $A' B'$  se situe à la distance  $e - |n|d$  du dioptré plan  $\mathcal{P}_{n,1}$ , son image se situe donc de l'autre côté

à la distance  $\frac{e}{|n|} - d$ , l'image de  $A_1B_1$  est située en  $\frac{e}{|n|} - d_1$ , il n'y a plus de renversement longitudinal et les rayons convergent, l'image définitive est bien une image réelle de même taille que l'objet, le dispositif a des similitudes avec une lentille convergente mais il n'est pas complètement équivalent, on le voit en particulier sur le grandissement mais aussi sur le fait que si  $e < |n|d$  alors l'image définitive est virtuelle, quand l'objet se situe au-delà de la distance  $\frac{e}{|n|}$  de la lentille son image est virtuelle pour une lentille traditionnelle, la condition était  $d < f$  (trop près de la lentille).

**6. Lentille plate de Fresnel**

Réponses : On note  $J$  le sommet du prisme et  $J'$  le point d'intersection des deux normales aux dioptries d'entrée et de sortie de celui-ci. On note  $J''$  l'intersection des rayons incident et émergent. Attention, la figure 1 est représentée proche d'un cas particulier (on pourrait croire que les rayons (1) et (4), par exemple, sont parallèles mais ce n'est pas forcément le cas !

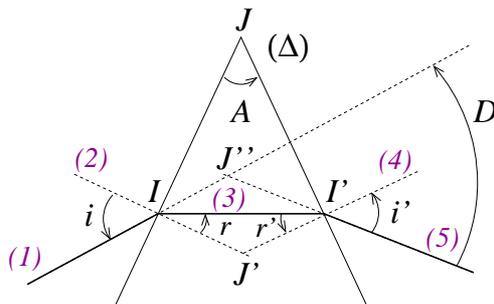


FIGURE 1 – Déviation par un prisme

Dans le triangle  $(JII')$ , la somme des angles est  $\pi$  (en tournant dans le sens trigonométrique). Ainsi,  $\pi = \frac{\pi}{2} - r + \frac{\pi}{2} - r' + A$  d'où  $A = r + r'$ . La déviation  $D$  est définie par l'énoncé de façon positive (déviation absolue). Cela veut dire qu'on doit l'orienter dans le sens trigonométrique sur la figure pour être en accord ! Pour expliciter  $D$ , il y a plusieurs façons de faire. On peut traduire que la somme des angles dans le quadrilatère  $(IJ'I'J'')$  vaut  $2\pi$  (sachant que l'angle au sommet  $J''$  est  $\pi - D$  et celui en  $J'$  est  $\pi - A$ ) :  $2\pi = \pi - D + i + \pi - A + i'$  d'où  $D = i + i' - A$ . On peut raisonner par relation de CHASLES angulaire : on construit l'angle de rotation total  $D$  en sens trigonométrique pour passer de (5) à (1) en composant des rotations successives en passant par (4), (3) et (2). On tourne de  $i'$  pour passer de (5) à (4), puis de  $-r'$  pour passer de (4) à (3), puis de  $-r$  pour passer de (3) à (2) et enfin de  $i$  pour passer de (2) à (1). Ainsi,  $D = i' - r' - r + i$  d'où  $D = i + i' - A$ . Les formules générales du prisme s'écrivent finalement avec les conventions d'orientation adoptées et en ajoutant les deux relations issues des lois de DESCARTES de la réfraction :  $r + r' = A$ ,  $D = i + i' - A$ ,  $\sin i = n \sin r$ ,  $\sin i' = n \sin r'$ . L'angle  $i$  étant supposé faible,  $r$  l'est donc aussi et la relation  $r' = A - r$  montre que  $r'$  est aussi petit devant l'unité. Par conséquent,  $i'$  l'est aussi ! Finalement, on peut reprendre les équations précédentes après linéarisation aux petits angles :  $r + r' = A$ ,  $D = i + i' - A$ ,  $i = nr$ ,  $i' = nr'$ . Il ne reste qu'à éliminer  $r$  et  $r'$  grâce aux formules de Descartes linéarisées, d'où  $i + i' = nA$ , puis  $D = (n - 1)A$ . Attention, comme toujours pour un prisme, les rayons sont déviés vers la base du prisme ! Une simulation numérique permettrait de voir que la formule précédente, déterminée aux petits angles, marche encore bien pour des angles de  $20^\circ$  ! On aura l'occasion de se servir de ce résultat lors de l'étude du dispositif interférométrique des biprismes de FRESNEL... Comme le montre la figure 2, un faisceau incident parallèle à l'axe coupe celui-ci en  $F'$ .

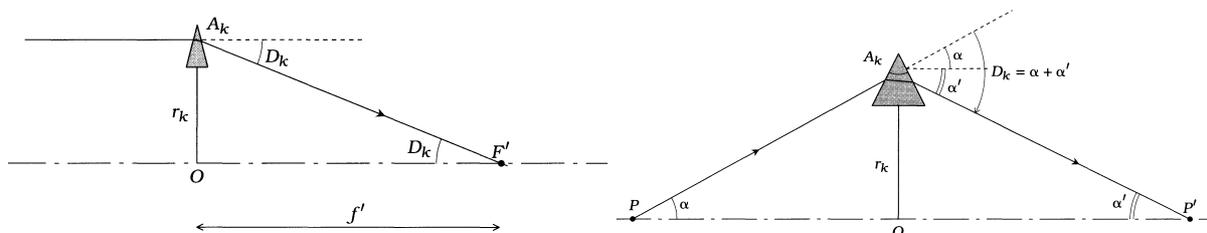


FIGURE 2 – Marche des rayons

Dans le cas des petits angles,  $D_k = r_k/f'$  impose  $A_k = \frac{r_k}{(n-1)f'}$ . On examine le cas d'un rayon issu d'un point  $P$  de l'axe assez loin des prismes pour pouvoir encore utiliser le résultat de la première question aux petits

angles d'incidence sur chaque prisme (c'est analogue à une approximation de GAUSS de l'optique paraxiale). On travaille avec des angles absolus :  $\alpha = \frac{r_k}{OP} = -\frac{r_k}{OP}$  et  $\alpha' = \frac{r_k}{OP'}$ . Alors,  $D_k = \alpha + \alpha' = \frac{r_k}{OP'} - \frac{r_k}{OP}$ . Or,  $D_k = (n-1)A_k = \frac{r_k}{f'}$  d'où  $\frac{1}{OP'} - \frac{1}{OP} = \frac{1}{f'}$ . La lentille de FRESNEL constituée de la succession de petits prismes (arrangés en cercles... ou bien cercles prismatiques) vérifie dans ce cas la formule de conjugaison de DESCARTES et se comporte comme une lentille mince. Elle est utilisée notamment dans les optiques des phares marins (figure 3), ainsi que dans les rétroprojecteurs car elle permet de fortement condenser la lumière. Son inconvénient majeur est son fort effet dispersif. De plus, elle n'est pas stigmatique même en lumière monochromatique parce que deux rayons passant par un même prisme ne peuvent arriver au même point (l'angle de déviation étant le même).



FIGURE 3 – Lentille de FRESNEL

## 7. Images de deux miroirs plans

Réponses : les points images de  $O$  se situent tous sur un cercle de rayon  $CO$ . Par symétrie, par rapport à un miroir, l'angle est identique de chaque côté du miroir pour former l'image de  $O$ . Finalement, cela revient à provoquer une rotation de deux fois l'angle. Or, l'angle par rapport à chacun des deux miroirs est de  $10^\circ$ , les images se situent toutes en décalé de  $20^\circ$ . Comme le point  $O$  est sur la bissectrice, c'est exactement la même chose pour une première réflexion sur ( $M1$ ) que pour une réflexion sur ( $M2$ ). On aura donc  $360/20 = 18$  images d'où la réponse b).

## B. Tracés optiques

### 8. Tracés de rayons

### 9. Constructions Image - Objet

### 10. Constructions avec une lentille divergente

## C. Relations de conjugaison

### 11. Appareil photo

Réponses : la distance focale de la lentille convergente est donc de 8 cm. Comme l'image réelle d'un objet réel par une lentille convergente se situe au-delà du foyer image, il faudra forcément éloigner la lentille du capteur. Reste à calculer la distance. On écrit la relation de conjugaison de DESCARTES  $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$  avec  $f' = 8$  cm et  $\overline{OA} = -72$  cm. On trouve aussitôt la valeur de la distance du centre optique à l'image  $\overline{OA'} = 9$  cm. Réponse b).

### 12. Focométrie

Réponses :  $A$  donne une image  $A_1$  par la lentille puis  $A_1$  fournit une image  $A_2$  symétrique de  $A_1$  par le miroir plan,  $A_2$  par la lentille doit donner  $A' = A$ , il faut donc que  $A_1 = A_2$ , il n'y a que deux positions qui sont invariantes par le miroir plan :  $A_2 = A_1$  sur le plan du miroir et  $A_1 = A_2$  rejeté à l'infini, dans ce dernier cas  $A$  est sur le foyer de la lentille,  $D(d+f) = f^2$ ,  $f = \frac{1}{2}(D + \sqrt{D^2 + 4Dd})$ ,  $f = 30$  cm.

### 13. Grandissement et focométrie

Réponses : divergente,  $f' = -40$  cm,  $A'B'$  à 20 cm devant la lentille constitue un objet virtuel.

### 14. Succession de lentilles identiques

Réponses : Soit  $A$  un point de l'axe optique et  $A'$  son image par la lentille  $\mathcal{L}_n$  (peu importe dans le calcul que ces points soient réels ou virtuels). On a  $\alpha_n = -\frac{y_n}{O_n A'}$  et  $\alpha_{n-1} = -\frac{y_n}{O_n A}$  puisque l'on est dans les conditions de GAUSS. En utilisant la relation de conjugaison de la lentille, multipliée par  $y_n$ , on tire  $-\frac{y_n}{O_n A} + \frac{y_n}{O_n A'} = \frac{y_n}{f'}$  soit  $\alpha_{n-1} - \alpha_n = \frac{y_n}{f'}$ . Par ailleurs, on lit sur la figure de l'énoncé  $\alpha_n = \frac{y_{n+1} - y_n}{a}$  et  $\alpha_{n-1} = \frac{y_n - y_{n-1}}{a}$ . En combinant

les équations précédentes, on trouve la relation de récurrence  $y_{n+1} + y_{n-1} + \left(\frac{a}{f'} - 2\right) y_n = 0$ . On pourrait résoudre cette récurrence et obtenir  $y_n$  mais l'énoncé propose une approche dans un cas simplifié ( $a \ll f'$ ). Considérons les  $y_n$  comme les valeurs que prend une fonction inconnue  $y(x)$  aux points  $x = na$ . En effectuant un développement limité d'ordre 2, on obtient  $y_{n\pm 1} \simeq y_n \pm a \frac{dy}{dx} x_n + \frac{a^2}{2} \frac{d^2y}{dx^2} x_n$ . On reporte alors ceci dans la relation de récurrence, d'où  $a^2 \frac{d^2y}{dx^2} x_n + \frac{a}{f'} y(x_n) = 0$ . Dans l'approximation des milieux continus, la référence à  $x_n$  devient superflue et on tire l'équation différentielle :  $\frac{d^2y}{dx^2} + k^2 y = 0$  avec  $k = \frac{1}{\sqrt{a f'}}$ . La solution de cette équation différentielle classique est  $y(x) = y_0 \cos[k(x - x_0)]$  pour un rayon passant par  $(x_0, y_0)$ . On constate que le rayon est canalisé par la succession de lentilles : on parle de stabilité périscopique et cela a été utilisé dans les périscope de sous-marins et dans les endoscopes médicaux. Maintenant, on privilégie les fibres optiques ou les petites caméras électroniques.

## D. Instruments d'optique

### 15. Presbytie

Réponses : un œil normal voit les objets nets de l'infini à 25 cm, les rayons venant de l'infini convergent trop tôt pour le patient, il est myope. On utilise une lentille divergente pour compenser, il faut que l'image de l'infini soit située à 26 cm pour qu'elle soit vue correctement. Si on utilise des lunettes, alors les lunettes sont 24 cm devant cette image, la focale image est donc bien négative et vaut  $f' = -24$  cm, ce qui correspond à une vergence de  $-4,2 \delta$ . Si on utilise des lentilles collées sur l'œil, on aura la lentille de contact et le cristallin l'un contre l'autre ou presque. On confond leur centre optique, la focale de la lentille doit donc être  $f' = -26$  cm ce qui fait une vergence de  $-3,8 \delta$  pour les lentilles de contact. Avec la presbytie, le *punctum proximum* recule, cela sera corrigé par des lunettes convergentes.

### 16. Lentilles correctrices

Réponses : la focale équivalente doit être  $f_{eq} = D = 22$  mm pour voir à l'infini, ainsi l'image finale sera sur le fond de l'œil où se situe la rétine. Comme la lentille de contact est posée sur l'œil, on peut dire que son centre optique est confondu avec celui du cristallin. La lentille équivalente possède une vergence somme des vergences des deux lentilles :  $\frac{1}{f_{eq}} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{f_{cr}} = \frac{1}{D}$ . On applique la relation de conjugaison au cristallin avant la pose des lentilles de contact :  $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f_{cr}}$  avec  $\overline{OA'} = D$  et  $\overline{OA} = -10$  cm. On en déduit que  $\overline{OA} = -0,1$  m =  $f'$ , c'est la réponse a).

### 17. Photographie et pouvoir de résolution

Réponses :  $f' = \frac{d}{2 \tan 20^\circ} = 49,5$  mm,  $\overline{OA'} = \frac{D f'}{D - f'}$  et  $\overline{OA} = f' + t$  avec  $D \gg f'$  en général d'où  $t = \frac{f'^2}{D}$ ,  $\frac{d}{\delta} = \frac{f'}{t}$ ,  $\delta = \frac{f'^2}{N D} = 25 \mu\text{m}$ , pour  $N = 2,8$  profondeur de champ de 12 m à 37 m, pour  $N = 16$  profondeur de champ de 4,6 m à  $\infty$ , plus  $N$  grand moins il y a de lumière qui rentre dans l'objectif donc photo plus lente, temps de pause plus grand.

### 18. Étude d'un viseur

Réponses : Le système est afocal si l'image réelle d'un objet réel à l'infini est à l'infini. Or, un point objet de l'axe optique à l'infini est conjugué à  $F'_1$  par  $(L_1)$  et  $F'_1$  est conjugué à un point image à l'infini sur l'axe optique par  $(L_2)$  si  $F'_1$  correspond à  $F_2$ , donc  $D = f'_1 + f'_2 = 12$  cm, voir la figure 4 où la marche d'un pinceau lumineux est donnée.

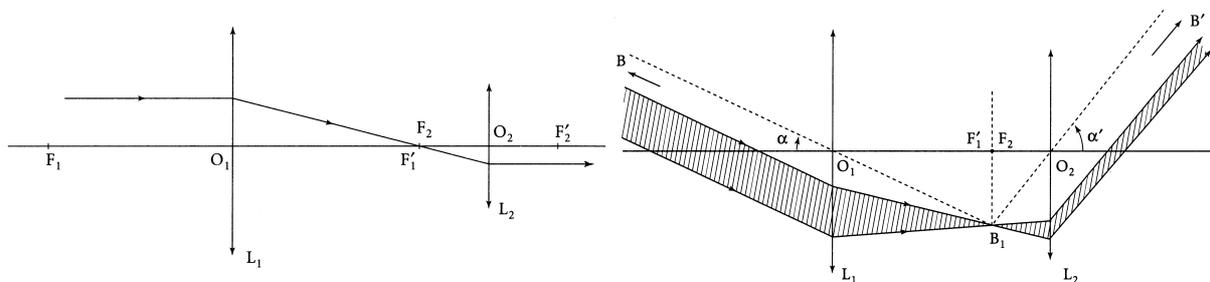


FIGURE 4 – Système afocal

Avec les triangles  $O_1 F'_1 B_1$  et  $O_2 F_2 B_1$ , sachant les angles sur l'axe optique sont faibles (approximation de GAUSS) et orientés positivement en sens trigonométrique,  $\alpha = \frac{F'_1 B_1}{O_1 F'_1}$  et  $\alpha' = \frac{F_2 B_1}{O_2 F_2}$  d'où  $G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{O_1 F'_1}{O_2 F_2}$

soit  $G = -\frac{f'_1}{f'_2} = -5,0$ . L'œil n'accommode pas si l'image finale est à l'infini. Ce n'est le cas que si l'image intermédiaire de l'objet  $AB$  est dans le plan focal objet de  $(L_2)$  (voir figure 5). On peut effectuer le calcul en posant  $p = \overline{O_1A} = -20$  cm et  $p' = \overline{O_1A_1}$ . On part de la relation de conjugaison  $\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'_1}$  donc  $p' = \frac{p f'_1}{p+f'_1}$ . Alors  $D = \overline{O_1O_2} = \overline{O_1A_1} + \overline{F_2O_2} = p' + f'_2$  soit  $D = \frac{p f'_1}{p+f'_1} + f'_2 = 22$  cm. On peut préciser l'angle  $\alpha'$  par la figure 5 (simple reprise de la construction précédente, seulement avec  $(L_2)$ ).

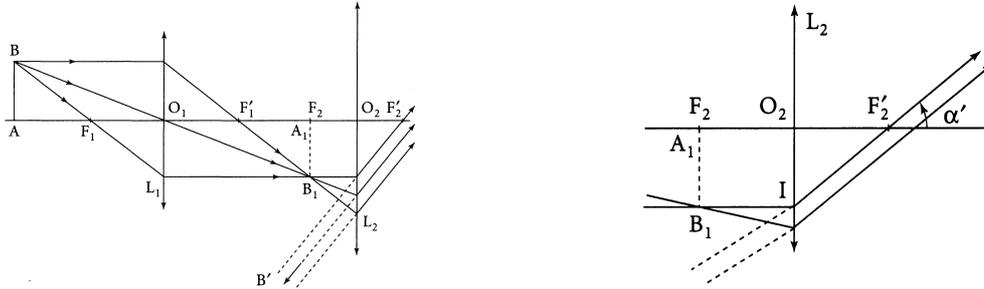


FIGURE 5 – Viseur à distance finie

On a  $\alpha' = \frac{\overline{O_2I}}{F_2O_2} = \frac{\overline{A_1B_1}}{-f'_2}$ . Or, le grandissement de la lentille  $(L_1)$  est  $\gamma_1 = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A}} = \frac{p'}{p}$ . Par conséquent, la puissance du dispositif est  $P = \frac{\alpha'}{\overline{AB}} = \frac{p'}{-f'_2 p}$  soit  $P = \frac{-f'_1}{f'_2(p+f'_1)} = 50$  dioptries où une dioptrie correspond à l'inverse d'une longueur de 1 mètre. Position de l'œil de l'observateur : abscisse de l'image de  $(L_1)$  par  $(L_2)$ .  $\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'_2}$  avec  $p = \overline{O_2O_1} = -D$  et  $p' = \overline{O_2O'}$  donc  $p' = \frac{D f'_2}{D-f'_2} = 2,2$  cm. Or, l'image  $A'B'$  n'est vue par l'observateur nettement que si  $d_m \leq \overline{A'O'} \leq +\infty$  et  $\overline{A'O'} = \overline{A'F'_2} + \overline{F'_2O_2} + \overline{O_2O'} = \overline{A'F'_2} - f'_2 + p'$  d'où la condition suivante sur  $\overline{A'F'_2}$  :  $\underbrace{d_m + f'_2 - p'}_{19,8 \text{ cm}} \leq \overline{A'F'_2} \leq +\infty$ . On pense alors aux formules de NEWTON :  $\overline{F_1A} \overline{F'_1A_1} = -f_1'^2$  et

$\overline{F_2A_1} \overline{F'_2A'} = -f_2'^2$ . On pose dans la suite du calcul  $x = \overline{F_1A}$  que l'on cherche.  $\overline{F'_1A_1} = -\frac{f_1'^2}{x} = \overline{F'_1F_2} + \overline{F_2A_1} = (D - f'_1 - f'_2) - \frac{f_2'^2}{\overline{F'_2A'}}$ . Ainsi,  $\frac{f_2'^2}{\overline{F'_2A'}} = D - f'_1 - f'_2 + \frac{f_1'^2}{x}$  d'où  $\overline{F'_2A'} = \frac{f_2'^2}{D - f'_1 - f'_2 + \frac{f_1'^2}{x}}$ . Par conséquent, en introduisant cette expression dans la condition sur  $\overline{A'F'_2}$ , on trouve  $\frac{-f_1'^2}{\underbrace{D - f'_1 - f'_2}_{-10 \text{ cm}}} \leq x \leq \frac{-f_1'^2}{\underbrace{D - f'_1 - f'_2 + \frac{f_2'^2}{(d_m + f'_2 - p')}}_{-9,8 \text{ cm}}}$ .

L'observateur ne voit qu'une tranche  $\Delta x = 2$  mm relativement faible entre l'absence d'accommodation ( $-10$  cm) et le punctum proximum ( $-9,8$  cm), d'où le nom de viseur à ce dispositif qui force la vision d'un plan bien déterminé.

### 19. Téléobjectif

Réponses : focale équivalente  $f' = -37,5$  mm,  $\frac{1}{\overline{O_1I}} - \frac{1}{\overline{O_1F_3}} = \frac{1}{f'}$  et  $\overline{O_1I} = 75$  mm,  $\overline{O_1F_3} = 25$  mm,  $\overline{O_3O_1} = 75$  mm,  $\overline{A'B'} = \overline{AB} \frac{f'_3}{-d} = -2$  mm,  $\overline{A''B''} = -6$  mm, pour avoir une telle taille avec une seule lentille :  $f = 300$  mm, deux fois plus encombrant.

### 20. Microscope

Réponses : Pas d'accommodation si  $A' = F_2$ ,  $\overline{F_1A} = -0,1$  mm,  $G = \frac{(l+f_1)(2(f_1+f_2)+l)}{f_2 f_1}$ ,  $G = 632,4$ ,  $1 \mu\text{m}$ .

### 21. Lunette astronomique - QCM

Réponses : c), a), d), b), d), a), b), d), a).