

Exercices : 07 - Polarisation

A. Polarisation rectiligne

1. Loi de Malus

Une onde lumineuse plane non polarisée traverse tout d'abord un premier polariseur rectiligne puis un second appelé analyseur dont la direction de polarisation fait un angle θ avec la direction de polarisation du précédent.

- Rappeler l'expression de l'intensité lumineuse qui émerge du dispositif sachant que l'intensité incidente était I_0 . Représenter graphiquement son évolution en fonction de θ .
- Initialement, on avait $\theta = 15^\circ$. On passe à $\theta = 5^\circ$, quelle est la variation relative de l'intensité lumineuse ? Même question lorsqu'initialement $\theta = 75^\circ$ et qu'on passe à $\theta = 85^\circ$. Quelle conclusion peut-on tirer ?

2. Polarimètre de Laurent

Le Polarimètre de Laurent est un dispositif permettant de mesurer avec une grande précision le pouvoir rotatoire de certaines substances traversées par de la lumière polarisée rectilignement. Le fonctionnement de l'appareil s'appuie sur la capacité de l'œil à apprécier dans la pénombre, avec une excellente sensibilité, l'égalité des éclairagements de deux plages contiguës sur un écran. Cet appareil est encore qualifié d'analyseur à pénombre. Dans celui-ci, un faisceau lumineux est polarisé rectilignement par un polariseur. Une moitié du faisceau va directement sur l'analyseur qui fait un angle φ avec le polariseur. L'autre moitié traverse tout d'abord une lame demi-onde et va ensuite sur l'analyseur, voir la figure 1. La lame demi-onde modifie la polarisation de la lumière incidente. Si l'on appelle β l'angle existant entre la direction de la polarisation incidente et une direction particulière de la lame (appelée ligne neutre), alors la lumière sortant de la lame demi-onde est toujours polarisée rectilignement mais elle fait un angle β avec la ligne neutre mais situé de l'autre côté de la ligne neutre (symétrie). Dans le dispositif de Laurent, l'analyseur et la ligne neutre de la lame font un angle ϵ petit.

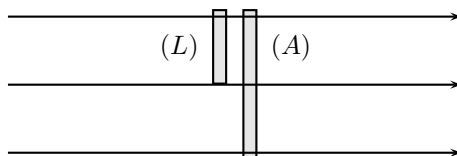


FIGURE 1 – Polarimètre de Laurent

- Dans un plan perpendiculaire à la direction de polarisation, représenter les directions du polariseur, de l'analyseur, de la ligne neutre de la lame demi-onde et de la direction de polarisation de la lumière ayant traversée cette lame. On fera figurer les angles φ et ϵ .
- En déduire l'expression de l'intensité lumineuse obtenue pour la partie du faisceau allant directement sur l'analyseur et celle obtenue pour la partie du faisceau ayant traversée la lame. On note I_0 l'intensité obtenue sans lame et sans analyseur.
- Pour profiter d'une meilleure acuité de l'œil dans les conditions de faible éclairage, on souhaite réaliser l'égalité de pénombre (égalité des intensités sur les deux zones de l'appareil, avec la plus faible valeur envisageable). Exprimer alors φ en fonction de ϵ .
- On veut qu'à l'égalité de pénombre, ces deux éclairagements vérifient $I_1 = I_2 = I_p = 0,05I_0$. Calculer ϵ .
- Exprimer et calculer la variation de φ à partir de l'égalité de pénombre, correspondant à un écart relatif entre éclairagements égal à la plus petite variation décelable par un observateur moyen, soit : $\frac{I_2 - I_1}{I_p} = 0,05$. Conclure.

Lorsqu'on introduit la substance ayant un pouvoir rotatoire dans le dispositif, les directions de polarisation tournent d'un angle α et l'égalité des éclairagements n'est plus réalisée. On la rétablit en tournant l'analyseur du même angle α . Cela permet de mesurer avec précision cet angle du fait de la sensibilité de l'œil à l'égalité de pénombre.

3. Filtre de Lyot

Une onde électromagnétique plane progressive harmonique de longueur d'onde dans le vide λ_0 , décrite en notation complexe par $\vec{E} = E_0 \exp j(\omega t - kz) \vec{u}$ et polarisée rectilignement sur la première bissectrice \vec{u} des axes (\vec{e}_x, \vec{e}_y) traverse successivement :

- Une lame biréfringente (L) qui déphase d'un retard $\varphi = 2\pi \Delta n e / \lambda_0$ la composante du champ électrique selon \vec{e}_y sans changer la composante selon \vec{e}_x ; Δn est une caractéristique de la lame et e est son épaisseur choisie pour que $e \Delta n = \lambda_c$ soit une longueur d'onde du spectre visible.
 - Un polariseur (P) qui projette le champ électrique sur la première bissectrice \vec{u} des axes (\vec{e}_x, \vec{e}_y) .
1. Un photodétecteur mesure l'éclairement, proportionnel à la valeur moyenne du carré du champ électrique \vec{E} d'une part à l'entrée de (L) et d'autre part à la sortie de (P). Montrer que leur rapport vaut $T = \cos^2(\varphi/2)$.
 2. Pour observer les taches solaires, on souhaite réaliser des photographies du Soleil couvrant toute sa surface et en lumière monochromatique. Pour cela, LYOT a réalisé au début du XX^e siècle un filtre constitué de $N \gg 1$ cellules analogues à celle de la question 1, d'épaisseurs respectives $e, 2e, 2^2e, \dots, 2^{N-1}e$.
 3. Interpréter le filtrage sans calcul en examinant graphiquement l'effet de chaque cellule.
 4. Pourquoi un spectroscopie à réseau ne permet-il pas de photographier toute la surface du Soleil en bloc ?

4. Pouvoir rotatoire

Une source lumineuse non polarisée émet deux radiations monochromatiques de même intensité et de longueurs d'onde $\lambda_1 = 450$ nm et $\lambda_2 = 600$ nm. La lumière traverse successivement deux polariseurs rectilignes croisés. Ensuite, on introduit entre le polariseur et l'analyseur une lame de quartz qui a le pouvoir de faire tourner d'un angle α la direction de polarisation d'une lumière polarisée rectilignement. Ce pouvoir qualifié de rotatoire dépend de la longueur d'onde selon la loi :

$$\alpha = \frac{\pi}{4} \left(\frac{\lambda_0}{\lambda} \right)^2$$

avec $\lambda_0 = 900$ nm.

1. Quelle est l'intensité perçue au delà du dispositif avant l'introduction de la lame de quartz ?
2. Même question après avoir introduit la lame de quartz.

On travaille maintenant avec une source monochromatique de longueur d'onde $\lambda_2 = 600$ nm. Certaines substances chimiques possèdent aussi un pouvoir rotatoire, c'est en particulier le cas des molécules chirales, c'est-à-dire les molécules dont l'image dans un miroir n'est pas superposable à elle-même (situation de type main droite - main gauche). Leur pouvoir rotatoire est donné par la loi de Biot :

$$\alpha_s = [\alpha^0]CL$$

où $[\alpha^0]$ est le pouvoir rotatoire spécifique, C la concentration de la solution et L la longueur de solution traversée par la lumière. Ici, $L = 20$ cm.

On introduit entre le polariseur et l'analyseur en plus de la lame de quartz, une cuve contenant une substance active. Lorsque la concentration de la solution en substance active vaut $C = 100$ g · L⁻¹, on retrouve l'intensité évaluée à la question 1.

3. Que peut-on en déduire quand au pouvoir rotatoire de la substance utilisée ? Calculer son pouvoir rotatoire spécifique $[\alpha^0]$.

5. Mesure de pouvoir rotatoire

On éclaire un dispositif constitué de deux polariseurs encadrant une cellule de 20 cm de longueur renfermant une solution de nicotine dans le benzène, voir la figure 2. Cette solution est caractérisée par le phénomène de *pouvoir rotatoire* : à sa traversée, une onde polarisée rectilignement tourne dans le sens trigonométrique d'un angle $\theta(\lambda)$, dépendant de la longueur d'onde λ . On notera φ l'angle entre les directions d'analyse des deux polariseurs. On donne $\theta(\lambda_0) = 328^\circ$ pour la longueur d'onde $\lambda_0 = 589$ nm des raies D du sodium.

1. La source est monochromatique, à la longueur d'onde λ_0 des raies D du sodium. Quelles valeurs de φ permettent-elles d'obtenir l'extinction de lumière ?
2. Le pouvoir rotatoire est en fait décroissant avec la longueur d'onde ; on l'écrira $\theta(\lambda) = a + \frac{b}{\lambda}$; sachant que $\theta(400 \text{ nm}) = 2\theta(800 \text{ nm})$, déterminer a et b .
3. Le dispositif est éclairé en lumière blanche et réglé de sorte que $\varphi = 0^\circ$. La lumière produite au niveau du point de mesure est alors décomposée en ses diverses composantes monochromatiques au moyen d'un spectroscopie. On observe alors la présence de certaines *cannelures sombres*, i.e. l'absence de lumière pour certaines valeurs λ_k de la longueur d'onde.

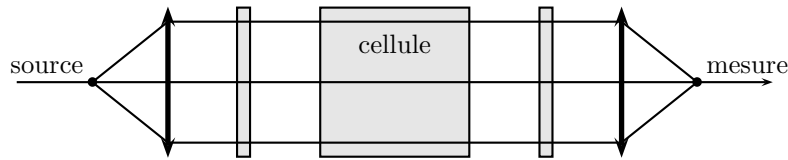


FIGURE 2 – Mesure de polarisation rotatoire

- Combien observe-t-on de cannelures sombres ?
- On tourne le second polariseur d'un faible angle dans le sens des aiguilles d'une montre. Les cannelures sombres se déplacent-elles vers le rouge ou vers le violet ?

B. Polarisation circulaire

6. Polarisation circulaire et modèle de pouvoir rotatoire

On considère une onde lumineuse se propageant le long de l'axe (Oz) et caractérisée par la grandeur lumineuse vectorielle $\vec{W}(\vec{r}, t) = \vec{W}_0 \exp[i(\omega t - kz)]$, qui vérifie les deux relations :

— l'onde est *transverse*, i.e. $\vec{W} \cdot \vec{e}_z = 0$;

— l'équation de propagation de l'onde est $\frac{\partial^2 \vec{W}}{\partial z^2} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \vec{W}}{\partial t^2} = \gamma \vec{e}_z \wedge \frac{\partial \vec{W}}{\partial t}$, où $\gamma > 0$ et $\gamma < \frac{\omega}{c_0^2}$.

- Expliciter les relations vérifiées par W_x et W_y . En déduire l'existence de deux ondes possibles, dont on exprimera les vecteurs d'ondes k_+ et k_- (avec $k_+ > k_-$) en fonction de ω , c_0 et γ .

Dans la suite, on notera $k_m = \frac{k_+ + k_-}{2}$ et $\Delta k = k_+ - k_-$.

- Quel est l'état de polarisation correspondant à chacune des deux solutions k_+ et k_- ?
- On impose, à l'entrée ($z = 0$) de ce milieu une onde polarisée rectilignement, $\vec{W}(z = 0) = W_0 \vec{e}_x \exp(i\omega t)$ avec $W_0 > 0$. Déterminer l'état de polarisation de l'onde après la traversée d'une épaisseur e de ce milieu. On pourra poser $\theta = \Delta k \times e$.

7. Polarisations rectiligne et circulaire

- Montrer que toute onde polarisée circulairement est la somme de deux ondes polarisées rectilignement à angle droit.
- Montrer que toute onde polarisée rectilignement est la somme de deux ondes polarisées circulairement en sens inverse.
- Une OPPM polarisée CD se propage dans la direction de l'axe (Oz) jusqu'au plan $z = 0$ où elle subit une réflexion avec le coefficient de réflexion $r = -1$. Déterminer la nature de l'onde réfléchie. Déterminer la nature de l'onde totale dans le domaine $z < 0$.