

## Exercices : 08 - Interférences.

### A. Caractéristiques de la figure d'interférences

#### 1. Battements ou interférences

On enregistre avec un microphone le son généré par deux hauts parleurs qui émettent des ondes sonores sinusoïdales de fréquence  $f_1$  et  $f_2$ . Quelle affirmation est-elle correcte ? On portera son attention sur les graphiques de la figure 1.

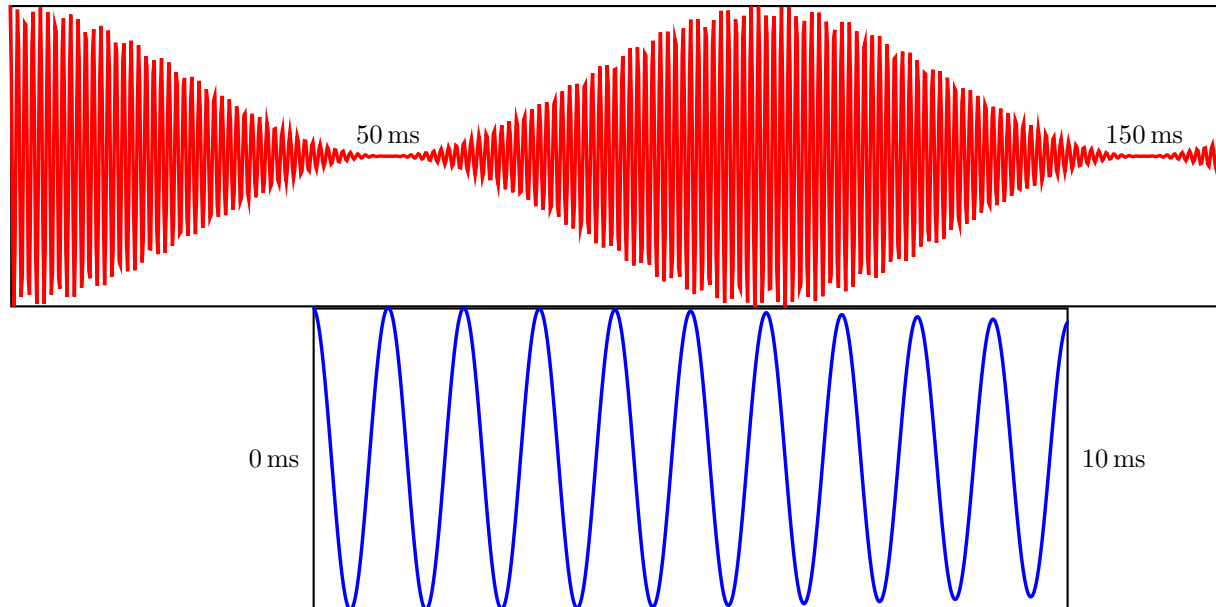


FIGURE 1 – Son enregistré par le microphone

Proposition de réponses :

- a) Il s'agit d'un phénomène d'interférences et  $f_1 = f_2 \simeq 20$  Hz
- b) Il s'agit d'un phénomène d'interférences et  $f_1 = f_2 \simeq 1\,000$  Hz
- c) Il s'agit d'un phénomène de battements et  $f_1 \simeq f_2 = 20$  Hz
- d) Il s'agit d'un phénomène de battements et  $f_1 \simeq f_2 = 1\,000$  Hz

#### 2. Éclairement et contraste d'une image

- Donner la valeur du contraste d'une image :
  - parfaitement blanche sur toute sa surface ;
  - faite d'une alternance de traits blancs et noirs ;
  - présentant une modulation d'intensité lumineuse allant de 9 à 10 (unité arbitraire).
- La notice d'un téléviseur LCD (Liquid Crystal Display ou écran à cristaux liquides) indique une luminance (intensité lumineuse émise dans une direction donnée, par unité de surface) maximale de  $300 \text{ Cd} \cdot \text{m}^{-2}$  et un rapport entre les zones les plus sombres et les plus claires de 1 : 3000. Calculer le contraste de l'image et la luminance des zones sombres.

#### 3. Évolutions de la figure d'interférences

Un système optique, composé de deux lentilles minces convergentes identiques  $L_1$  et  $L_2$ , est éclairé par un faisceau de lumière monochromatique provenant d'un point source  $A_0$  placé au foyer objet de  $L_1$ . On place entre les deux lentilles, à mi-distance, un écran opaque  $D$  percé de deux fentes rectangulaires de largeur  $\epsilon$  et de longueur  $b \gg \epsilon$ . Les deux fentes sont séparées par la distance  $a$  telle que  $a \gg \epsilon$ . On considère que les fentes sont infiniment minces et par conséquent qu'elles diffractent une amplitude identique dans toutes les directions de l'espace. L'ensemble du dispositif est représenté sur la figure 2.

- Calculer l'éclairement obtenu sur l'écran en fonction de  $x$  et décrire le phénomène observé sur ce même écran situé dans le plan focal image de la lentille  $L_2$ . On donne  $\lambda = 0,5 \mu\text{m}$ ,  $a = 0,05 \text{ mm}$  et  $f = 1 \text{ m}$ .

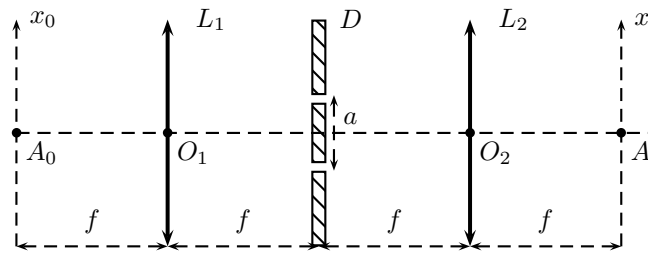


FIGURE 2 – Dispositif des fentes d’Young à l’infini

2. Que se passe-t-il si on fait subir aux fentes d’Young :
  - une translation suivant la direction  $x$  ?
  - une rotation dans son propre plan ?
  - une dilatation, c’est-à-dire qu’on augmente la distance  $a$  qui sépare les fentes ?
3. Que pensez-vous de l’influence de la distance entre les lentilles  $L_1$  et  $L_2$  et la fente ?
4. Les fentes étant placées comme l’indique la figure 2, que se passe-t-il lorsqu’on fait subir à la source  $A_0$  un petit déplacement suivant l’axe des  $x_0$  ?
5. On met maintenant au point  $A_0$  une source lumineuse qui n’est plus monochromatique. Elle comporte en fait 3 longueurs d’ondes valant respectivement  $0,5 \mu\text{m}$ ,  $0,6 \mu\text{m}$  et  $0,7 \mu\text{m}$ . Expliquer rapidement mais soigneusement ce qu’il se produit.

**4. Étude des franges du miroir de Lloyd**

On réalise l’expérience du miroir de LLOYD. La source lumineuse  $S$  est située à la distance  $a$  du plan du miroir. On réalise une observation en un point  $M$  situé sur un écran placé à grande distance  $D$  de  $S$ , repéré par la coordonnée  $x$  (cf. figure 3).

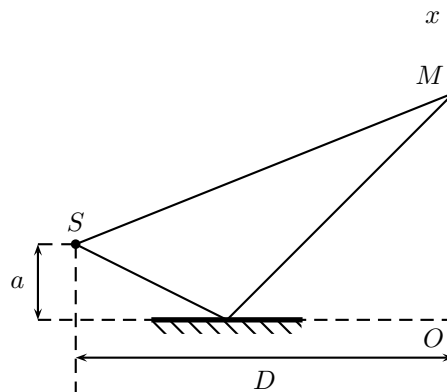


FIGURE 3 – Miroir de Lloyd

1. La source  $S$  est monochromatique (de longueur d’onde  $\lambda$ ) et ponctuelle. On *admet* que la réflexion de la lumière sur le miroir s’accompagne, dans les conditions de polarisation utilisées ici, d’un déphasage de  $\pi$ .
  - (a) Déterminer l’éclairement et le contraste en  $M$ . Déterminer l’interfrange  $i$  et la nature de la frange en  $O$ . Pourquoi cette frange est-elle fictive ?
  - (b) Montrer qu’on peut remplacer  $S$  par une fente très fine mais assez longue sans changer la nature de l’interférogramme. On précisera la disposition de cette fente.
2. On remplace  $S$  par une telle fente, très longue mais de largeur finie  $s$ . Déterminer l’éclairement et le contraste en  $M$ . Commenter.
3.  $S$  est à nouveau très fine mais émet dans un spectre continu de longueurs d’onde  $\lambda$  ou de nombres d’onde  $\sigma$  avec l’intensité lumineuse émise par unité de nombre d’onde  $\frac{dI}{d\sigma} = I_0$  si  $\sigma \in [\sigma_0 - \Delta\sigma/2; \sigma_0 + \Delta\sigma/2]$  et  $\frac{dI}{d\sigma} = 0$  sinon. Déterminer l’éclairement et le contraste en  $M$ .
4. Qu’observe-t-on en lumière blanche ?

### 5. Interférences avec deux miroirs parallèles

On considère le montage représenté sur la figure 4.  $M_1$  et  $M_2$  sont des miroirs plans distants de  $2l$ .  $S$  et  $S'$  sont des sources ponctuelles monochromatiques, distantes de  $2a$ , de même longueur d'onde  $\lambda$  et de même intensité. L'écran opaque  $E$  supprime la lumière directe.

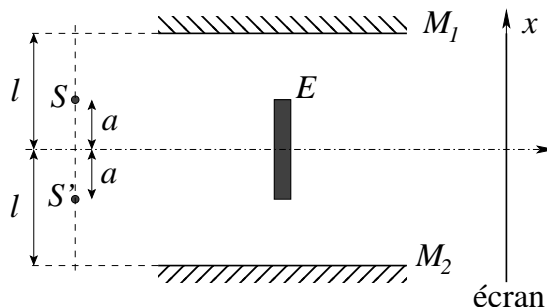


FIGURE 4 – Interférences avec deux miroirs plans parallèles

- Déterminer l'intensité lumineuse  $I(x)$  sur l'écran (placé loin), ainsi que le contraste des franges.

On rappelle que :  $\cos p + \cos q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$ .

### 6. Panneaux solaires anti-reflet

Les panneaux solaires les plus performants ont actuellement un rendement de 25%. On cherche à savoir ici quel gain on peut obtenir en utilisant une couche anti-reflet. l'ensemble des cellules photovoltaïques est protégé par une plaque de verre d'indice  $N = 1,50$ . les coefficients de réflexion  $R$  et de transmission  $T$  en puissance d'un dioptre sont donnés par :

$$R = \left( \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2 \quad T = \frac{4n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2}$$

- En considérant  $n_{air} = 1$ , quelle est la puissance perdue par réflexion sur un panneau ?

Une couche d'épaisseur  $e$  d'un milieu transparent d'indice  $n$  tel que  $1 \leq n \leq N$  est déposée sur le verre. On ne tiendra compte que des deux premières réflexions sur chacun des dioptres. Voir la figure 5.

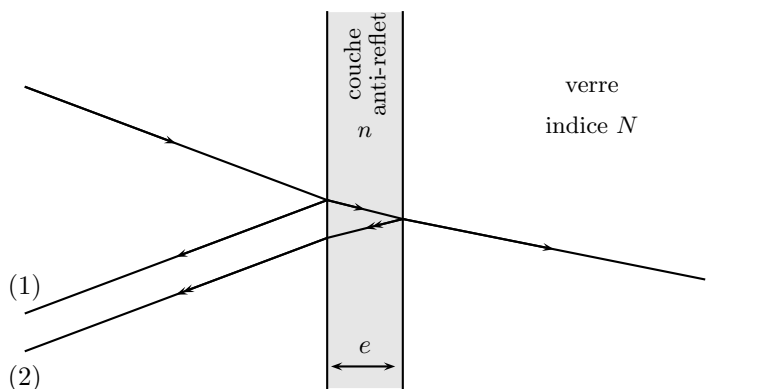


FIGURE 5 – Couche anti-reflet sur verre

- Expliquer qualitativement comment un tel dispositif peut réduire la puissance réfléchi.
- On suppose que l'onde incidente, d'éclairement  $E_0$  et de longueur d'onde  $\lambda_0 = 600 \text{ nm}$ , arrive en incidence normale. Quels sont les éclairements  $E_1$  et  $E_2$  des ondes réfléchies ? Exprimer la différence de marche  $\delta$ . En déduire les caractéristiques de la couche anti-reflet la plus mince.

La lumière du Soleil n'est pas monochromatique, on considère alors que l'éclairement total de l'onde réfléchi à la pulsation  $\omega$  est :

$$dE_r = 2E_0^\omega \left( 1 + \cos \left( \frac{\omega \delta}{c} \right) \right) \quad \text{avec} \quad \omega_0 - \frac{\Delta\omega}{2} \leq \omega \leq \omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2}$$

4. En supposant  $E_0^\omega$  constant sur tout le spectre, exprimer l'éclairement total  $E_r$  de l'onde réfléchie. Étudier le coefficient de réflexion grâce au programme *Python* dénommé *2017-005-CoucheAntiRefllet*. Quelle doit être l'épaisseur de la couche pour une efficacité maximale ? Quel gain obtient-on par rapport à un panneau dépourvu d'une telle couche ?
5. En supposant  $R$  et  $T$  peu dépendants de l'angle d'incidence, comment peut-on définir un coefficient de réflexion en incidence quelconque ? Compléter éventuellement le programme *Python* pour étudier ce coefficient. Que pensez-vous de l'efficacité d'une telle couche pour des angles d'incidence importants ?

**7. Diffraction par deux trous**

La photo de la figure 6 représente une figure de diffraction à l'infini.

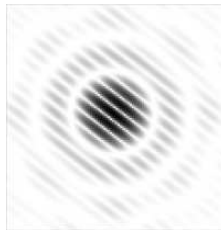
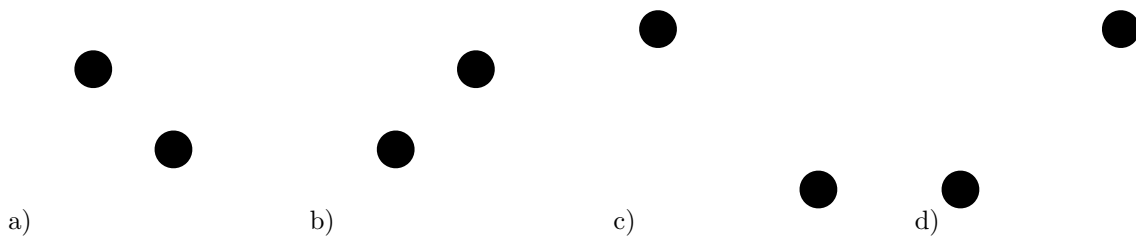


FIGURE 6 – Diffraction par deux trous

Parmi les propositions faites ci-dessous, quelle est la bonne configuration ?

Proposition de réponses :



**8. Trous de Young et frange achromatique**

Un faisceau cohérent de longueur d'onde  $\lambda$  éclaire en incidence normale un écran opaque  $\Pi$  percé de deux fentes fines, rectangulaires, de même largeur  $d$ , dont les centres sont distants de  $a$ . On observe la formation de franges d'interférence sur un écran  $E$  disposé parallèlement à  $\Pi$ , à la distance  $D = 1$  m de  $\Pi$  (cf. fig. 7).

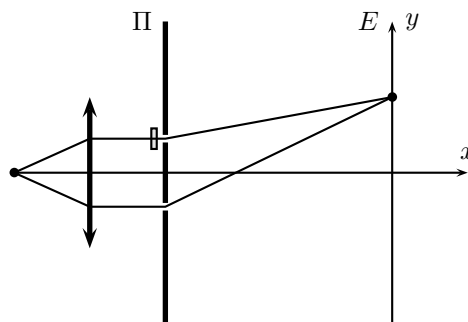


FIGURE 7 – Fentes de Young et frange achromatique

Dans un tel cas de figure, l'intensité obtenue en un point de coordonnée  $y$  sur l'écran est la conséquence du phénomène d'interférences et de celui de la diffraction de la lumière par chaque fente. L'expression de l'éclairement est donné par la formule suivante :

$$E = \frac{E_{max}}{2} \text{sinc}^2 \frac{\pi dy}{\lambda_0 D} \left( 1 + \cos \frac{2\pi ay}{\lambda_0 D} \right)$$

1. À quelle condition (portant sur  $d$  et  $a$ ) peut-on considérer que l'éclairement des franges claires est constant (à 1% près) pour une trentaine de franges au moins de part et d'autre de la frange centrale ? On se placera dans ce cas dans toute la suite.

Déterminer alors la disposition des franges sur l'écran ; calculer numériquement l'interfrange  $i$  correspondant (on prendra  $\lambda_0 = 560 \text{ nm}$  et  $a = 1,0 \text{ mm}$ ).

- On interpose sur le trajet de la lumière passant par *une des deux fentes seulement* une mince lame de verre, d'épaisseur  $e = 0,05 \text{ mm}$  et d'indice optique  $n_0 = 1,52$ .

Comment l'aspect de l'écran est-il modifié ? On calculera le déplacement de la frange centrale, avant de le comparer à l'interfrange.

- On éclaire maintenant le même dispositif en lumière blanche ; on doit tenir compte du caractère dispersif du verre utilisé, dont l'indice varie selon  $\frac{dn}{d\lambda} = -1,2 \times 10^6 \text{ m}^{-1}$  autour de la valeur moyenne  $n_0 = 1,52$  atteinte pour la longueur d'onde  $\lambda_0 = 560 \text{ nm}$ , qui correspond au maximum de sensibilité de l'œil humain. On appelle alors *frange achromatique* la zone de l'écran dont l'ordre d'interférence  $p$  dépend le moins possible de la longueur d'onde.

Déterminer la position de la frange achromatique ; comparer à la position de la frange centrale déterminée à la question précédente. La frange achromatique est-elle sombre ou brillante ?

### 9. Étude des anneaux de Newton

On réalise un dispositif interférentiel en disposant, sur un miroir plan, une lentille de verre plan-convexe ( $L$ ) dont la face en contact avec le miroir ( $M$ ) a pour rayon de courbure  $R = 1 \text{ m}$  (cf. fig. 8). Ce dispositif est éclairé (au travers d'une lame semi-réfléchissante) par un faisceau parallèle, cylindrique, de rayon  $r = 2 \text{ cm}$ . On observe les interférences à l'infini. La réflexion sur un miroir entraîne une différence de marche supplémentaire de  $\lambda/2$ .

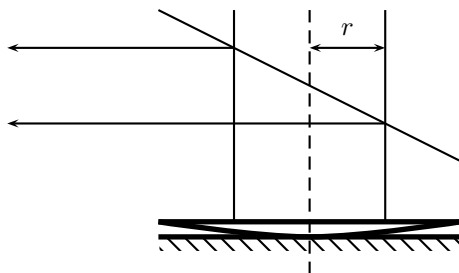


FIGURE 8 – Anneaux de Newton

- On remarque que  $r \ll R$ . Quelle hypothèse simplificatrice peut-on en déduire quant à la direction des faisceaux réfléchis sur ( $M$ ) et sur la face inférieure de ( $L$ ) ?

En déduire l'expression de la différence de marche, puis le nombre d'anneaux observables.

Application numérique :  $\lambda = 589 \text{ nm}$ .

- La source émet en fait deux radiations (raies D du Sodium) de longueurs d'onde voisines  $589,0 \text{ nm}$  et  $589,6 \text{ nm}$ . Observe-t-on un brouillage des franges ?
- Même question si on soulève ( $L$ ) d'une hauteur  $z$  au dessus du miroir. On calculera la première valeur de  $z$  assurant un brouillage au centre et on étudiera l'aspect de la figure sur toute son étendue pour cette même valeur de  $z$ .

### 10. Biprisme de Fresnel en lumière parallèle

Un ensemble de deux prismes de verre, à base triangulaire, accolés par la base, d'indice  $n$ , de même angle au sommet  $A$ , très faible, est éclairé à travers un filtre monochromateur à la longueur d'onde  $\lambda$ , sous incidence normale. Le faisceau incident est obtenu au moyen d'une lentille sphérique mince convergente au foyer objet de laquelle une source  $S$  est placée derrière une fente fine (non représentée sur la figure 9). On observe la répartition de l'éclairement sur un écran placé dans le plan ( $xy$ ) situé à la distance  $L$  du biprisme, choisie pour observer le plus grand nombre de franges possibles. On donne  $A = 1^\circ$  et  $n = 1,573$ . La hauteur totale éclairée pour chaque prisme est notée  $h$ .

- On donne  $\lambda = 580 \text{ nm}$ ,  $h = 2 \text{ cm}$ ,  $L = 1 \text{ m}$ . En déduire l'aspect de l'écran.
- Quelle est la disposition de la fente source qui ne perturbe pas l'observation des franges ?
- On retire le filtre de façon à éclairer le dispositif en lumière blanche. En un point d'abscisse  $x$  de l'écran, on place la fente d'entrée d'un spectroscopie parallèlement aux franges des questions précédentes et on constate que le spectre lumineux observé est parsemé de cannelures sombres. Expliquer. Préciser le nombre de cannelures visibles. On prendra  $x = 0,5 \text{ mm}$ .

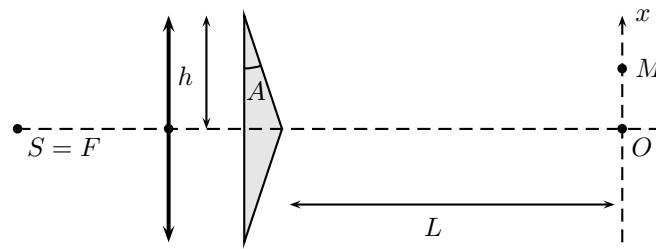


FIGURE 9 – Biprisme de Fresnel

### 11. Interférences en ondes sonores

Deux sources ponctuelles  $S_1$  et  $S_2$  émettent des ondes sonores sinusoïdales à la même fréquence  $f = 430$  Hz. La vitesse du son est  $c = 340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .  $S_1$  et  $S_2$  sont en phase et de même puissance. On considère que ces sources rayonnent de façon totalement isotrope dans tout l'espace.

1. Quel est le déphasage des ondes provenant des deux sources en un point  $P$  situé à la distance  $d_1 = 2,4$  m de  $S_1$  et  $d_2 = 3,6$  m de  $S_2$  ?
2. Si en  $P$ , l'amplitude de l'onde émise par  $S_2$  est  $A_2$ , quelle est l'amplitude de l'onde provenant de  $S_1$  (en fonction de  $A_2$ ) ?
3. Quelle est l'amplitude de l'onde résultante en  $P$  ?
4. L'intensité sonore de l'onde en  $P$  est  $I = 2,0 \times 10^{-6} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ . Que devient cette intensité si on éteint  $S_2$  ?

### 12. Avion à l'approche - Ondes radio

Un avion approche d'une piste d'atterrissage avec une vitesse  $v$ . Pour se repérer et se guider, il utilise deux signaux radio de fréquence  $f_0 = 12$  MHz émis par deux antennes séparées de  $L = 100$  m installées sur le bord de la piste. Les deux antennes sont supposées synchrones et cohérentes. L'avion encore éloigné se dirige vers la piste en visant le point milieu des deux antennes en faisant un angle  $\theta$  évalué par rapport à la médiane du segment constitué par les deux antennes.

1. L'intensité de l'onde émise séparément par chaque antenne est  $I_0$ . Déterminer l'intensité de l'onde résultant des interférences entre les deux ondes radio pour  $\theta = 0$  et puis pour  $\theta = \pi/2$ . Pour quel angle minimal l'avion ne reçoit-il pas de signal ?
2. L'avion éloigné fait une erreur de trajectoire et se dirige avec un angle  $\theta = 0$  en direction d'une des deux antennes et non pas en direction du milieu de la piste. Le pilote constate que le signal commence à diminuer. Quelle est la plus petite distance séparant l'avion de l'antenne visée pour laquelle l'intensité reçue est minimale ?

L'avion vise à nouveau le centre de la piste mais en faisant un angle  $\theta = 30^\circ$  avec la médiane du segment formé par les deux antennes. Sa vitesse est  $v$ . L'avion produit lui aussi un signal de référence de fréquence 12 MHz qui est superposé au signal reçu des deux antennes. Le signal résultant obtenu présente des battements de fréquence  $\Delta f = 1$  Hz.

3. Quel est le phénomène responsable de cet effet ? Montrer qu'il permet de déterminer la vitesse d'approche de l'avion. Déterminer la vitesse  $v$  de l'avion.

### 13. Un film de savon

Un film de savon est formé entre les fils d'un cadre rectangulaire. Sous l'effet de la gravité, le film est déformé et son épaisseur, repérée par la grandeur  $e$  évolue linéairement en fonction de l'abscisses  $x$  ( $e(x)$  est une fonction affine de la forme  $ax$ ). On éclaire en incidence normale la surface du film de savon (indice de réfraction  $n = 1,33$ ). On observe la première frange d'interférence dans le violet ( $\lambda = 420$  nm) à la distance  $x = 4,00$  cm du haut du cadre. À quelle distance observe-t-on la première frange d'interférence dans le vert ( $\lambda = 525$  nm) ? Voir le schéma de la figure 10.

Proposition de réponses :

- a)  $x = 5,0$  cm      b)  $x = 3,2$  cm      c)  $x = 6,2$  cm      d)  $x = 2,0$  cm

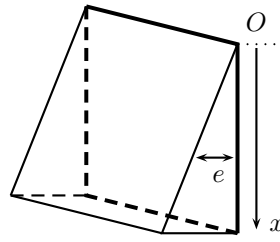


FIGURE 10 – Lamme de savon déformée sous l'effet de la gravité

#### 14. Lentilles en aval de deux fentes d'Young

Soient  $F_1$  et  $F_2$  deux fentes très fines parallèles de YOUNG percées dans une plaque opaque d'épaisseur négligeable (distance entre fentes  $F_1F_2 = a$ ). Ces fentes fines sont éclairées en incidence normale par une lumière monochromatique de longueur d'onde  $\lambda$ . On place juste après (contre) cette plaque une lentille ( $L$ ) convergente dont le centre est à égale distance des deux fentes. Sa distance focale est  $f'$ . Ensuite, on place parallèlement au dispositif précédent un écran à une distance  $D$ .

1. Déterminer l'interfrange  $i$  du phénomène d'interférences observé sur l'écran lorsque  $D = f'$ .
2. Reprendre la question précédente, lorsque  $D = 2f'$ .

### B. Applications des interférences à la mesure

#### 15. Méthode interférométrique de Michelson en astronomie

ALBERT MICHELSON (1852-1931), inventeur par ailleurs du célèbre interféromètre qui porte son nom, a imaginé un dispositif permettant de mesurer de très faibles distances angulaires en astronomie. Il a pu ainsi résoudre certains couples d'étoiles doubles ou mesurer certains diamètres stellaires. Le schéma de principe est représenté sur la figure 11. Les quatre miroirs sont parallèles deux à deux et orientés à  $45^\circ$  par rapport au plan de fentes de YOUNG. Un objet ponctuel à l'infini est repéré par l'angle  $\alpha$ , supposé petit.

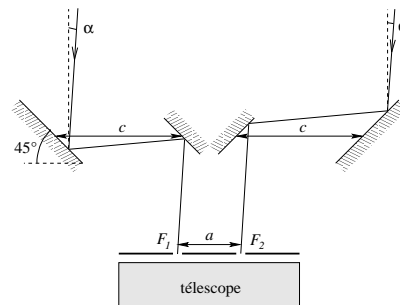


FIGURE 11 – Dispositif d'interférométrie astronomique de MICHELSON

Le télescope est formé d'un miroir parabolique de foyer  $F$ , de focale  $f$ . Dans le plan focal du miroir, près de  $F$ , on place une plaque photographique. On peut considérer que tout se passe comme si on remplaçait le miroir parabolique par une lentille convergente de distance focale  $f$ . Un cache percé de deux trous distants de  $a$  ( $a$  est variable) est placé devant le télescope. L'ensemble peut tourner autour de l'axe  $Oz$  (cf. fig. 12). Un monochromateur disposé devant l'ensemble sélectionne la longueur d'onde  $\lambda$ .

1. On observe une étoile située à l'infini dans la direction de l'axe  $Oz$ . Déterminer l'intensité lumineuse  $I(x, y)$  observée sur la plaque photographique.  
Quel est l'effet de la rotation du système autour de  $Oz$  ?
2. On observe une étoile double. La première est sur l'axe optique, la seconde est dans la direction de vecteur unitaire  $\vec{u} = (\alpha, \beta, \gamma)$  avec  $\gamma \simeq -1$ .  
Déterminer l'intensité lumineuse  $I(x, y)$  observée sur la plaque photographique. Commenter.
3. On observe une source unique, spatialement large ; on pourra la modéliser par un carré de côté  $c$  situé à la distance  $d \gg f$ .  
Déterminer l'intensité lumineuse  $I(x, y)$  observée sur la plaque photographique. Commenter.

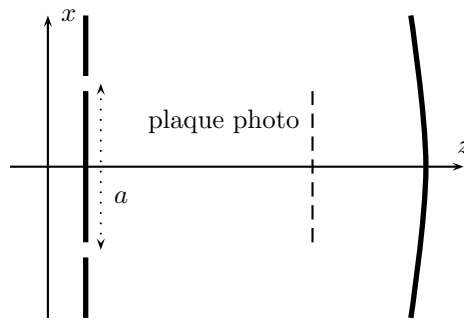


FIGURE 12 – Interférométrie astronomique

**16. Mesure de petits angles**

On considère l’interféromètre de Mach-Zender représenté sur la figure 13.  $S$  est une source monochromatique de longueur d’onde  $\lambda$  placée au foyer d’une lentille mince convergente.  $G_1$  et  $G_2$  sont deux lames semi-réfléchissantes introduisant les mêmes déphasages. Elles sont inclinées à  $45^\circ$  par rapport à l’axe  $Sx$ .  $M_1$  et  $M_2$  sont deux miroirs plans parallèles aux lames. La figure d’interférences est observée au moyen d’un oculaire.

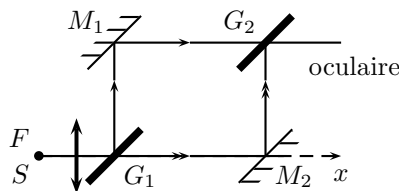


FIGURE 13 – Interféromètre de Mach-Zender

1. Dans la configuration du dessin, qu’observe-t-on dans l’oculaire ?
2. Même question si on interpose une lame à faces parallèles, non absorbante, d’indice  $N$  et d’épaisseur  $e$  sur le trajet  $M_1G_2$ . La lame est disposée perpendiculairement au faisceau lumineux. Calculer la variation d’ordre pour  $\lambda = 0,5 \mu\text{m}$ ,  $e = 0,1 \text{ mm}$  et  $N = 1,5$ .
3. Que se passe-t-il si on incline la lame d’un angle petit  $\theta$  ? Quel est l’angle  $\theta$  le plus petit détectable avec un récepteur capable de mettre en évidence une variation de l’ordre d’interférence de  $\Delta p = 0,05$  ?

**17. Expérience de Fizeau**

On considère le dispositif interférentiel des trous d’Young distants de  $a = 10 \text{ mm}$ , percés dans un écran opaque éclairé sous incidence normale par une onde plane progressive de longueur d’onde  $\lambda = 585 \text{ nm}$ . Un écran est situé à  $D = 20 \text{ m}$ .

1. Montrer que, compte tenu des ordres de grandeurs, la différence de marche en un point  $M$  de l’écran situé dans le plan de l’écran et repéré par son abscisse  $x$  est  $\delta = \frac{ax}{D}$ .
2. Dans l’expérience de Fizeau, on place derrière les deux trous du dispositif d’Young deux tubes parallèles à l’axe du système, de même longueur  $L = 5 \text{ m}$ , traversés par la lumière sous incidence quasi-normale. Voir la figure 14. On crée dans ces tubes un courant d’eau de même vitesse  $v_{eau} = 7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  en sens opposé dans les deux tubes. L’indice de l’eau au repos étant égal à  $n = 1,337$ , la célérité de la lumière dans le référentiel de l’eau est égale à  $c_0/n$ . Si on suppose que la célérité de la lumière dans l’eau en mouvement vaut  $\frac{c_0}{n} \pm v_{eau}$ , c’est à dire résulte d’une loi de composition familière, exprimer la variation de la différence de marche  $\delta$  au point  $M$  de l’écran, lorsqu’on établit le courant d’eau, en limitant les calculs à l’ordre 1 en  $\frac{v_{eau}}{c_0}$ .
3. Sachant que l’établissement du courant d’eau déplace les franges de  $\Delta x = 0,37 \text{ mm} \pm 0,05 \text{ mm}$ , que faut-il penser de l’hypothèse faite quant à la loi de composition des vitesses ?

**18. Mesure de la vitesse d’écoulement d’un fluide**

Lorsque la source de lumière utilisée est un laser comme c’est le cas ici, on parle alors de *vélocimétrie-laser*. Une tranche de fluide homogène d’indice  $n$  comprise entre deux plans d’équations  $z = \pm e/2$  est illuminée par deux ondes planes de même amplitude  $A_0$ , issues d’un même laser à impulsions de longueur d’onde  $\lambda_0 = 503,0 \text{ nm}$ , de directions  $\vec{e}_1 = \sin \theta \vec{e}_x + \cos \theta \vec{e}_y$  et  $\vec{e}_2 = -\sin \theta \vec{e}_x + \cos \theta \vec{e}_y$ .



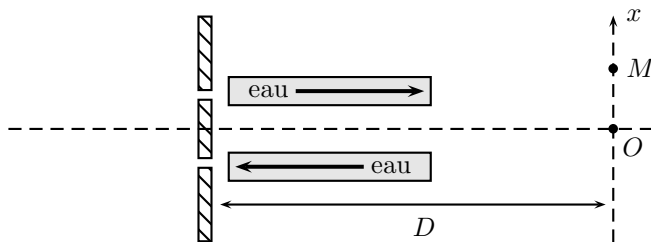


FIGURE 14 – Expérience de Fizeau

1. Établir l'expression de l'éclairement  $E(P)$  dû au laser.
2. Le fluide contient des particules diffusantes  $P$  qui diffusent dans tout l'espace un éclairement  $E'$  proportionnel à  $E(P)$ . Le fluide est en mouvement avec un champ de vitesse uniforme  $\vec{v} = v_x \vec{e}_x + v_y \vec{e}_y$ . On supposera pour simplifier que l'indice  $n$  du fluide reste le même. On convertit l'éclairement  $E'$  en une tension électrique. Montrer que la mesure de sa fréquence  $f$  permet d'accéder à une composante de  $\vec{v}$ . Comment accéder à l'autre composante ?
3. Pour augmenter le signal détecté, on disperse un grand nombre  $N$  de particules diffusantes dans tout le fluide. Que détecte-t-on si leurs positions initiales sont aléatoires ? Quelle précaution faut-il prendre si on veut pouvoir accéder à une composante de  $\vec{v}$  ?

**19. Mesure du diamètre apparent d'une étoile double**

On considère le dispositif de la figure 15 : deux miroirs sphériques de même distance focale  $f$  ont leurs axes parallèles à  $Ox$  et leur foyers  $F_1$  et  $F_2$  distants de  $D$ . Les deux composantes d'une étoile double, assimilées à deux sources ponctuelles  $S'$  et  $S''$  de même longueur d'onde  $\lambda$ , situées à l'infini dans les directions faisant avec  $\vec{e}_x$  les angles  $\pm\alpha/2$ , émettent en  $F_1$  des amplitudes instantanées :

$$a'(F_1, t) = A \cos(\omega t - \varphi') \quad \text{et} \quad a''(F_1, t) = A \cos(\omega t - \varphi'')$$

où  $\varphi'$  et  $\varphi''$  prennent en compte l'incohérence mutuelle des deux sources.  $\varphi'$  et  $\varphi''$  restent constantes pendant une durée de l'ordre de  $\tau \gg 2\pi/\omega$  et  $\varphi' - \varphi''$  fluctue aléatoirement dans l'intervalle  $[0, 2\pi]$  sur des durées grandes devant  $\tau$ .

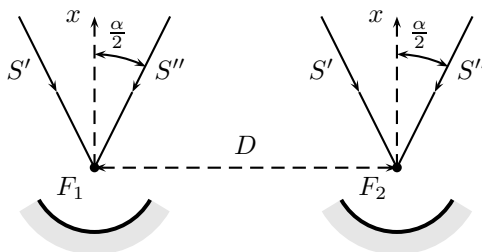


FIGURE 15 – Télescope double

Au voisinage de  $F_1$  et  $F_2$ , deux photomultiplicateurs délivrent des courants respectifs :

$$i_1(t) = k a_1^2(t) \quad \text{et} \quad i_2(t) = k a_2^2(t)$$

proportionnels au carré des amplitudes instantanées totales reçues en chacun de ces points. Ces courants sont filtrés par un filtre basse fréquence de coupure  $f_c$  inférieure à  $\omega/2\pi$  et très supérieure à  $1/\tau$ . Puis on forme leur produit et enfin on en prend la valeur moyenne temporelle.

1. Exprimer la différence de marche  $\delta'$  entre les ondes provenant de  $S'$  et parvenant en  $F_1$  et en  $F_2$ . Même question pour les ondes provenant de  $S''$ , on notera la différence de marche  $\delta''$ .
2. Montrer que le signal détecté est une fonction affine de  $\cos(2\pi D\alpha/\lambda)$ . En déduire une méthode de mesure de  $\alpha$  et préciser ce qui limite le pouvoir séparateur de la méthode, c'est-à-dire la plus petite valeur de  $\alpha$  accessible.

## 20. Mesure d'une vitesse de rotation avec un gyromètre laser

Dans un gyromètre à fibre optique, la lumière émise par une diode laser est divisée en deux et introduite dans une fibre optique de sorte que la fibre soit parcourue en sens inverse. Sur le schéma de la figure 16, on a représenté deux fibres optiques pour simplifier la perception. Le temps de parcours des boucles est le même dans les deux sens lorsque le gyromètre est immobile, mais lorsque le gyromètre est en rotation, il existe une différence de temps de parcours  $\Delta t$  entre les deux signaux lumineux. Ceux-ci sont ensuite recombinaés au niveau du photomultiplicateur  $S$ , qui mesure l'intensité résultante. On note  $\Omega$  la vitesse de rotation mesurée par le gyromètre, qui correspond à la vitesse de rotation des boucles autour de leur axe de révolution,  $R$  le rayon moyen des boucles,  $N$  le nombre d'enroulements constituant les boucles. Le gyromètre laser est très utilisé en aviation et dans le domaine spatial pour l'orientation des satellites dans l'espace.

L'étude théorique de cet effet utilise des résultats de la Relativité générale d'EINSTEIN qu'il n'est pas possible de présenter. On retiendra que la méthode proposée ici conduit au même résultat à condition de considérer que les ondes lumineuses se déplacent dans le vide. Cela signifie que l'on ne prendra pas en compte l'indice  $n$  de la fibre optique utilisée. On appliquera aussi une loi de composition des vitesses galiléenne même si cela est quelque peu choquant pour la lumière.

1. Exprimer la relation entre la différence de temps de parcours  $\Delta t$  des deux signaux et la vitesse de rotation  $\Omega$  en effectuant le calcul dans l'approximation de la cinématique classique.
2. En déduire que la différence de marche est  $\delta = \frac{4A\Omega}{c}$  où  $A$  est l'aire effective de la boucle fermée parcourue par la lumière. Ce résultat se généralise à toutes les formes géométriques de la boucle fermée.
3. La diode laser émet une onde plane, monochromatique de longueur d'onde dans le vide  $\lambda$ . Qu'enregistre-t-on en  $S$  lorsque  $\Omega$  varie? En déduire la plus petite valeur  $\Omega_1$  de la vitesse de rotation que l'on peut ainsi mesurer. Application numérique :  $R = 15$  cm,  $\lambda = 0,85$   $\mu\text{m}$  et  $N = 1000$ .

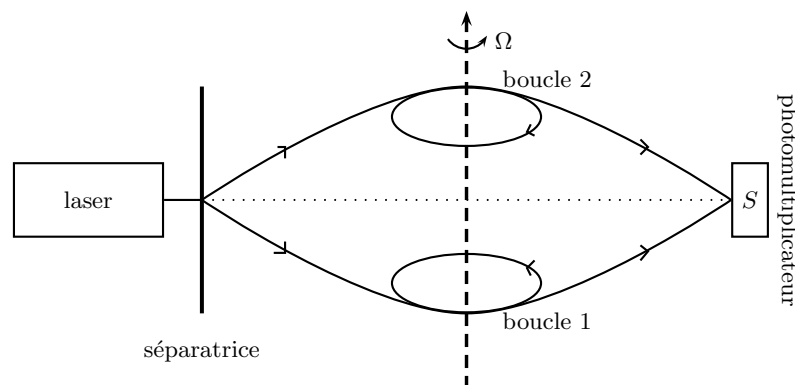


FIGURE 16 – Gyromètre laser