

# Exercices : 09 - Interféromètre de Michelson

— Solutions —

## A. Formes de la figure d'interférences

### 1. Anneaux de Haidinger

Réponses :  $r = f\sqrt{\frac{n\lambda}{e}}$ ,  $r_1 = 7,39$  mm,  $r_2 = 10,45$  mm,  $r_3 = 12,80$  mm,  $r_4 = 14,78$  mm,  $p_0 = \frac{2e}{\lambda}$ , teinte verte uniforme,  $\delta = 2\frac{R\theta^2}{\lambda}$ ,  $r = f\sqrt{\frac{n\lambda}{R}}$ ,  $r_1 = 0,23$  mm,  $r_2 = 0,33$  mm,  $r_3 = 0,40$  mm,  $r_4 = 0,46$  mm, on peut percevoir de très petits défauts de la surface.

### 2. Étude d'un coin d'air

Réponses :  $E(x) = \frac{E_{max}}{2}(1 + \cos[\frac{2\pi\alpha x(\lambda_1 - \lambda_2)}{\lambda_1\lambda_2}])\cos[\frac{2\pi\alpha x(\lambda_1 + \lambda_2)}{\lambda_1\lambda_2}]$ ; 8,1 mm.

### 3. Comptage de franges en coin d'air

Réponses : La différence de marche correspond à deux fois l'épaisseur  $\delta = 2\theta y$ . On a  $E = 2E_0(1 + \cos\frac{2\pi 2\theta y}{\lambda})$ . L'interfrange est  $i = \frac{\lambda}{2\theta}$  pour des franges rectilignes. La lentille ( $L'$ ) provoque un grandissement identique de tous les éléments de l'image, on note  $|\gamma|$  sa valeur absolue. Sur l'écran le miroir possède un diamètre  $|\gamma|D$  et l'interfrange  $|\gamma|\frac{\lambda}{2\theta}$ . Comme l'indication porte sur le miroir lui-même, on peut raisonner sans tenir compte du grandissement. Il y a  $N = 12$  interfranges sur  $D$ , on a donc  $12\frac{\lambda}{2\theta} = D$ . On trouve  $\theta = 1,52 \times 10^{-4}$  rad ou bien encore  $31''$  d'arc. En changeant de longueur d'onde, on change d'interfrange  $i' = i\frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{D}{12}\frac{\lambda'}{\lambda}$ . On a  $D = 9,48i'$ . Il y a 10 franges brillantes et 9 franges sombres. Il faut sommer les deux intensités  $I_{tot} = 2I_0(2 + \cos\frac{2\pi\delta}{\lambda_1} + \cos\frac{2\pi\delta}{\lambda_2}) = 4I_0(1 + \cos\pi\delta\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}\cos 2\pi\frac{\delta}{\lambda})$ . La différence de marche évolue de  $\frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$  entre deux annulations du contraste alors qu'entre deux franges elle évolue de  $\lambda$ . Le nombre de franges qui passent est donc  $N_f = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = 982$ .

### 4. Critère qualitatif de brouillage

Réponses :  $\delta = 2z$ , l'ordre d'interférences est  $p = \frac{2z}{\lambda_0}$ . L'éclairement est donné par la formule de FRESNEL  $E = \frac{E_{max}}{2}(1 + \cos\frac{4\pi z}{\lambda_0})$ . L'amplitude est  $A_{tot} = A_0(1 + (1 + \varepsilon)\exp i\frac{4\pi z}{\lambda_0})$  d'où un éclairement  $E = E_0(1 + V(\varepsilon)\cos\frac{4\pi z}{\lambda_0})$  avec le contraste ou la visibilité  $V(\varepsilon) = \frac{1 + \varepsilon}{1 + \varepsilon + \varepsilon^2/2}$ . On retrouve  $C = 1$  pour  $\varepsilon = 0$  ce qui est logique puisque la source redevient monochromatique. Le critère de brouillage qualitatif est  $\Delta p \geq \frac{1}{2}$ . On a  $p_1 = \frac{2z_b}{c}(\nu_0 - \frac{\Delta\nu}{2})$  et  $p_2 = \frac{2z_b}{c}(\nu_0 + \frac{\Delta\nu}{2})$ , on en déduit que  $z_b = \frac{c}{4\Delta\nu}$ . On trouve  $z_b = 75$   $\mu\text{m}$ , très vite de chaque côté du contact optique, les franges sont brouillées. La plage est donc de 150  $\mu\text{m}$ , c'est faible mais aisément accessible avec la vis micrométrique de l'interféromètre de MICHELSON classique puisqu'elle permet de maîtriser un déplacement de 5  $\mu\text{m}$ . Pour le laser, on a  $z_b = 75$  m ! Il n'y a aucun problème, on verra toujours des franges puisque le battement total en déplacement du miroir chariotable de l'interféromètre est inférieur à 10 cm en général.

### 5. Repérage du contact optique par spectre cannelé

Réponses : Si on utilise le réglage en coin d'air, on observe des franges rectilignes parallèles qui sont toutes identiques avec une lumière monochromatique : ce réglage n'est donc pas approprié. Par contre, on peut travailler avec le réglage en lame d'air à faces parallèles. Dans ce cas, on observe des anneaux à l'infini et la différence de marche est  $\delta = 2e \cos\theta$  (où  $\theta$  est le rayon angulaire des anneaux et  $e$  l'épaisseur de la lame d'air). Le rayon des anneaux tend vers l'infini au passage par le contact optique  $e = 0$ . On peut donc ainsi théoriquement repérer cette position. Estimons la précision du repérage du contact optique. On passe d'une frange claire à une frange sombre en faisant varier la différence de marche de  $\lambda/2$ ; on peut donc raisonnablement considérer que, à l'œil, le champ d'observation semble uniformément éclairé si  $\delta_{max} - \delta_{min} < 0,2\lambda$  (choix). La demi-ouverture angulaire  $\Delta i/2$  du faisceau est au plus de l'ordre de  $15^\circ$ . Celui-ci semble à l'œil uniformément éclairé tant que  $2e - 2e \cos\frac{\Delta i}{2} < 0,2\lambda$  soit, par développement du cosinus à l'ordre 2 compris  $\frac{e\Delta i^2}{4} < 0,2\lambda$  soit  $e < \frac{0,8\lambda}{\Delta i^2} \simeq 1,5$  nm pour  $\lambda \simeq 0,5$  nm. Avec un champ de  $10^\circ$  de rayon angulaire, on obtiendrait  $e < 3$  nm. On peut retenir une précision de l'ordre de quelques micromètres. En pratique, on gagne en précision en travaillant (ensuite) en lumière blanche. Pour une telle source, la longueur de cohérence est très faible et on obtient une frange centrale, entre des teintes de NEWTON, au niveau du contact optique : on peut alors repérer celui-ci à mieux que 0,1 nm (un retour en coin d'air affine ce dernier réglage). Dans cet exercice, on voit une autre méthode permettant de repérer le contact optique. Pour une valeur donnée de  $e$ , donc de la différence de marche  $\delta = 2e$ , les radiations éteintes (donnant les cannelures) sont telles que  $2e = (p + \frac{1}{2})\lambda$  soit  $p = \frac{2e}{\lambda} - \frac{1}{2}$  entier. Le spectre visible a des valeurs de  $\lambda$  comprises entre 0,4 nm (bleu) et 0,8 nm (rouge). Les valeurs de  $p$  des radiations éteintes sont les entiers  $p$  tels que  $\frac{2e}{0,8} - \frac{1}{2} < p < \frac{2e}{0,4} - \frac{1}{2}$  avec  $e$  en  $\mu\text{m}$ . Leur nombre est  $n = E\left[\frac{2e}{0,4} - \frac{2e}{0,8}\right]$  On peut donc distinguer des couleurs d'interférences si  $n < 3$  (critère choisi par l'énoncé), soit si  $e < 1,5$  nm. En conclusion, si  $e < 1,5$  nm

environ, on observe des couleurs d'interférence (les teintes de Newton) et si  $e > 1,5 \text{ nm}$  environ, on observe une lumière d'aspect blanc (blanc d'ordre supérieur). La précision du réglage en lumière monochromatique est donc juste suffisante pour déceler les interférences en lumière blanche qui permettent de repérer plus finement le contact optique. Une étape intermédiaire peut être fort utile pour éviter de trop tâtonner lors du passage de la lumière monochromatique à une source de lumière blanche. Le prisme étale le spectre : à chaque longueur d'onde correspond une image de la fente d'entrée qui occupe une position déterminée de l'écran ; l'emplacement correspondant aux longueurs d'onde éteintes n'est pas éclairé. On observe un spectre cannelé : le spectre usuel de la lumière blanche (arc-en-ciel) est strié de cannelures noires. La figure 1 montre l'allure de ce spectre (avec 15 cannelures) :

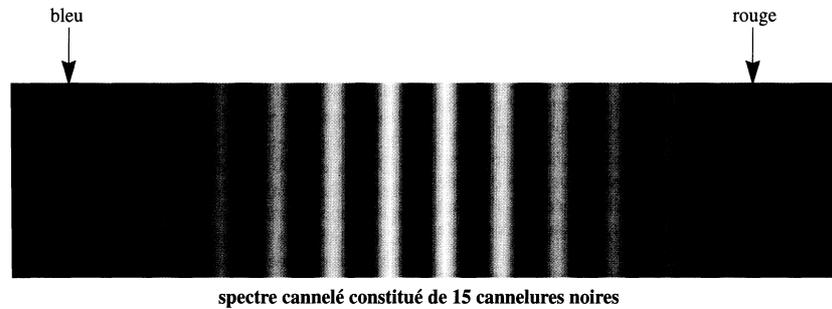


FIGURE 1 – Spectre cannelé inversé (traces blanches pour les cannelures sombres)

D'après la question précédente, le nombre de cannelures est généralement  $n = E \left[ \frac{2e}{0,4} - \frac{2e}{0,8} \right]$  avec  $e$  en  $\mu\text{m}$ . En choisissant convenablement les indices et les pouvoirs dispersifs des trois prismes, on peut faire en sorte que la déviation moyenne (pour le jaune) soit nulle. Le spectre reste dans l'axe du faisceau incident. Pour un prisme simple, il aurait fallu rechercher le spectre en regardant vers la base du prisme (la projection sur un écran est moins pratique). Si  $n = 15$ , alors on estime  $e \simeq 6 \text{ nm}$ . Si le nombre de cannelures diminue, c'est que  $e$  diminue. L'ordre d'interférence  $p$  d'une cannelure noire est connu via la formule  $2e = \left(p + \frac{1}{2}\right) \lambda$ . Si  $\delta = 2e$  diminue, à  $p$  constant, la longueur d'onde  $\lambda$  de la cannelure noire est plus faible : on a donc un déplacement des cannelures éteintes vers le bleu (figure 2).

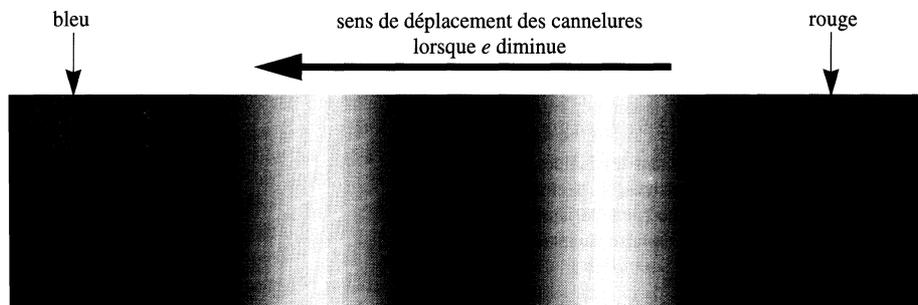


FIGURE 2 – Spectre cannelé inversé (traces blanches pour les cannelures sombres) près du contact optique

De plus, en diminuant  $e$ , on diminue  $n$  : les cannelures sont de plus en plus espacées sur le spectre (aussi, lorsque le nombre de cannelures diminue, la largeur de celles-ci augmente). Quand il ne reste plus que 2 cannelures, alors  $e$  est de l'ordre du micromètre. Les couleurs d'interférences (teintes de NEWTON) sont tout à fait visibles en lumière blanche. On peut enlever le prisme et translater très doucement le miroir  $\mathcal{M}_1$  jusqu'à obtenir la couleur de la teinte plate (au contact optique). Celle-ci est blanche si les déphasages sur les deux voies sont symétriques, et noire si l'une des voies subit un déphasage supplémentaire de  $\pi/2$  ; la couleur de la teinte plate dépend du traitement de la séparatrice, imposé par le constructeur de l'interféromètre.

## B. Applications

### 6. Mesure de l'épaisseur d'une mince lame de verre

Réponses :  $\varphi_0 = 8000\pi$ ,  $p_{2s} = 3998,5$ ;  $\Delta p = 15$ ; un point « alternant » lumineux.

### 7. Mesure de la largeur d'une raie

Réponses :  $I = I_0(1 + \cos 2\pi\nu_0\tau)$ ;  $I = I_0(1 + \text{sinc } \pi\Delta\nu_{1/2}\tau \cos 2\pi\nu_0\tau)$ ;  $V(\tau) = |\text{sinc } \pi\Delta\nu_{1/2}\tau|$ ;  $\Delta\nu_{1/2} = \frac{c}{2x} = 10^9 \text{ Hz}$ ,  $\Delta\lambda_{1/2} = \frac{c\Delta\nu_{1/2}}{\nu_0^2} = 1,4 \text{ pm}$ .

### 8. Réfractométrie interférométrique

Réponses : Sans la présence de la cuve de compensation ( $C_{\text{comp}}$ ) dans le bras de  $M_2$ , la différence de marche  $\delta_{\text{s.c.}}$  introduite entre les ondes émergentes de l'interféromètre est essentiellement due à la traversée de la cuve de mesure ( $C$ ) :  $\delta_{\text{s.c.}} \simeq 2(n_0 - 1)e_0$ . Cette différence de marche peut dépasser (en valeur absolue) la longueur de cohérence de la source lumineuse : le contraste est mauvais sans la cuve de compensation (par perte de cohérence temporelle). Conclusion : la cuve ( $C_{\text{comp}}$ ) permet de compenser notablement la différence de marche introduite par la cuve ( $C$ ) afin d'avoir le meilleur contraste possible (critère de cohérence temporelle  $|\delta| < \ell_c$  respecté). On commence par exprimer la différence de marche  $\delta_1$  due au réglage de l'interféromètre sans la présence des cuves. La source légèrement étendue donne des interférences avec le meilleur contraste possible au niveau de la surface de localisation qui est niveau des miroirs. En un point  $P$  sur ( $M_2$ ) à l'abscisse  $x$  comptée à partir de l'arête ( $O_2z$ ) du coin,  $\delta_1(P) \simeq -2\epsilon x$  en retranchant le chemin du bras de  $M_2$  à celui du bras de  $M_1$  (résultat de cours pour l'angle  $\epsilon$  faible et l'incidence aussi). Notons  $P'$  l'image  $P$  par le système optique dans le plan ( $E$ ). Soit  $O'$  l'image de  $O_2$  sur l'écran par le système optique et  $x' = \overrightarrow{O'P'} \cdot \vec{e}_x$ . Par condition de stigmatisme et en raison du grandissement  $-1$ ,  $\delta_1(P') = \delta_1(P) = -2\epsilon x = 2\epsilon x'$ . Il reste à exprimer la différence de marche supplémentaire introduite par la présence des deux cuves. L'analyse qualitative du contenu des deux cuves montre que, compte tenu des hypothèses de l'énoncé faite sur les cuves, la différence de marche est proportionnelle à l'épaisseur  $e$  de l'échantillon qui est traversé. L'angle  $\epsilon$  est très faible (pour avoir un interfrange suffisant pour voir les franges, comme signalé en cours). De ce fait, on peut considérer à l'ordre 1 en  $\epsilon$  que l'épaisseur traversée dans la cuve ( $C$ ) est égale à  $e_0$  dans le bras de  $M_1$ . De plus, l'échantillon est tel que  $|n - n_0| < 10^{-2}$  en ordre de grandeur donc on peut négliger la réfraction en son sein. Ainsi, on a :

- dans le bras de  $M_1$  un chemin optique de cuve  $2[n_0(e_0 - e) + ne]$ ;
- dans le bras de  $M_2$  un chemin optique de cuve  $2n_0e_0$ .

La différence de marche introduite par les cuves s'écrit donc au point  $P'$   $\delta_2(P') = 2[n_0(e_0 - e) + ne] - 2n_0e_0 = 2(n - n_0)e$ . Avec le choix (arbitraire) qui a été fait pour algébriser  $\delta_1$  et  $\delta_2$  (chemin du bras de  $M_1$  par rapport au bras de  $M_2$ ), il faut sommer  $\delta_1$  et  $\delta_2$  pour obtenir la différence de marche totale :  $\delta(P') = 2\epsilon x' + 2(n - n_0)e$ . Le biprisme augmente (si  $n > n_0$ ) fictivement l'épaisseur du coin d'air usuel. On utilise la symétrie classique par rapport à la séparatrice qui montre que l'image est un biprisme identique d'arête parallèle à  $O_2x$  et de normale de face principale  $O_2y$ . Les franges brillantes sont telles que leur ordre  $m$  est entier, soit, pour la zone perturbée par la présence du biprisme,  $\delta(P'_{\text{brillant}}) = m\lambda = 2\epsilon x' + 2(n - n_0)e(z)$  avec ici  $e(z) = e_{\text{max}}(1 - \frac{|z|}{L})$  (fonction paire non modifiée par le grandissement  $-1$ ). L'équation des franges brillantes est, dans la zone perturbée,  $2\epsilon x' + 2(n - n_0)e_{\text{max}}(-\frac{|z|}{L}) = m\lambda$  ( $m \in \mathbb{Z}$ ). Ce sont des segments symétriques par rapport à l'axe  $O'x'$  qui rejoignent les franges rectilignes équidistantes de  $\frac{\lambda}{2\epsilon}$  de la zone non perturbée par la présence du biprisme. L'allure des franges est donnée à la figure 3, pour  $n > n_0$  :

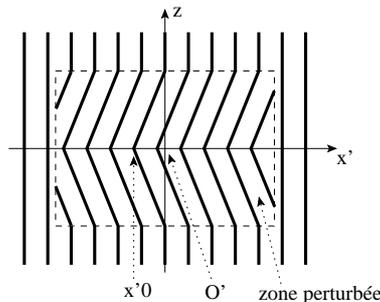


FIGURE 3 – Modification des franges

La pente absolue de ces segments est  $p_a = \frac{\epsilon L}{|n - n_0| e_{\text{max}}}$  et l'interfrange est constant. Les franges ne redeviennent rectilignes que si la pente  $p_a$  est infinie, soit pour  $n = n_0$  comme annoncé par le sujet. Le décalage de frange

dû au biprisme est  $|x'_0| = \frac{|n-n_0|e_{max}}{\epsilon}$ . Le détecteur décèle au minimum un décalage de frange de  $\Delta = 0,1 \text{ mm}$ , soit une différence d'indice  $n - n_0$  telle que  $|x'_0| \geq \Delta$ , d'où  $|n - n_0| > \frac{\epsilon \Delta}{e_{max}} = 10^{-5}$ . Le résultat autorise toujours  $|n - n_0|$  au maximum de l'ordre de  $10^{-2}$ .

**9. Spectrométrie par transformée de Fourier**

Réponses :  $\sigma_0$  nombre d'onde central,  $\Delta\sigma = 2a\sqrt{\ln 2}$ ,  $a$  largeur spectrale en nombre d'onde,  $E(e) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\sigma)d\sigma + \frac{1}{2}[\hat{f}(2e) + \hat{f}(-2e)]$ ,  $E(e) = \frac{E_{max}}{2}(1 + \exp -4\pi^2 a^2 e^2 \cos 2\pi 2e\sigma_0)$ , tracé voir la figure 4, la visibilité diminue vite avec  $e$ ,  $\Delta\sigma$  mesurable sur l'enveloppe de  $E(e)$  pour par exemple  $E(e) = \frac{3E_{max}}{4}$ ,  $e$  de l'ordre de  $\frac{1}{a}$ .

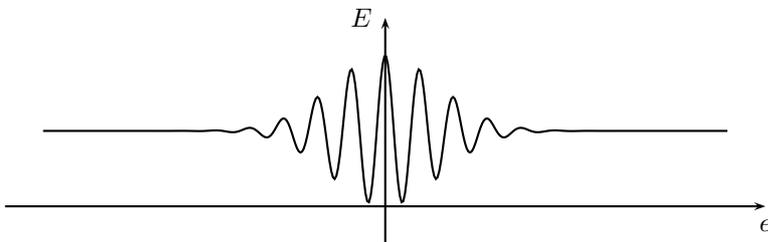


FIGURE 4 – Figure d'interférences à profil spectral en cloche de POISSON

**10. Spectrométrie interférentielle**

Réponses :  $\Delta = 2\ell$  puisque le détecteur est au centre ( $i = 0$ ) du système d'anneaux ;  $F(\omega) = 2I_0\Delta_{max}[\text{sinc} \frac{\omega\Delta_{max}}{c} + \frac{1}{2} \text{sinc} \frac{(\omega+\omega_0)\Delta_{max}}{c} + \frac{1}{2} \text{sinc} \frac{(\omega-\omega_0)\Delta_{max}}{c}]$ , l'allure de la courbe est représentée sur la figure 5 ; il y a superposition des intensités lumineuses pour  $\omega_1$  et  $\omega_2$  donc  $F_1(\omega) + F_2(\omega) = F(\omega)$ , l'allure de la courbe est représentée sur la figure 6 ; on utilise le critère de RAYLEIGH la demi-largeur de chaque pic associé à  $\omega_1$  et  $\omega_2$  est  $\Delta\omega_R = \frac{\pi c}{\Delta_{max}}$ , il faut que  $\omega_2 - \omega_1 \geq \Delta\omega_R$ , on a  $\mathcal{R} = \frac{\omega_0\Delta_{max}}{\pi c}$  ; on a  $\Delta_{max} = N_{max}\lambda_0 = N_{max} \frac{2\pi c}{\omega_0}$  d'où  $N_{max} = \frac{\mathcal{R}}{2}$  ; pour pouvoir détecter le profil de la raie avec précision, il faut que  $\Delta\omega_R \ll \Delta\omega$ .

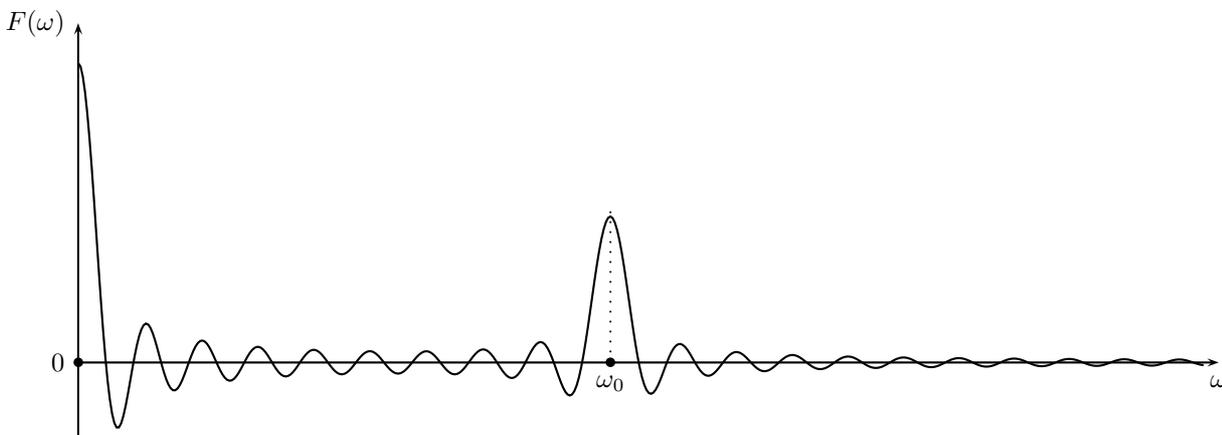


FIGURE 5 – Spectrométrie interférentielle - Principe

**11. Mesure de déformation**

Réponses :  $\delta = 2e \cos i = 0$  et cela  $\forall i$  lorsque  $e = 0$ , écran entièrement lumineux ;  $d_{im} = \frac{2(d+y)^2}{R}$  ;  $\delta = \frac{4(d+y)^2}{R}(1 - \frac{i^2}{2})$ ,  $i = \frac{l}{f'}$ ,  $\frac{2(d+y)^2 l^2}{R f'^2} = 2,5\lambda$ ,  $R = 19360 \text{ m}$ , des défauts infimes peuvent être détectés.

**12. Mesure du doublet du sodium**

Réponses :  $I = 2I_0(1 + \cos \frac{2\pi 2\alpha x}{\lambda})$ ,  $i = \frac{\lambda}{2\alpha}$ , mesure de déformation,  $I = 4I_0(1 + \cos 2\pi d \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\lambda_1 \lambda_2} \cos 2\pi d \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_1 \lambda_2})$ ,  $I = 4I_0(1 + \cos \frac{2\pi d \Delta\lambda}{\lambda^2} \cos \frac{2\pi 2d}{\lambda})$ ,  $\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{4d} = 0,6 \text{ nm}$ .

**13. Contrôle de déplacement**

Réponses : Comptage des franges brillantes passant au centre ;  $2\Delta e = \Delta p \lambda$  d'où  $\Delta p = 159122,23$  ;  $\Delta e^* = 10 \text{ nm}$ ,  $\Delta p^* = 0,031$ , mesure de la partie fractionnaire de  $p$  indispensable ;  $E(p) = \frac{E_{max}}{2}(1 + \cos(2\pi p))$  ;  $\frac{dE(p)}{dp} = -\pi E_{max} \sin(2\pi p)$ ,  $\frac{d\rho}{dp} = -\pi \sin(2\pi p)$ , choisir  $\sin(2\pi p') = 1$ ,  $\Delta p = \frac{\Delta\rho}{\pi} = 0,0031$ , précision suffisante.

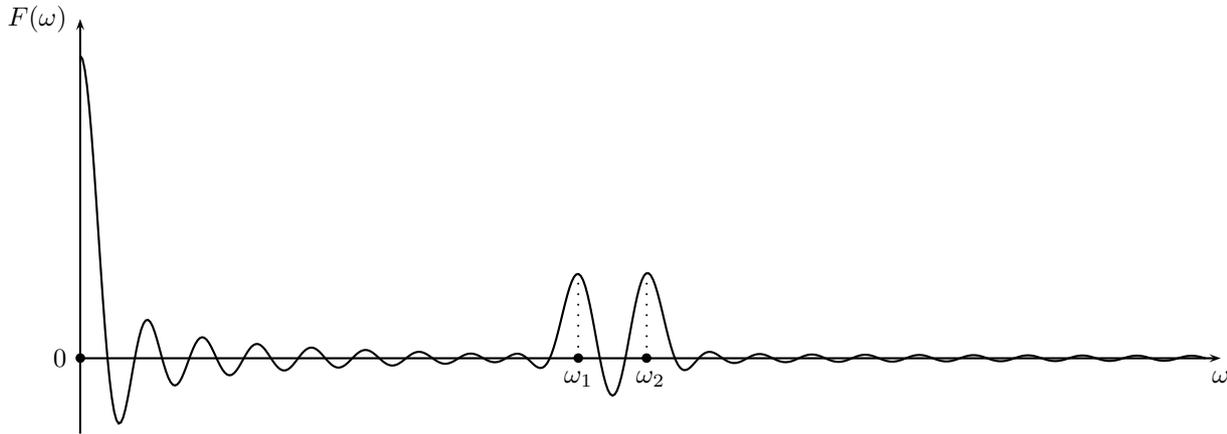


FIGURE 6 – Spectrométrie interférentielle - Séparation de deux raies

#### 14. Analyse d'un interférogramme

Réponses : on observe trois structures convoluées. L'évolution la plus rapide correspond, en faisant abstraction des autres évolutions, à une sinusoïde de période donnant la longueur d'onde moyenne  $\lambda_0 = \frac{1}{\sigma_0} = 0,58 \mu\text{m}$ . L'évolution intermédiaire correspond, en faisant abstraction de l'évolution la plus lente, à un phénomène de battements caractéristique d'un doublet ( $\sigma_1 = \sigma_0 - \Delta\sigma/2$  avec  $I_1$  et  $\sigma_2 = \sigma_0 + \Delta\sigma/2$  avec  $I_2$ ). Comme le contraste ne s'annule jamais, les deux intensités  $I_1$  et  $I_2$  de chaque raie du doublet ne sont pas égales. Si les deux radiations sont monochromatiques (donc sans la structure d'évolution la plus lente), les interférences obtenues par chacune d'entre elles sont incohérentes entre elles et on peut sommer les interférogrammes propres :  $I(\delta) = K I_1 [1 + \cos(2\pi\sigma_1\delta)] + K I_2 [1 + \cos(2\pi\sigma_2\delta)]$ . Avec les formules de l'énoncé, il vient  $I(\delta) = K (I_1 + I_2 + a(\delta) \cos[2\pi\sigma_0\delta + \varphi(\delta)])$  avec  $a^2(\delta) = I_1^2 + I_2^2 + 2 I_1 I_2 \cos(2\pi\Delta\sigma\delta)$ . L'enveloppe supérieure des battements a pour équation (toujours sans tenir compte de la lente décroissance expérimentale)  $I_{\text{env.batt.}+} = K(I_1 + I_2 + \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + 2 I_1 I_2 \cos(2\pi\Delta\sigma\delta)})$  et l'inférieure a pour équation  $I_{\text{env.batt.-}} = K(I_1 + I_2 - \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + 2 I_1 I_2 \cos(2\pi\Delta\sigma\delta)})$ . La valeur minimale de l'écart entre ces enveloppes est  $2K |I_1 - I_2|$  et la maximale est  $2K (I_1 + I_2)$ . On peut mesurer grosso modo sur l'énoncé le rapport de ces valeurs (en essayant d'imaginer l'absence de la décroissance lente de l'amplitude des battements analysée ensuite) :  $\frac{I_1 + I_2}{|I_1 - I_2|} \simeq 3$ . Alors,  $I_2 \simeq 2 I_1$  ou  $I_1 \simeq 2 I_2$ . On ne peut pas trancher entre ces deux résultats sans analyse informatique précise du tracé expérimental (l'expression de  $\tan\varphi$  ne nous avance à rien avec le graphique donné par le sujet dont les oscillations rapides ne sont pas les réelles). La période des battements est l'inverse de  $|\sigma_1 - \sigma_2| \simeq \frac{1}{160} \mu\text{m}$ . On en déduit l'écart spectral entre les raies du doublet :  $|\lambda_1 - \lambda_2| = \frac{|\sigma_1 - \sigma_2|}{\sigma_0^2} \simeq 2,1 \text{ nm}$  (on obtient cette formule en différentiant  $\lambda = 1/\sigma$ ). L'évolution la plus lente correspond à une décroissance de la visibilité (en pratique proche d'une gaussienne ou d'une lorentzienne suivant les sources) due à la largeur spectrale non nulle de chaque raie du doublet. La longueur caractéristique de cohérence évaluée est  $l_c \simeq 500 \mu\text{m}$ . On en déduit un ordre de grandeur de la largeur spectrale de chaque pic :  $\Delta\sigma = \frac{1}{l_c} \simeq 2 \cdot 10^{-3} \mu\text{m}^{-1}$  donc  $\Delta\lambda \simeq \frac{\Delta\sigma}{\sigma_0^2} \simeq 0,7 \text{ nm}$ . En pratique, l'analyse des interférogrammes est faite par ordinateur.

### C. Le problème de la localisation des franges

#### 15. Influence de la largeur de la source sur la localisation des interférences

Réponses :  $\vec{k}_1 = \frac{2\pi}{\lambda} [\sin\beta\vec{e}_x + \cos\beta\vec{e}_z]$ ,  $\vec{k}_2 = \frac{2\pi}{\lambda} [\sin(\beta + 2\alpha)\vec{e}_x + \cos(\beta + 2\alpha)\vec{e}_z]$ ,  $p = \frac{1}{\lambda} [(\sin(\beta + 2\alpha) - \sin\beta)x + (\cos(\beta + 2\alpha) - \cos\beta)z]$ ,  $[-\beta_m; +\beta_m]$ ,  $\Delta p = \frac{d}{\lambda} [\sin(\beta_m + 2\alpha) - \sin(-\beta_m + 2\alpha) - 2 \sin\beta_m]$ ,  $\Delta p = \frac{2d}{\lambda} (\cos 2\alpha - 1) \sin\beta_m$ ,  $\Delta p \simeq -\frac{4\alpha^2 d}{\lambda} \sin\beta_m$ ,  $|\Delta p| = 5 \times 10^{-3}$  pour  $\beta_m = 10^{-2} \text{ rad}$ ,  $|\Delta p| = 0,44$  pour  $\beta_m = 1 \text{ rad}$ , grande variation de l'ordre, pas de visibilité des franges,  $\frac{dp}{d\beta}\Big|_{\beta=0} = 0$  impose  $z = \frac{\cos 2\alpha - 1}{\sin 2\alpha} x \simeq -\alpha x$ , franges visibles au niveau du coin d'air.