

## TP : Mesure d'une conductivité thermique.

La mesure de la conductivité thermique d'un matériau est très importante dans un certain nombre de contextes. Lorsque le matériau doit avoir un rôle d'isolant évitant les pertes thermiques comme pour les immeubles ou les maisons d'habitation, il est très important de quantifier sa conductivité thermique et au-delà sa résistance thermique que l'on va rechercher la plus grande possible pour que pour un écart de température donné entre les deux côtés d'un mur, on ait le moins possible de transferts thermiques à travers ce mur. Au contraire, on peut souhaiter évacuer efficacement l'énergie dégagée par un phénomène (effet JOULE en électricité, réaction nucléaire, réaction chimique exothermique...) afin de maintenir le dispositif en régime optimal de fonctionnement sans risquer sa détérioration par une élévation importante de sa température. Dans ce cas, on cherche au contraire de la problématique de l'isolation la meilleure conductivité possible, ce qui signifie la plus grande conductance thermique. De nombreux dispositifs possèdent des ailettes destinées au refroidissement, souvent l'aluminium est utilisé.

### 1 Objectifs

Vous devrez déterminer la conductivité thermique  $\lambda$  d'une barre d'aluminium dans laquelle se produira de la conduction thermique sous forme d'onde thermique. Cette barre n'étant pas isolée, il se produira un transfert thermique par convection au niveau de la surface latérale avec l'air ambiant. Ce transfert conducto-convectif sera caractérisé par un coefficient de convection  $h$ . L'exploitation des résultats expérimentaux passera aussi par la détermination de la valeur de ce coefficient. Les mesures de  $\lambda$  et de  $h$  passent par des mesures de températures. Ce TP sera aussi l'occasion d'utiliser d'une caméra thermique sensible dans l'infrarouge et produisant des images en fausses couleurs permettant de remonter à la valeur de la température de la barre. L'exploitation des images fournies par la caméra - que l'on devrait plutôt appeler appareil photo infrarouge, elle est appelée caméra pour des raisons commerciales uniquement - s'effectuera par traitement informatique en *Python*. Ce TP sera donc l'occasion d'utiliser les connaissances et le savoir-faire du programme d'informatique. Sur les photographies de la figure 1, on peut voir quelques images réalisées par la caméra IR.

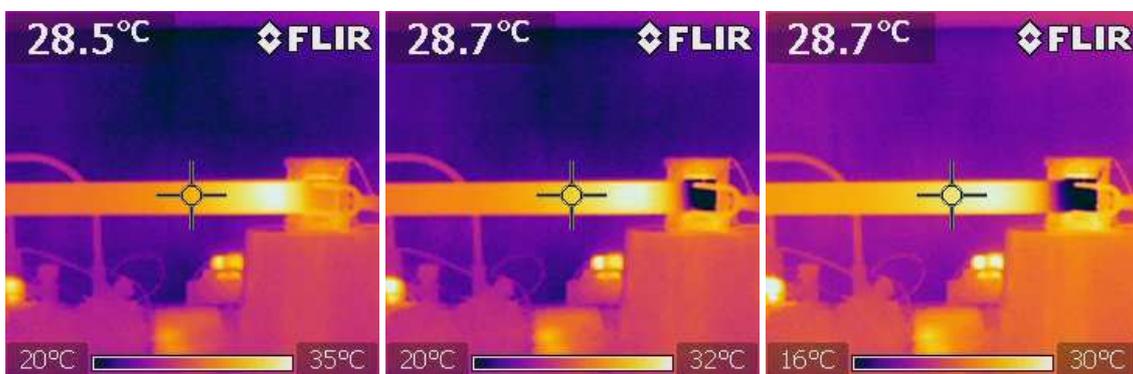


FIGURE 1 – Images de la barre et du module PELTIER en infrarouge

## 2 Matériel

### 2.1 Vue d'ensemble du matériel

L'ensemble du dispositif expérimental est présenté sur la photographie de la figure 2. Les principaux éléments qui le constituent sont bien sûr la barre d'aluminium de 50 cm de long, un module à effet PELTIER quelque peu masqué par la barre et dont nous parlerons plus loin, un ensemble d'alimentation du module PELTIER comprenant le générateur proprement dit, le hacheur à quatre quadrants qui permet de faire évoluer le transfert de puissance au module PELTIER ainsi que la carte *Sysam SP5* qui permet de piloter le hacheur. Comme son l'indique, le hacheur est chargé de hacher le courant continu envoyé dans le module PELTIER. Cette question sera évoquée dans le paragraphe relatif aux aspects théoriques du TP. La barre a été peinte en noir pour que son émissivité  $\varepsilon$  soit proche de 1. L'émissivité est un nombre sans dimension qui mesure la capacité d'un système à émettre de l'énergie sous forme de rayonnement. La situation  $\varepsilon = 1$  correspond au modèle théorique du

corps noir. Ainsi, on peut associer quantité de rayonnement absorbée par la caméra et température de l'endroit envoyant ce rayonnement. La caméra infrarouge est, pour cette raison, appelée caméra thermique. Il est donc très important de ne pas abîmer le revêtement noir de la barre. Enfin, vous pouvez voir la caméra thermique IR. Les photographies seront prises par la caméra IR sans que cette dernière soit reliée au port USB de l'ordinateur. La liaison USB ne sera utilisée qu'ensuite pour récupérer les photos. Vous disposerez en plus un complément de matériel dont vous ferez certainement bon usage pour mener à bien ce TP...



FIGURE 2 – Dispositif expérimental

## 2.2 Le module Peltier

Sur les photographies de la figure 3, on peut voir une face du module ainsi que le module PELTIER contre lequel on a placé la barre avec son système de fixation. Le système de fixation plaque une extrémité de la barre sur une des deux faces du module.

Le module PELTIER est constitué d'un ensemble de jonctions dites PN réalisées dans du silicium semi-conducteur. Ces jonctions sont obtenues en dopant le silicium avec de petites quantités d'atomes de bore et de phosphore dans deux zones proches qui vont constituer la jonction. Dans le module, les liaisons électriques entre les différentes jonctions sont réalisées de telle sorte que l'une des deux faces dégage de l'énergie pendant que l'autre face en absorbe. C'est le sens du courant continu envoyé dans le module qui déterminera, entre les deux faces, celle qui dégagera de l'énergie. Le module PELTIER est mis en application dans le domaine du chauffage localisé mais encore plus dans celui d'obtention d'une source froide, certains réfrigérateurs exploitent l'effet PELTIER. Afin de favoriser le transfert d'énergie du module vers la barre (ou de la barre vers le module), on déposera une petite couche de pâte thermique entre le module et la barre. Cette pâte possède une bonne conductivité thermique de l'ordre de  $5 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$  ce qui est plus de 100 fois supérieur à celle de l'air qui serait toujours plus ou moins emprisonné entre la barre et le module sans la présence de la pâte.

Afin de permettre au module PELTIER de transférer une puissance importante à la barre, il est essentiel de favoriser les transferts thermiques sur la face qui est utilisée pour l'étude de la barre. Pour y parvenir, le module a été collé - l'aide d'une colle thermique - sur un radiateur récupéré sur le processeur d'un ordinateur

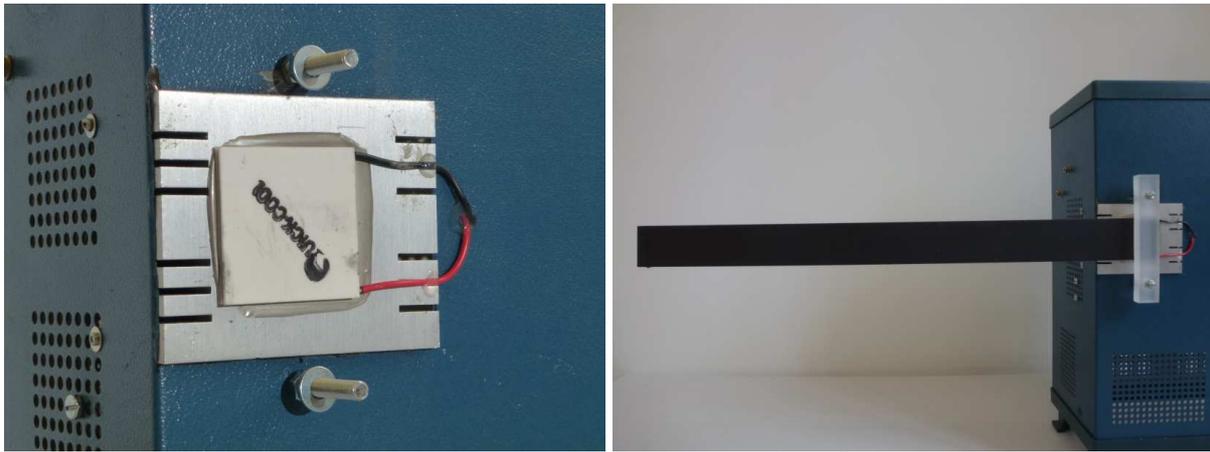


FIGURE 3 – Module PELTIER et installation de la barre

hors d'usage, voir le schéma de la figure 4. Ce radiateur est muni d'un ventilateur permettant d'assurer une convection importante. Le ventilateur s'alimente en 12 V continu.



FIGURE 4 – Le ventilateur et son alimentation

### 2.3 Puissance fournie au module Peltier

Sur la photographie de la figure 5, on peut voir le dispositif d'alimentation du module PELTIER. Il est composé d'une alimentation régulée en tension ou en courant qui va fournir l'intensité continue que le hacheur va transformer en intensité crête à crête de rapport cyclique modifiable grâce à une commande de pilotage. Ce pilotage sera assuré par le signal émis par la carte *Sysam SP5* que l'on va programmer. La programmation peut être réalisée dans la feuille de calcul du logiciel *Latis Pro* mais il s'avère que le fonctionnement peut être capricieux. On lui privilégie une programmation à l'aide d'une interface que vous pourrez trouver sur l'ordinateur mis à votre disposition. Cette interface est présentée à la figure 6.

Sur la figure 7, on peut voir l'ensemble du dispositif permettant de moduler la puissance fournie au module PELTIER. La tension d'alimentation est  $U \simeq 10\text{ V}$ , l'alimentation délivre une intensité pouvant atteindre  $I = 6\text{ A}$ .

**L'ensemble du dispositif d'alimentation sera réalisé pour vous, vous n'aurez pas à intervenir mais il ne faudra pas oublier de faire fonctionner le ventilateur dès que le module Peltier sera alimenté. Dans le cas contraire, le module va entrer en surchauffe et être rapidement détruit.**

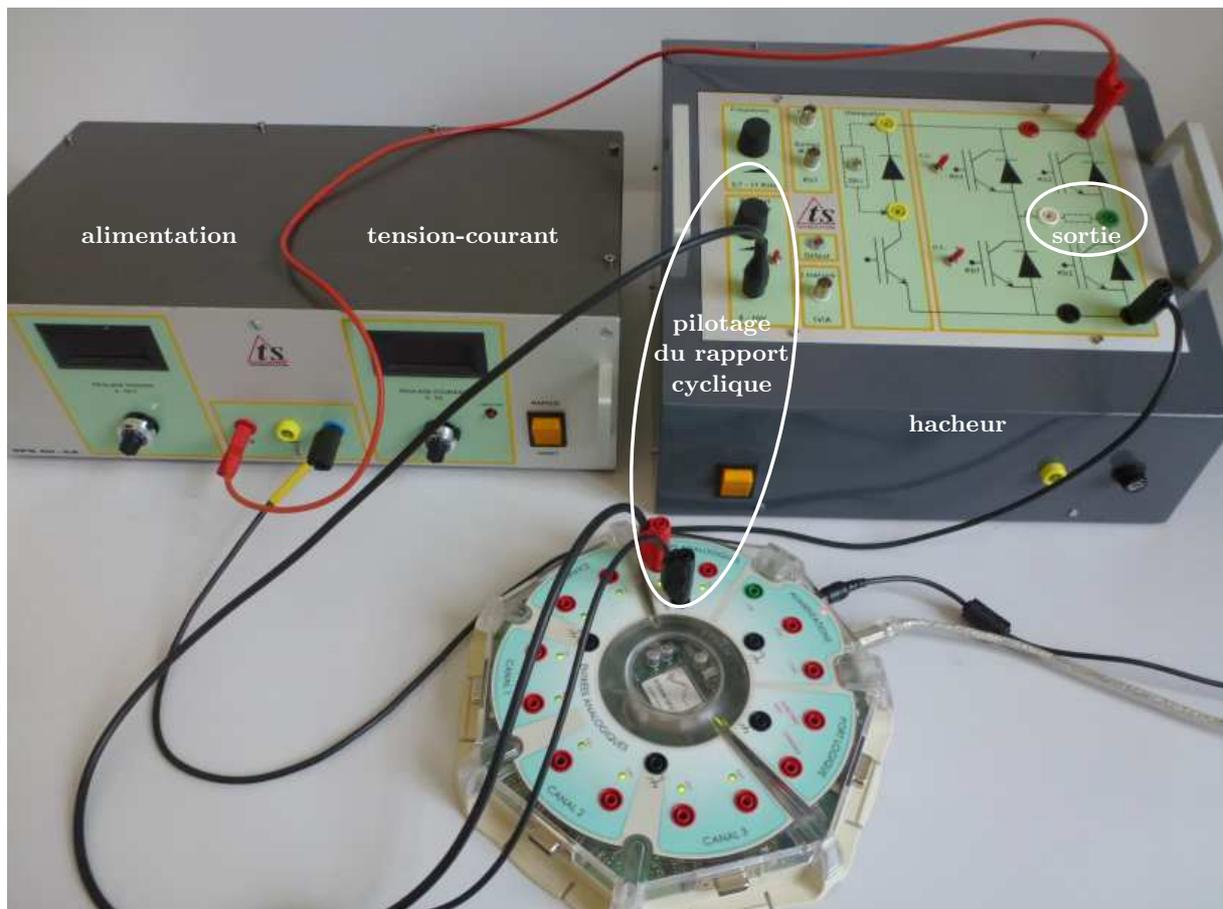


FIGURE 5 – Alimentation du module



FIGURE 6 – Interface de pilotage du rapport cyclique

### 3 Aspects théoriques

#### 3.1 Puissance moyenne fournie à la barre

La puissance fournie au module PELTIER par l'alimentation est à l'image de la tension d'alimentation  $u(t)$  qui correspond à une tension continue  $E$  hachée. On note  $\alpha$  le rapport cyclique de la tension  $u(t)$  de période  $T$ . À la sortie du hacheur, la tension est de la forme visible sur le graphique de la figure 8. La fréquence  $f = 1/T$  du hacheur a été réglée à  $f = 1$  kHz.

1. Déterminer l'expression de la tension moyenne  $U_{moy}$  aux bornes du module PELTIER. La puissance fournie au module PELTIER est à l'image de cette expression.

Afin de moduler au cours du temps cette puissance, on pilote l'évolution du rapport cyclique  $\alpha(t)$  de façon très lente car des évolutions rapides entraîneraient la destruction du module PELTIER. Dans ces conditions, la tension moyenne imposée au module est donnée par :

$$U_{moy} = E \left[ 2 \left( \alpha_0 + \Delta\alpha_m \cos 2\pi \frac{t}{T_m} \right) - 1 \right]$$

où  $T_m$  est la période de la modulation que l'on réglera à  $T_m = 100$  s. Le rapport cyclique évolue uniquement entre  $\alpha_{min} = 10\%$  et  $\alpha_{max} = 90\%$ . Pour des raisons de sécurité, le rapport cyclique  $\alpha$  ne peut pas prendre les valeurs  $\alpha = 0$  et  $\alpha = 1$  car il y aurait alors mise en court-circuit de sources de tension et de courant dans le

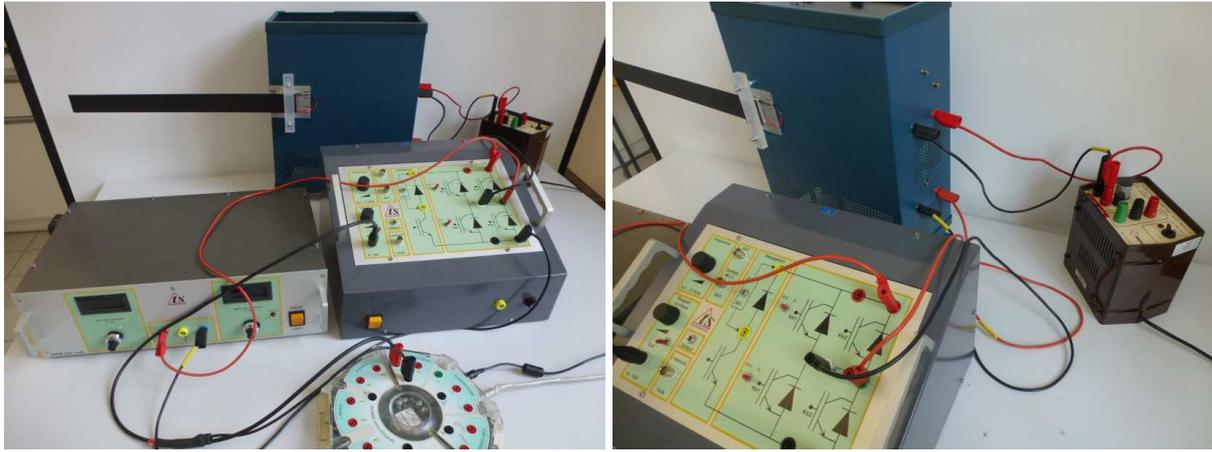


FIGURE 7 – Vue d'ensemble de l'alimentation du module PELTIER

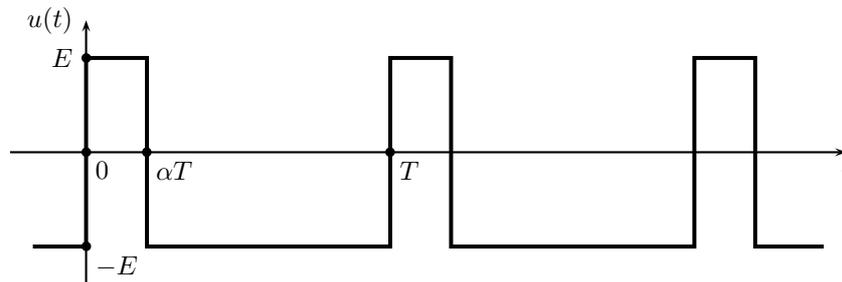


FIGURE 8 – Tension d'alimentation du module PELTIER

hacheur. L'évolution de  $\alpha$  entre  $\alpha_{min}$  et  $\alpha_{max}$  est provoquée par la tension de pilotage émise par la carte *Sysam SP5* qui évolue, elle, selon :

$$u_{pil}(t) = u_0 \left( 1 + \cos 2\pi \frac{t}{T_m} \right) \quad \text{avec } u_0 = 5 \text{ V}$$

**2.** Déterminer les valeurs de  $\alpha_0$  et de  $\Delta\alpha_m$  qui permettent de respecter l'intervalle d'évolution du rapport cyclique.

Cette situation correspond à une modulation dite MLI pour Modulation en Largeur d'Impulsion.

### 3.2 Équation de diffusion thermique

La barre que nous allons étudier est un parallélépipède de section rectangulaire  $S = \ell e$  et de périmètre  $P = 2(\ell + e)$ . Avec  $\ell \simeq 4 \text{ cm}$  et  $e \simeq 2 \text{ mm}$ , ces valeurs seront mesurées. La barre est en aluminium de capacité thermique massique  $c = 910 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$  à 2% près. On note  $\mu$  la masse volumique,  $\lambda$  la conductivité thermique de l'aluminium que nous chercherons à déterminer et  $h$  le coefficient de convection existant entre la barre et l'air environnant. Le coefficient  $h$  intègre à la fois la convection classique avec l'air mais aussi le bilan de rayonnement que l'on a linéarisé en effectuant un développement limité au premier ordre. On note  $x$  la coordonnée de position dans le sens de la longueur de la barre.

**3.** En effectuant un bilan énergétique sur une portion de la barre comprise entre les abscisses  $x$  et  $x + dx$ , montrer que l'équation différentielle à laquelle obéit la température  $T(x, t)$  de cette portion de la barre est :

$$\mu c \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{hP}{S} (T - T_0)$$

où  $T_0$  est la température ambiante. On pose  $\theta(x, t) = T(x, t) - T_0$ . Avec  $a = \frac{\lambda}{\mu c}$  la diffusivité thermique et

$\tau = \frac{S\mu c}{hP}$ , l'équation différentielle devient :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = a \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - \frac{\theta}{\tau}$$

### 3.3 Régime indépendant du temps

L'équation différentielle à laquelle obéit la température  $T(x)$  devient :

$$a \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = \frac{\theta}{\tau}$$

4. Expliquer pourquoi il est logique de définir pour l'évolution de la température  $T(x)$  une longueur caractéristique par la formule  $L = \sqrt{a\tau} = \sqrt{\frac{\lambda S}{hP}}$  ou encore  $\frac{L^2}{\tau} = a = \frac{\lambda}{\mu c}$ .

5. À l'aide de ces deux ordres de grandeurs  $\lambda \simeq 200 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$  et  $h \simeq 10 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ , déterminer l'ordre de grandeur de  $L$ . Comparer  $L$  à la longueur totale de la barre  $\ell_{ba} = 50 \text{ cm}$ . On calculera  $r = \ell_{ba}/L$ .

6. On recherche la solution de l'équation de diffusion thermique en supposant qu'en  $x = 0$ , on a une température  $T_{rp}$  telle que  $\theta_0 = T_{rp} - T_0$ . De plus, on considère qu'à l'extrémité de la barre en  $x = \ell_{ba}$ , il n'y a plus de conduction thermique et donc  $\vec{j}_{cond}(x = \ell_{ba}) = \vec{0}$ . Montrer que la solution de l'équation différentielle donnant l'écart de température avec la température ambiante est :

$$\theta(x) = \theta_0 \left[ \frac{1}{1 + \exp -2r} \exp -\frac{x}{L} + \frac{1}{1 + \exp 2r} \exp \frac{x}{L} \right]$$

7. Expliquer à quelle condition, on peut simplifier la solution précédente pour obtenir :

$$\theta(x) = \theta_0 \exp -\frac{x}{L} \quad \text{ou} \quad T(x) = T_0 + (T_{rp} - T_0) \exp -\frac{x}{L}$$

### 3.4 Régime sinusoïdal permanent

En régime dépendant du temps, on revient à l'équation différentielle de départ que l'on écrit sous une forme un peu différente en utilisant la longueur caractéristique  $L$  :

$$\tau \frac{\partial \theta}{\partial t} = L^2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - \theta$$

Cette équation différentielle ne possède pas de solution analytique simple. C'est pourquoi on étudiera l'évolution de la température  $T(x, t)$  en cherchant pour  $\theta(x, t)$  une solution en onde thermique :

$$\underline{\theta}(x, t) = \underline{\theta}_{m0} \exp j(\omega t - kx)$$

8. Montrer que la relation de dispersion est :

$$k^2 L^2 = -(1 + j \omega \tau)$$

Avec une telle relation de dispersion, le vecteur d'onde  $k$  est complexe. On l'écrit donc traditionnellement sous la forme :  $k = k' + jk''$ . En introduisant cette expression dans la forme de l'onde thermique, on aboutit à  $\underline{\theta}(x, t) = \underline{\theta}_{m0} \exp k''x \exp j(\omega t - k'x)$ . Comme on envisage une propagation dans le sens  $x$  croissant - propagation avec atténuation et non pas amplification -, il est logique d'imposer  $k'' < 0$  et  $k' > 0$ . On pose donc  $k'' = -1/\delta$  où  $\delta$  est une distance que l'on appelle classiquement épaisseur de peau. On peut donc écrire la forme de l'onde thermique selon l'expression :

$$\underline{\theta}(x, t) = \underline{\theta}_{m0} \exp -\frac{x}{\delta} \exp j(\omega t - k'x) \quad \text{ou} \quad T(x) = T_0 + (T_m - T_0) \exp -\frac{x}{\delta} \cos(\omega t - k'x)$$

9. Montrer qu'alors  $k'$  et  $\delta$  vérifient les deux équations suivantes :

$$k'^2 - \frac{1}{\delta^2} = -\frac{1}{L^2} \quad \text{et} \quad \frac{2k'}{\delta} = \frac{2\pi\tau}{L^2 T_m} = \frac{2\pi\mu c}{\lambda T_m}$$

où  $T_m = 2\pi/\omega$  est la période du mode fondamental de l'onde thermique. On notera que l'approche proposée ici est simplifiée car la solution réelle est a priori un développement en série de FOURIER où figurent toutes les harmoniques  $\omega_n = n\omega$  avec  $n \in \mathbb{N}^*$ . Il s'avère, comme vous devriez le constater expérimentalement, que la barre filtre suffisamment fortement les harmoniques  $n > 1$  pour que l'on puisse se contenter du mode fondamental.

## 4 Expériences

### 4.1 Consignes

Lors de vos activités expérimentales en TP, vous devrez systématiquement :

- \* Élaborer un protocole et m'appeler pour que je le valide.
- \* Mettre en œuvre ce protocole et m'appeler pour que j'évalue vos activités.
- \* Communiquer les résultats dans le compte rendu sous forme de descriptions, de tableaux de mesures, de graphiques...
- \* Valider les résultats en comparant les développements théoriques et les résultats expérimentaux en ayant le souci permanent de présenter de façon rigoureuse les résultats avec leur incertitude.
- \* Remettre en fin de séance votre compte-rendu.

Vous serez évalué sur l'ensemble de ces exigences.

### 4.2 Caméra FLIR ou GUIDE

Vous disposerez soit d'une caméra FLIR, soit d'une caméra GUIDE. Les deux caméras sont d'un fonctionnement assez proche. Les nombres de pixels de chaque côté de l'image sont différents :

Caméra	Horizontale	Verticale
GUIDE	240	320
FLIR E6	320	240
FLIR I7	240	240

Comme la barre est placée à l'horizontale, cela a une influence sur la définition de l'échelle d'espace prise pour l'axe  $Ox$  de la barre.

10. Préparer la configuration de la caméra à votre disposition.

#### 4.2.1 Préparation caméra GUIDE

La caméra GUIDE effectue simultanément une prise de vue en visible et une en IR de résolution  $240_{\text{horiz}} \times 320_{\text{verti}}$ . Pour les caractéristiques de la prise de vue IR, on choisira :

- $\varepsilon = 0,95$
- palette : niveaux de gris (256 niveaux seront réalisés pour coder la valeur de la température)
- distance de prise de vue : régler 1 m
- supprimer le pointeur et le laser
- Vérifier que le mode d'enregistrement des images est bien USB.
- Régler la résolution de la caméra GUIDE sur  $240 \times 320$ , cette résolution peut être  $1200 \times 1600$  mais cela n'affecte que l'image visible que la caméra GUIDE prend systématiquement et que nous n'utiliserons pas. On peut alors se dire à quoi bon ? En fait lorsque vous prendrez des images, vous verrez que le temps d'enregistrement est assez long. Il s'en suit une conséquence importante pour l'étude du régime variable : cela limite l'échantillonnage de l'évolution de  $T(x, t)$ . En choisissant la faible résolution de l'image visible, on gagne un peu de temps et on peut échantillonner à un rythme un peu plus élevé.

#### 4.2.2 Préparation caméra FLIR

La caméra FLIR effectue une image en IR de résolution  $320_{\text{horiz}} \times 240_{\text{verti}}$  pour le modèle E6 et  $240_{\text{horiz}} \times 240_{\text{verti}}$  pour le modèle I7. Pour les caractéristiques de la prise de vue IR, on choisira :

- $\varepsilon = 0,95$
- palette : niveaux de gris (256 niveaux seront réalisés pour coder la valeur de la température)
- distance de prise de vue : régler 1 m
- supprimer le pointeur si c'est possible par le menu de la caméra

### 4.3 Caractéristiques de la barre

La barre que vous allez étudier est déjà plaquée contre le module PELTIER avec entre les deux une couche d'une pâte thermique favorisant les transferts thermiques. Vous pouvez trouver des barres constituées dans le même matériau pour effectuer les mesures demandées ci-dessous.

11. Mesurer avec précision les longueurs d'une barre. Relever les incertitudes de chacune des mesures effectuées.
12. Déterminer la masse volumique  $\mu$  de cette barre. Le résultat sera exprimée avec son incertitude dont on donnera le détail du calcul.

### 4.4 Installation de la caméra

13. Placer la caméra sur un support avec une pince la tenant fermement à environ 1 m de la barre pour prendre une photo comme celles que l'on obtient à la figure 9. Veillez à ce que la caméra soit bien orientée pour que dans l'image les côtés de la barre soient parallèles aux côtés de l'image. C'est depuis cette position de la caméra que seront réalisées les photographies si possible sans faire bouger la caméra !



FIGURE 9 – Photographie dans le visible de la barre et de la règle permettant d'obtenir  $x$  dans le traitement informatique de l'image. À gauche l'image FLIR, à droite l'image GUIDE

14. Prendre une image pour voir si tout fonctionne normalement.

### 4.5 Étude en régime indépendant du temps

15. Imposer à la commande du hacheur une tension de pilotage  $u_{pil} = 5\text{ V}$  constante au cours du temps par le générateur de 5 V présent sur la carte *Sysam SP5*. En le faisant, on impose un rapport cyclique  $\alpha$  fixe. Le module PELTIER et la barre atteindront un régime indépendant du temps.

16. En 10 minutes, on peut être assuré que le régime permanent est atteint, éviter quand même de faire de grands courants d'air à côté de la barre juste avant d'opérer. Prendre une photographie infrarouge de la barre en régime permanent. Le travail informatique sera réalisé après avoir fait l'étude du régime variable.

**Si le pointeur n'a pas pu être enlevé dans le menu de la caméra, il faut impérativement qu'il soit en dehors de la barre lors de la prise de vue pour ne pas fausser le traitement informatique donnant la température sur la barre.**

### 4.6 Étude en régime variable de type ondes thermiques

17. On utilise la sortie  $SA_1$  de la carte *Sysam SP5* qui génère la tension programmée par le programme *GBFPeltier*, voir la figure 6. Commencer par chercher sur l'ordinateur ce programme. Il suffit une fois qu'il est lancé de cliquer sur *Activer* pour que l'évolution harmonique du rapport cyclique  $\alpha$  du créneau se produise avec une fréquence  $f_m = 0,01\text{ Hz}$  ou une période  $T_m = 100\text{ s}$ .

18. Pendant l'établissement du régime d'ondes thermiques (10 minutes environ), vérifier le positionnement de la caméra infrarouge en veillant toujours à ce que le côté horizontal de la barre soit bien parallèle au côté horizontal de l'image.

19. Prendre une série d'images en infrarouge de la barre pendant environ une période de modulation  $T_m = 100\text{ s}$ . Il faut être vigilant pour enchaîner les photos sans faire bouger la caméra. On essaiera de faire un échantillonnage

assez régulier mais on ne préoccupera pas de la date de la prise de vue, elle sera récupérée automatiquement par le programme *Python* de traitement.

## 5 Travail informatique à réaliser

### 5.1 Préliminaires

**20.** Dans un repertoire de votre session, déposer les programmes *Python* qui vous sont utiles en fonction du modèle de caméra utilisé. Ils sont mis à votre disposition sur le site de la classe ou sur mon site. Il y en a 8 en tout :

- *IR\_Regim\_Perm\_FLIR\_Selection\_Rectangle25* et *IR\_Regim\_Perm\_FLIR\_Modele25*
- *IR\_Regim\_Perm\_GUIDE\_Selection\_Rectangle25* et *IR\_Regim\_Perm\_GUIDE\_Modele25*
- *GUIDE\_Selection\_4\_Rectangles25* et *GUIDE\_Ondes\_Thermiques\_Modele25*
- *FLIR\_Selection\_4\_Rectangles25* et *FLIR\_Ondes\_Thermiques\_Modele25*

**21.** Dans le répertoire utilisé, créer un répertoire *ONDES*.

**22.** Relier la caméra à l'ordinateur en USB pour déposer l'image du régime permanent dans le répertoire où sont les programmes puis toutes les images des ondes thermiques dans le répertoire *ONDES*.

### 5.2 Régime permanent

**23.** Commencer par visualiser l'image du régime permanent à l'ordinateur, commencer par relever les températures MIN et MAX utiles pour la suite dans le programme de modélisation.

**24.** Ensuite, sachant que la longueur de la barre  $\ell_{ba} = 50$  cm, déterminer la longueur de l'espace pris dans l'image par une simple proportion effectuée par mesures de longueur sur l'écran de l'ordinateur ou bien par repérage de numéros de pixels. Cette longueur est aussi demandée dans le programme de modélisation.

Vous allez travailler à partir du fichier prévu pour le régime permanent et la sélection du rectangle.

**25.** Après avoir défini le nom de votre image dans le programme, procéder à la sélection d'un rectangle d'étude sur la barre en commençant par le point en haut à gauche et en finissant en bas à droite. Pour définir le premier point du rectangle, on clique avec le bouton gauche de la souris et on ne relâche le clic qu'au niveau du second point du rectangle. On appuie ensuite sur la touche *Echap*, l'image du rectangle doit se mettre en mémoire et apparaître à l'écran. Si la sélection du rectangle n'a pas été satisfaisante, il suffit de recommencer. En appuyant deux fois de suite sur la touche *Echap*, on annule aussi le travail de sélection en cours.

Si l'on étudie le régime permanent, la loi d'évolution spatiale de la température est :

$$T(x) = T_0 + A \exp\left(-\frac{x}{L}\right) + B \exp\left(\frac{x}{L}\right)$$

Dans ce cas, la fonction de modélisation doit rechercher quatre paramètres si l'on pose l'équation suivante pour représenter la température :

$$p[0] + p[1] * np.exp(-x/p[2]) + p[3] * np.exp(-x/p[2])$$

La fonction de modélisation réalise des boucles pour - dans la mesure du possible - converger vers la détermination de  $p[0]$ ,  $p[1]$ ,  $p[2]$  et  $p[3]$ . La détermination de ces quatre paramètres n'est pas nécessairement évidente. Il faut donc se donner le maximum de chances de réussite en initialisant ces paramètres assez près des valeurs réelles. Cela nécessite de réfléchir aux ordres de grandeurs et d'estimer chaque paramètre correctement. La réussite est à ce prix.

**26.** Compléter le programme de modélisation prévu pour le régime permanent. Le faire fonctionner.

**27.** Imprimer les graphiques et les sorties du programme. Comparer la longueur  $L$  déterminée grâce à l'image infrarouge par rapport à celle calculée à la question 5..

La fonction `Fmodélisation` fournira la valeur de  $L$  ainsi que son incertitude. Cette mesure ne permet pas de déterminer la conductivité thermique  $\lambda$  de l'aluminium mais seulement un rapport entre  $\lambda$  et  $h$  le coefficient de convection puisque :

$$L = \sqrt{a\tau} = \sqrt{\frac{\lambda S}{hP}}$$

**28.** Déterminer la valeur du rapport  $\lambda/h$  ainsi que son unité. Comparer la valeur de ce rapport avec celui que l'on peut calculer à l'aide des données de la question 5..

Pour déterminer  $\lambda$  et  $h$ , il est donc indispensable de traiter des images du régime ondulatoire.

## 5.3 Régime ondes thermiques

### 5.3.1 Lien entre théorie et traitement informatique

Si l'on étudie le régime ondulatoire installé, on a alors :

$$T(x, t) = T_0 + (T_m - T_0) \exp -\frac{x}{\delta} \cos(\omega t - k'x)$$

Cette fonction pourrait être étudiée pour une position  $x$  donnée, c'est-à-dire pour un pixel donné, grâce à la fonction suivante :

$$p[0] * np.cos(2 * np.pi * t/100 - p[1]) + p[2]$$

Ici, il faudrait que la modélisation converge en déterminant 3 paramètres même si l'on est intéressé uniquement par  $p[0]$  et  $p[1]$  pour chaque pixel correspondant à une valeur de  $x$  donnée. Cela est difficile surtout si l'on tient compte du fait que l'onde thermique s'amortit relativement vite et que  $p[1]$  est une phase dont la valeur est définie module  $2\pi$ . Il est assez difficile d'avoir des mesures fiables puisque l'on ne peut modéliser la sinusoïde amortie que sur un peu plus d'une période. On peut se contenter de travailler sur une longueur correspondant à la moitié environ de la longueur de la barre en évitant toujours d'être trop près du module PELTIER. Le programme de modélisation va éliminer du calcul toutes les ondes thermiques d'amplitude inférieure à  $1^\circ\text{C}$  ou 1 K. Cette valeur est choisie raisonnablement par rapport à l'incertitude de mesure de la température qui est  $1^\circ\text{C}$ .

On remarquera alors que l'ensemble des valeurs de  $p[0]$  obtenues pour chaque pixel correspondent à la loi théorique  $(T_m - T_0) \exp -\frac{x}{\delta}$ , par conséquent si l'on effectue la prise du logarithme, on obtient une affine d'équation  $\ln(T_m - T_0) - \frac{x}{\delta}$ . Un modèle affine sur les valeurs de  $p[0](x)$  permet d'accéder à l'épaisseur de peau  $\delta$ .

Enfin, l'ensemble des valeurs de  $p[1](x)$  correspond à  $k'x$ , un modèle affine va permettre de récupérer la valeur de la partie réelle du vecteur d'onde  $k'$ . On procédera à un modèle affine parce que la date  $t = 0$  sera posée arbitrairement pour la première image prise des ondes thermiques, il y aura nécessairement un décalage de phase de ce fait sans aucune importance pour la détermination de  $k'$ .

### 5.3.2 Sélection des 4 rectangles sur la première image

**29.** Faire fonctionner le programme de sélection des 4 rectangles adapté à votre caméra dans l'ordre suivant : le rectangle de travail sur la barre,  $T_{min}$ ,  $T_{max}$  et un rectangle dit de contrôle dans une zone homogène de l'image. À chaque fois, on clique avec le bouton gauche de la souris en haut à gauche, sans relâcher le clic avant le second point du rectangle en bas à droite. On appuie ensuite sur la touche *Echap*, le premier rectangle est mémorisé. En cliquant à nouveau en haut à gauche, on passe au second rectangle et on effectue pour les 4 rectangles la même opération. En appuyant deux fois de suite sur la touche *Echap*, on annule aussi le travail de sélection en cours. Des exemples de rectangles sélectionnés sont montrés sur les images de la figure 10.

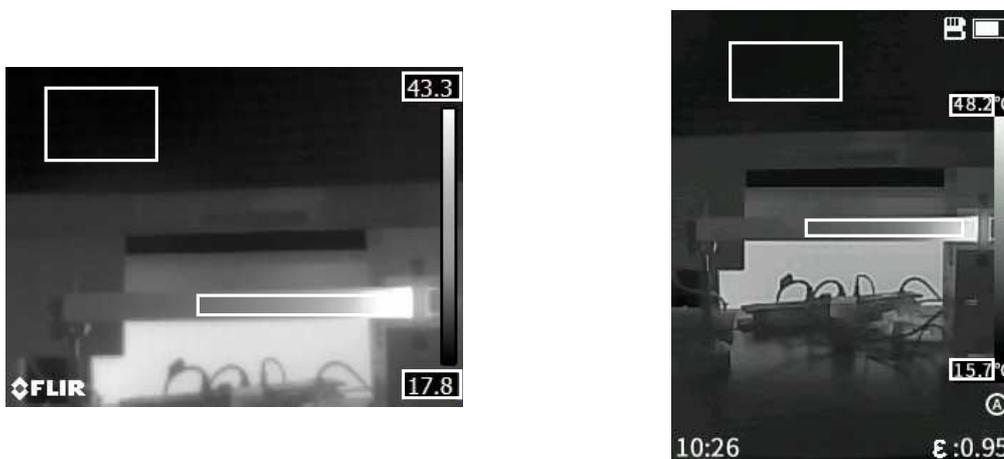


FIGURE 10 – Sélection des 4 rectangles pour l'étude des ondes thermiques

**30.** Le programme ayant pris successivement toutes les images de l'échantillonnage réalisé, vérifier rapidement que le programme n'a pas fait d'erreur sur les températures maximales, minimales.

### 5.3.3 Le problème de la date de la prise de vue

L'image FLIR est enregistrée avec un ensemble de métadonnées dont la date  $t$  de la prise de vue qu'il faudra aller lire à la main en demandant les propriétés de chaque fichier enregistré, la date sera enregistrée en secondes à partir de 0 s pour la première image. On pourrait constituer la liste des dates des images en ouvrant tous les fichiers image. Un code *Python* permet de le faire automatiquement.

L'image GUIDE ne possède pas de métadonnées, ce qui est sans doute regrettable mais lors de l'enregistrement du fichier, le nom de l'image comporte la date. On peut ainsi constituer sa liste de dates comme vous le verrez dans le code *Python* mis à votre disposition.

### 5.3.4 Modélisation

**31.** Faire fonctionner le programme de modélisation après avoir rentré la donnée de la longueur image permettant de déterminer l'abscisse  $x$  comme pour l'étude du régime permanent.

**32.** Imprimer les graphiques obtenus ainsi que les valeurs de  $\delta$  et  $k'$  fournies par le programme de modélisation.

## 6 Finalisation du travail

**33.** À partir des paramètres obtenues en sortie de programme d'étude des ondes thermiques, déterminer la conductivité thermique  $\lambda$  de la barre avec son incertitude, ainsi que la valeur du coefficient conducto-convectif  $h$  et son incertitude. Vous pouvez utiliser, si vous le souhaitez, un programme *Python* pour les calculs d'incertitudes ou bien faire de façon plus traditionnelle à la main.

**34.** En déduire la valeur du rapport  $\frac{\lambda}{h}$  et la comparer à celle obtenue dans l'étude du régime permanent. On peut faire un calcul de Z-score pour déterminer si les deux mesures sont compatibles ou non.

**35.** Rouvrir les deux programmes de modélisation utilisés et décrire ce qu'ils réalisent en quelques lignes.

