

## TP : Bande passante d'un filtre interférentiel.

L'interféromètre de MICHELSON a été manipulé dans un TP précédent avec comme objectif d'apprendre à effectuer les réglages de base. Dans cet TP, il est destiné à être l'outil permettant de mesurer la bande-passante d'un filtre interférentiel.

### 1 Objectifs

La capacité de filtrage d'un tel filtre est due à des interférences constructives pour la longueur d'onde correspondant au maximum de transmission. La bande-passante  $\Delta\lambda_{1/2}$  à mi-hauteur - puisqu'il s'agit d'énergie - est de l'ordre de dix nanomètres pour ceux que nous possédons. La longueur d'onde du maximum  $\lambda_0$  est indiquée sur le filtre utilisé. Pour accéder à  $\Delta\lambda_{1/2}$ , il est indispensable d'enregistrer l'évolution de l'éclairement autour du contact optique de façon lente et précise. C'est pourquoi l'interféromètre de MICHELSON sera complété avec un moteur permettant un déplacement à vitesse constante  $V$  du miroir mobile  $M_1$ .

Nous verrons aussi comment l'enregistrement de l'éclairement en fonction du temps nous permettra de modéliser la fonction de transmission du filtre.

### 2 Matériel

Vous allez disposer de l'interféromètre de MICHELSON le même que celui que vous avez sans doute déjà déjà manipulé, c'est un *Didalab*, voir la figure 1.

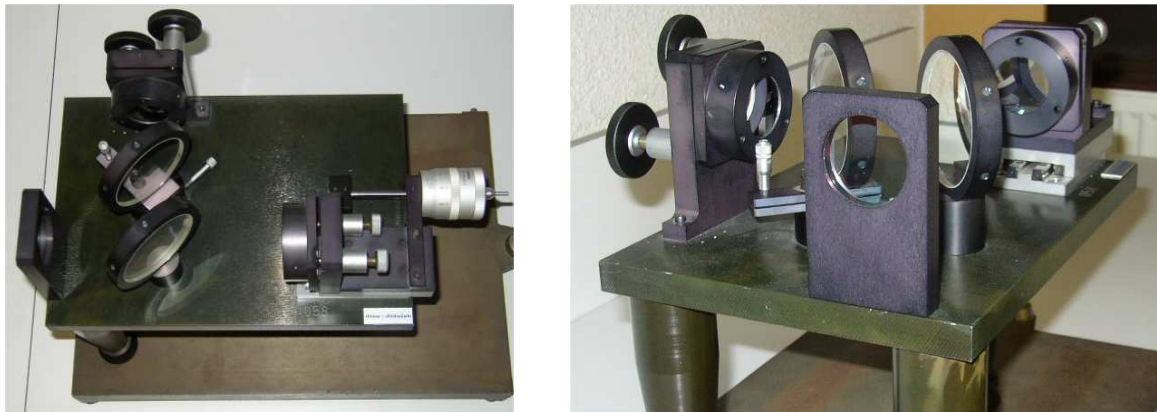


FIGURE 1 – Photographies du MICHELSON *Didalab*

Pour tous les réglages préliminaires, vous devrez utiliser l'interféromètre avec le déplacement manuel du miroir chariotable  $M_1$ . Le moteur que vous pouvez voir sur la photographie de la figure 2 sera accouplé au miroir mobile uniquement lorsque l'on voudra étudier la transmission du filtre interférentiel retenu.

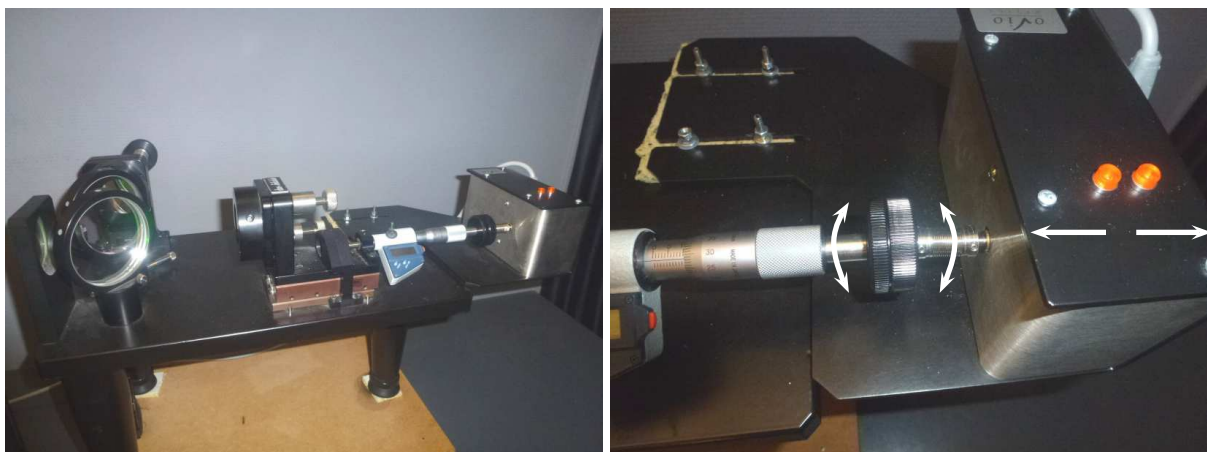


FIGURE 2 – Moteur de l'interféromètre de MICHELSON et système d'accouplement

L'accouplement du moteur s'effectue au moyen de deux bagues que l'on visse ou dévisse l'une contre l'autre. Pour obtenir le couplage, il suffit que les deux bagues de la photographie de droite de la figure 2 soit serrées mais sans forcer ! Pour libérer l'axe de la vis micrométrique qui pousse le miroir  $M_1$ , il suffit de juste débloquer ces deux bagues, un petit angle suffit. Pour le sens d'avancement du moteur, il faut se fier aux deux petites LED qui sont installées sur la face supérieure du boîtier qui entoure le moteur. Lorsque les deux LED sont allumées, cela signifie que le moteur est sous tension mais il ne tourne pas. Un interrupteur à trois position se trouve sur la face arrière du boîtier du moteur. En position milieu, les deux LED s'allument. Lorsque le miroir avance sur la gauche par rapport à la photographie, la LED gauche est seule allumée. Réciproquement lorsque le moteur tourne dans l'autre sens, le miroir se déplace vers la droite et c'est la LED de droite qui est allumée.

Cet équipement sera complété par les sources de lumière classiques pour cet instrument ainsi que par la caméra *Caliens* qui est une barrette CCD de 2048 capteurs. Ce capteur délivre en sortie une tension proportionnelle à l'éclairement lumineux qui parvient sur chaque pixel, voir la photographie de la figure 3. Cette caméra est reliée au port USB de l'ordinateur avec une petite originalité : elle est reliée à deux ports USB car certains ports USB ne délivre pas assez de courant pour qu'elle puisse fonctionner correctement. Elle utilise le logiciel *Caliens*. Ce logiciel permet de faire l'acquisition d'un état d'éclairement à une date donnée des 2048 pixels qu'elle comporte. Ce mode de fonctionnement ne nous intéresse pas dans ce TP puisque l'objectif est d'enregistrer l'éclairement au cours du déplacement du miroir de part et d'autre du contact optique. Bien que particulièrement peu fiable et peu pratique<sup>1</sup>, le logiciel *Caliens* permet toutefois de sélectionner un des capteurs CCD et d'enregistrer au cours du temps l'évolution de l'intensité lumineuse qu'il reçoit. C'est ce mode que nous utiliserons. La caméra *Caliens* sature assez vite, c'est pourquoi on rajoute devant les 2048 capteurs une ou deux bagues que l'on visse. Ces bagues sont les supports soit de filtres atténuateurs que l'on peut visser l'un sur l'autre pour augmenter l'effet, soit de deux polariseurs rectilignes qui restent libres de tourner autour de l'axe perpendiculaire aux capteurs. Dans ce dernier cas, c'est l'angle  $\alpha$  entre les deux polariseurs qui fixe l'intensité arrivant sur la barrette CCD selon la loi de MALUS  $I_s = I_e \cos^2 \alpha$ . Il est plutôt conseillé de travailler avec les atténuateurs plutôt qu'avec les polariseurs rectilignes car l'intensité est sensible à un changement d'angle entre leurs deux directions. Quoi qu'il en soit, que l'on utilise les filtres atténuateurs ou les deux polariseurs, il faudra faire en sorte d'éviter la saturation tout en conservant une certaine sensibilité à la mesure.



FIGURE 3 – Caméra *Caliens* permettant de mesurer l'éclairement

### 3 Aspects théoriques

#### 3.1 Principe

Nous utilisons un capteur CCD dans la figure d'interférences dans le cas de l'interféromètre réglé en coin d'air d'épaisseur  $e$  à l'endroit où se situe le pixel sélectionné dans la barre de CCD. Nous savons que lorsque la source lumineuse est monochromatique l'éclairement est de la forme :

$$E(e) = \frac{E_{max}}{2} \left( 1 + \cos \frac{2\pi 2e}{\lambda} \right)$$

Dans le cas où le miroir  $M_1$  se déplace à la vitesse  $V$ , l'épaisseur de la lame d'air évolue de façon affine avec le temps. Pour simplifier, on peut choisir la date  $t = 0$  de telle sorte que  $e = Vt$ . On notera que la date  $t = 0$

1. Jusqu'à ce qu'une nouvelle version de ce logiciel nous soit fournie...

correspond alors au contact optique. Si l'on enregistre l'éclairement en fonction de  $t$ , on obtient alors :

$$E(t) = \frac{E_{max}}{2} \left( 1 + \cos \frac{2\pi 2Vt}{\lambda} \right)$$

Le problème est plus difficile lorsque la lumière envoyée dans l'interféromètre est polychromatique. Nous savons que, dans ce cas de figure, l'éclairement obtenu est la somme des éclairements correspondants à chaque longueur d'onde présente dans le spectre. Pour effectuer ce calcul, il est particulièrement utile de travailler non pas en longueur d'onde  $\lambda$  mais plutôt en nombre d'onde  $\sigma = 1/\lambda$ . L'éclairement est donc donné par l'intégrale :

$$E(t) = \int_{\text{spectre}} f(\sigma) (1 + \cos(2\pi 2Vt \sigma)) d\sigma$$

où  $f(\sigma)$  est le profil spectral de la transmission en éclairement du rayonnement traversant l'interféromètre. En supposant l'éclairement de la source de lumière blanche homogène dans le domaine significatif de transmission du filtre interférentiel, la fonction  $f(\sigma)$  représente la transmission du filtre.

### 3.2 Profil spectral gaussien

Le filtre utilisé est supposé présenter un profil gaussien décrit par la fonction suivante :

$$f(\sigma) = K \exp - \left( \frac{\sigma - \sigma_0}{a} \right)^2 \quad \text{avec} \quad \sigma_0 = \frac{1}{\lambda_0}$$

1. Représenter le profil spectral d'un tel filtre et en déduire que l'on peut étendre le domaine spectral à  $\sigma \in ] - \infty; +\infty[$ . Exprimer la largeur à mi-hauteur  $\Delta\sigma_{1/2}$  en fonction de  $a$ . En supposant que  $\Delta\sigma_{1/2} \ll \sigma_0$ , montrer que la bande-passante du filtre est donnée par :

$$\Delta\lambda_{1/2} = \lambda_0^2 a 2\sqrt{\ln 2}$$

2. On donne  $\int_{-\infty}^{\infty} \exp - \frac{u^2}{a^2} \exp(j2\pi ux) du = a\sqrt{\pi} \exp -\pi^2 a^2 x^2$ . Montrer que l'éclairement toujours au centre de la figure est donné par :

$$E(t) = \frac{E_{max}}{2} \left( 1 + \exp -4\pi^2 a^2 V^2 t^2 \cos \left( \frac{2\pi 2Vt}{\lambda_0} \right) \right)$$

3. En déduire que la fonction de contraste peut s'écrire selon la formule ci-dessous et expliquer la forme de la fonction  $E(t)$  représentée sur le schéma de la figure 4.

$$C(t) = \exp - \left( \frac{t}{\tau} \right)^2$$

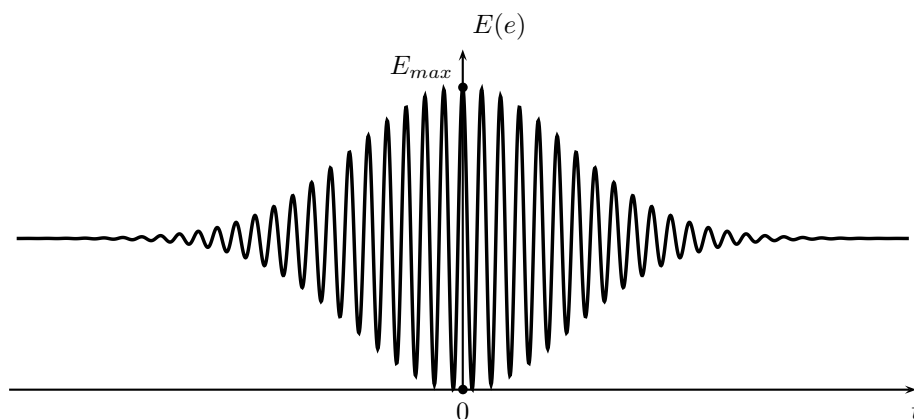


FIGURE 4 – Éclairement dans le cas profil spectral gaussien

4. Montrer que la durée caractéristique  $\tau$  de la fonction de contraste permet de trouver la bande-passante du filtre en utilisant :

$$\Delta\lambda_{1/2} = \frac{\lambda_0^2 \sqrt{\ln 2}}{\pi V \tau}$$

### 3.3 Profil spectral rectangulaire

On conduit la même étude que dans le paragraphe précédent mais avec un spectre de profil rectangulaire défini en nombre d'onde selon :

$$f(\sigma) = K \quad \text{pour } \sigma \in \left[ \sigma_0 - \frac{\Delta\sigma_{1/2}}{2}; \sigma_0 + \frac{\Delta\sigma_{1/2}}{2} \right] \quad \text{sinon } f(\sigma) = 0$$

On travaille toujours dans le cadre de l'hypothèse  $\Delta\sigma_{1/2} \ll \sigma_0$  encore exprimée par  $\Delta\lambda_{1/2} \ll \lambda_0$ .

5. Montrer que l'éclairement est donné par :

$$E(t) = \frac{E_{max}}{2} \left( 1 + \text{sinc} \frac{\pi\Delta\lambda_{1/2}2Vt}{\lambda_0^2} \cos \frac{2\pi2Vt}{\lambda_0} \right)$$

6. Expliquer la forme de la courbe d'éclairement de la figure 5. Comment peut-on accéder à la mesure de la bande-passante du filtre ?

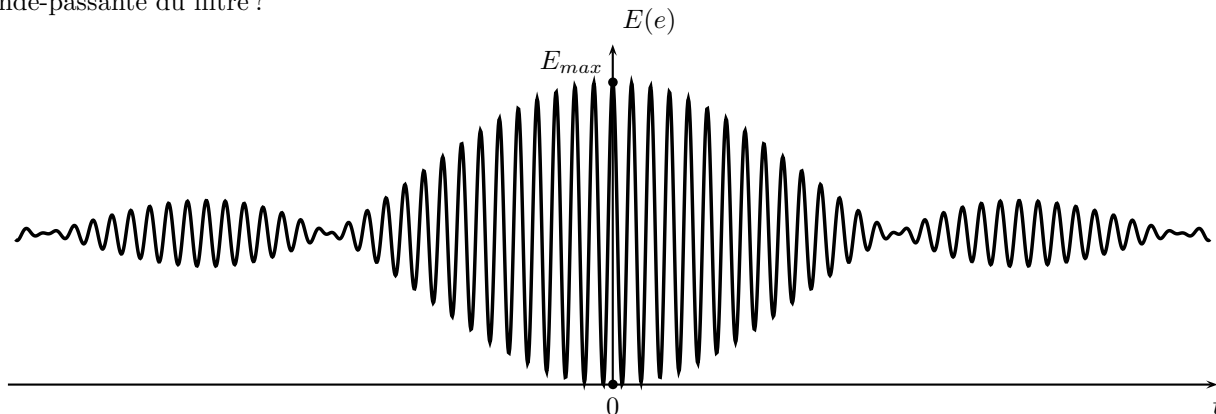


FIGURE 5 – Éclairement dans le cas profil spectral rectangulaire

## 4 Expériences

### 4.1 Consignes

Lors de vos activités expérimentales en TP, vous devrez systématiquement :

- \* Élaborer un protocole et m'appeler pour que je le valide.
- \* Mettre en œuvre ce protocole et m'appeler pour que j'évalue vos activités.
- \* Communiquer les résultats dans le compte rendu sous forme de descriptions, de tableaux de mesures, de graphiques...
- \* Valider les résultats en comparant les développements théoriques et les résultats expérimentaux en ayant le souci permanent de présenter de façon rigoureuse les résultats avec leur incertitude.
- \* Remettre en fin de séance votre compte-rendu.

Vous serez évalué sur l'ensemble de ces exigences.

### 4.2 Réglages préliminaires

La rotation de la vis micrométrique doit être libre. Attention : il ne doit pas y avoir en début de TP de couplage avec le moteur. Les réglages préliminaires seront réalisés avec observation à l'œil, on utilisera donc toujours un dépoli placé devant la source lumineuse en entrée de l'interféromètre de MICHELSON.

7. En utilisant la lampe à vapeur de mercure, obtenir des anneaux les plus ronds possibles et invariants lorsqu'on effectue des petits mouvements de tête devant l'interféromètre. L'ensemble des opérations de réglage ont été effectuées dans un précédent TP, il ne faut pas hésiter à s'y référer. L'objectif est d'avoir l'observation d'un petit nombre d'anneaux entre 5 et 10 par exemple. Faire valider le réglage avant de poursuivre.

8. S'approcher du contact optique du mieux possible.

9. Passer en lumière blanche. Du fait de sa grande largeur spectrale, l'observation des franges d'interférences colorées ne s'effectue que dans un très petit intervalle d'espace autour du contact optique. Affiner la recherche du

contact optique pour que l'on se situe dans la zone où les franges sont observables. La position du miroir mobile est donc extrêmement proche du contact optique. Repérer (et noter...) sur la vis micrométrique la position du contact optique.

10. En agissant sur les vis du réglage de l'orientation du miroir mobile  $M_1$ , passer en coin d'air. Orienter les franges rectilignes du coin d'air de telle sorte qu'elles soient verticales. Réaliser une projection sur un écran de la figure d'interférences grâce à une lentille convergente de focale 20 cm par exemple. On fera attention au fait que les franges du coin d'air sont localisées dans le coin d'air et que, par conséquent, leur image par la lentille convergente ne se situe pas dans le plan focale image de la lentille!

11. Placer en entrée un filtre interférentiel. On doit toujours voir les franges d'interférences. S'assurer que les franges sont bien nettes sur l'écran d'observation. En effet, c'est là que l'on mettra le capteur CCD pour l'enregistrement de la courbe d'intensité lumineuse. Si cela n'est pas le cas, ajuster les positions de la lentille convergente et de l'écran pour que cela soit le cas.

### 4.3 Mise en place de la motorisation

12. Accoupler le moteur et le miroir mobile  $M_1$ .

13. Mettre en marche le moteur pendant quelques instants dans un sens pour observer sur l'écran le défilement des franges ainsi que l'évolution du contraste.

14. En jouant sur le sens de rotation du moteur, revenir en arrière et passer à nouveau par le contact optique. Faire valider les réglages.

### 4.4 Montage complet

Le montage expérimental complet est présenté sur la photographie de la figure 6. On utilise, en entrée, une lentille de courte focale (15 cm par exemple) pour concentrer la lumière émise par la source blanche sauf si celle-ci possède déjà une lentille convergente, il est éventuellement possible de s'en passer. En sortie de l'interféromètre, on place une lentille de focale 20 cm pour former l'image de la figure d'interférences sur le capteur.



FIGURE 6 – Montage expérimental complet

## 4.5 *Caliens*

15. La caméra sera placée à l'endroit où se forme l'image du système d'interférences constituées par les franges rectilignes du coin d'air, voir 7.

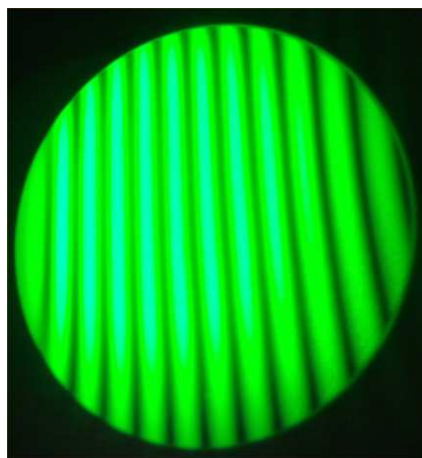


FIGURE 7 – Image des franges du coin d'air à former sur la caméra

16. Ouvrir le logiciel *Caliens*. Celui-ci facilite très peu le travail de l'utilisateur en mode temporel et, de plus, il est peu fiable. La première chose à faire est d'éviter la saturation. Pour cela, on utilise la visualisation en direct de l'intensité lumineuse des 2048 capteurs de la barrette CCD. Essayer de faire en sorte que la réponse soit dans l'échelle proposée comme sur la photographie de la figure 8 de telle sorte que l'on perçoive les franges sombres et les franges brillantes. Il faudra jouer sur les atténuateurs vissés sur la caméra ou encore chercher le meilleur angle entre les deux polariseurs rectilignes que l'on peut aussi visser sur la caméra pour y arriver.

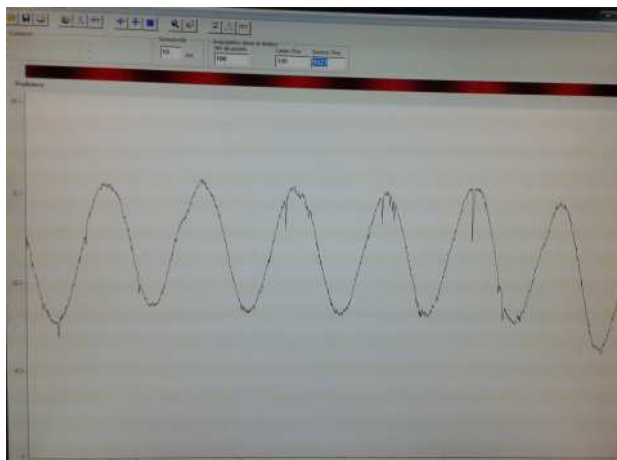


FIGURE 8 – Écran du logiciel CALIENS

17. On passe ensuite en mode TIME, c'est-à-dire en mode temporel. Compte tenu des faiblesses du logiciel, la durée d'acquisition entre deux mesures sera celle proposée par défaut à savoir 10 ms, le pixel sélectionné pour enregistrer au cours du temps l'intensité lumineuse sera aussi celui proposé par défaut. C'est le 1023, il se situe au milieu de la barrette et, normalement, il est forcément éclairé. Il ne reste plus qu'à définir le nombre de mesures. Ce nombre est fonction de la largeur spectrale du filtre que l'on utilise mais il est très vraisemblable que l'on se situe un peu autour de la minute pour faire un enregistrement utile. Si, par exemple, on veut travailler sur 70 s, on aura donc besoin de 7000 mesures. L'acquisition au cours du temps est déclenchée en cliquant sur la gaussienne située à côté de TIME.

18. Le logiciel *Caliens* ne propose aucune forme de traitement des mesures enregistrées. On utilisera l'exportation en TXT ou bien celle au format *Régressi*. Mais, une surprise est réservée à l'utilisateur lors de l'exportation en TXT : tous les 1000 points, le compteur de temps est remis à 0 ! Ce n'est pas dramatique. En utilisant le fichier TXT, réaliser, grâce à *Libre Office* ou tout autre tableur, un fichier CSV de deux colonnes. Dans la première colonne et dans le premier cas, on placera une variable donnant les dates successives, la première case de la colonne portera le nom de la variable  $T_e$  par exemple. Les valeurs des dates correspondantes sont 0,00

pour la première, 0,01 pour la deuxième, 0,02 pour la troisième. . . Ces valeurs sont bien sûr en secondes puisque la période d'échantillonnage est  $T_e = 10$  ms. Avec une formule de calcul, on arrive très rapidement à recréer l'échelle de temps même avec plusieurs milliers de points. Dans la seconde colonne, on trouvera les valeurs de l'intensité lumineuse  $I$  avec ce nom dans la première case. On peut travailler en important le fichier CSV dans un programme *Python*. On peut aussi utiliser *Régressi* ou bien *Latis Pro*. Pour pouvoir faire l'importation en *Latis Pro*, il faudra que les séparateurs des champs soit le *point virgule*.

**19.** Importer le fichier CSV dans *Latis Pro*. Dans la fenêtre contextuelle qui s'ouvre lorsque l'on demande l'importation, on placera  $T_e$  en abscisse et  $I$  en ordonnée. Le traitement des données que vous jugerez utile de faire sera réalisé sous *Latis Pro*.

**20.** On ne peut pas utiliser le programme *Caliens* pour exploiter l'enregistrement de la lumière. Il va falloir exporter, d'une manière ou d'une autre, les résultats des mesures d'intensité lumineuse vers un autre programme informatique.

## 4.6 Étude d'un filtre

Quelle que soit la méthode retenue pour récupérer les données, on ne cherchera pas trouver un modèle pour la courbe d'évolution de l'intensité lumineuse au cours du temps car la situation est trop complexe, le programme informatique de modélisation ne convergera pas. On se contentera, d'une façon plus ou moins automatisée, de chercher à définir une enveloppe pour la courbe d'intensité. On s'intéresse surtout à la fonction de contraste.

**21.** Élaborer un protocole permettant d'aboutir à la détermination de la fonction de transmission du filtre et à la mesure de sa bande passante. La vitesse de déplacement du miroir mobile  $M_1$  est  $V = 0,556 \pm 0,001 \mu\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

**22.** Réaliser le compte-rendu de ce travail en n'oubliant pas le calcul d'incertitude de la bande passante du filtre.