TP : Goniomètre à réseau.

Le goniomètre est un instrument permettant de mesurer des angles avec une grande précision. Il est utilisé fréquemment dans le domaine de l'Optique mais il peut servir à déterminer à déterminer la direction d'émission d'une source qui envoie des ondes électromagnétiques dans d'autres domaines de longueurs d'ondes, par exemple dans le domaine des ondes radios. Dans le domaine de l'Optique, on l'utilise surtout pour déterminer le spectre d'une source. Celui-ci est développé angulairement grâce à un prisme qui disperse la lumière de la source ou grâce à un réseau qui la diffracte. Le repérage précis de l'angle entraîne la détermination précise d'une longueur d'onde présente dans le spectre.

1 Objectifs

Ce TP va vous permettre de développer un savoir-faire important basé sur la précision des réglages que l'on effectue en général en Optique. Plus particulièrement, il va permettre de déterminer les longueurs d'ondes présentes dans le spectre d'une lampe à vapeur de mercure sachant que la raie la plus intense de cette source est la raie verte de longueur d'onde dans le vide $\lambda = 546,1\,\mathrm{nm}$. On utilisera un réseau par transmission à $n = 600\,\mathrm{mm}^{-1}$ traits par millimètre. Après avoir établi le spectre de la lampe à vapeur de mercure, on déterminera la période a en microns d'une réseau particulier appelé réseau sinusoïdal présenté dans la partie théorique.

2 Matériel

2.1 Le goniomètre

Sur la photographie de la figure 1, on peut voir le spectrogoniomètre. Les principaux éléments qui le composent sont un plateau rotatif sur lequel on place le prisme ou le réseau, un collimateur muni d'une fente de taille réglable et d'une lunette autocollimatrice d'observation qui tourne autour du même axe que le plateau.

FIGURE 1 – Goniomètre

2.2 La lunette autocollimatrice

La lunette autocollimatrice va être réglée pour une observation de rayons lumineux parallèles, c'est-à-dire à l'infini. Afin d'éviter de porter le goniomètre qui est assez lourd afin de regarder au loin à travers les fenêtres de la salle de TP, la lunette est équipée d'une petite ampoule qui avec envoyer de la lumière dans la lunette ou non en fonction de la position d'un petit bouton que l'on pousse vers l'avant à condition d'avoir branché l'ampoule. Le réglage à l'infini de la lunette doit être connu. La lunette est présentée sur les photographies de la figure 2.

FIGURE 2 – La lunette autocollimatrice

Il consiste tout d'abord à régler l'oculaire à sa vue. Pour un œil normal, cela va consister à placer le réticule dans le plan focal objet de la lentille convergente constituant l'oculaire. Cela s'effectue en jouant sur la bague de l'oculaire.

Dans un second temps, il faut régler la lunette d'observation de telle sorte qu'elle forme l'image d'un objet situé à l'infini dans le même plan que celui où l'on vient de placer le réticule. Le plan focal image de l'objectif de la lunette sera donc confondu avec le plan du réticule. Comme nous l'avons dit avant, il n'est pas simple d'observer un objet très éloigné. On utilise le réticule comme objet, à condition de l'éclairer avec la petite ampoule. Si l'on place le réticule dans le plan focal de l'objectif, son image est rejetée à l'infini. En utilisant une surface plane réfléchissante orientée perpendiculairement à l'axe optique de la lunette, les rayons parallèles atteignent une seconde fois la lentille convergente constituant l'objectif. Ils vont donc converger dans le plan d'où ils étaient partis. Dans ce plan, on voit donc le réticule objet et son image. C'est un jouant sur la bague de l'objectif que l'on arrive à voir le réticule et son image car la bague déplace la lentille convergente. La face plane réfléchissante peut être réalisée avec n'importe quelle face plane ou presque pourvu qu'elle réfléchisse suffisamment de lumière. La plus courante est une lame à faces parallèles comme on peut le voir sur la photographie de la figure 3.

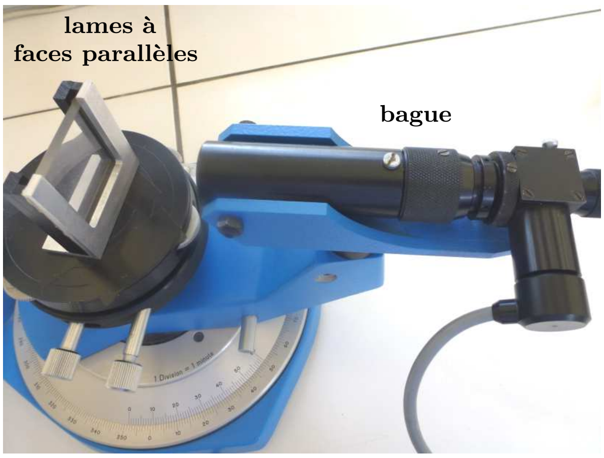

FIGURE 3 – Réglage de la lunette autocollimatrice

2.3 Le collimateur

Le collimateur est constitué d'une fente rectiligne réglable à l'aide de la vis que l'on peut voir sur la photographie de la figure 4. Cette fente aura le rôle d'objet lumineux observé, on place, en général, juste derrière la source lumineuse dont on veut former le spectre. Toutefois la lunette d'observation a été réglée à l'infini. Elle ne permettra d'observer l'image de la fente que si celle-ci provient de l'infini. Il faut donc placer cette fente dans le plan focal objet de la lentille convergente placée à l'autre extrémité du collimateur. Ce réglage s'effectue à nouveau avec une bague que l'on tourne. On notera que dans cette phase de réglage, le plateau du goniomètre ne comporte pas de système produisant de la dispersion (prisme) ni de la diffraction (réseau).

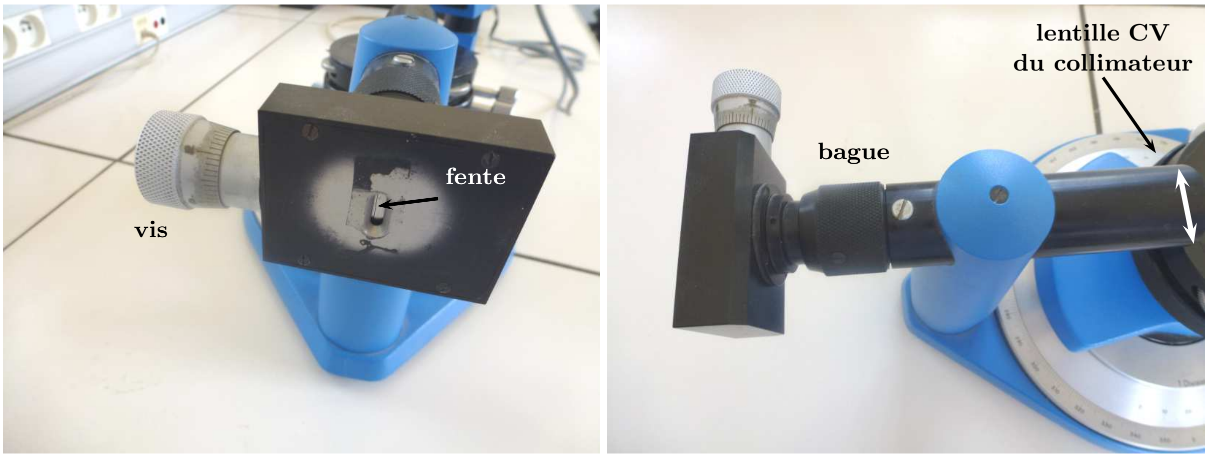

FIGURE 4 – Le collimateur

2.4 Horizontalité

Il est important que la lumière fournie par la fente du collimateur soit observée correctement avec la lunette et cela ne va pas de soi... En effet, il faut que la lunette et le collimateur soient bien alignés sur un même axe lorsque l'on utilise pas de dispositif dispersant ou de dispositif diffractant. Il faut aussi que le dispositif posé sur le plateau du goniomètre soit bien perpendiculaire à l'axe commun collimateur-lunette afin qu'il ne dévie pas vers le haut ou vers le bas le faisceau lumineux et que la lunette observe bien l'image de la fente.

Le réglage de l'horizontalité du plateau peut se faire à deux niveaux : un réglage grossier (ou préréglage) suivi ou non d'un réglage fin. Le réglage fin demande du temps lorsque l'on n'a pas d'expérience. Vous ne le réaliserez que si vous estimez pouvoir y arriver dans un délai raisonnable de quelques minutes.

2.4.1 Préréglage d'horizontalité

Dans tout le réglage, on appelle *verticale* la direction de l'axe Δ de rotation du plateau même s'il n'est pas rigoureusement vertical. Une direction horizontale sera donc orthogonale à Δ. Il est impératif de préparer le goniomètre en ajustant à l'œil grossièrement l'horizontalité de la lunette. Éffectuer ce préréglage en jouant sur la vis V_0, voir la figure 5. Il faut aussi placer le plateau proche de l'horizontalité en jouant sur les vis V_1, V_2 et V_3. Attention, on n'ira jamais en butée pour ces vis lors du réglage, ne forcer en aucun cas ! On dispose de deux méthodes possibles pour le plateau. La méthode par calage consiste à introduire sans forcer une lame métallique mince entre le plateau et son support au niveau de chacune des trois vis de réglage V_1, V_2 et V_3, on assure un quasi-parallélisme entre ces deux éléments et leur orthogonalité à Δ. On peut aussi pratiquer la méthode par effet de *voile optique*. En faisant tourner le plateau autour de l'axe Δ et en l'observant en incidence rasante, on peut mettre en évidence les défauts d'orthogonalité. Il suffit alors de jouer sur la vis adéquate pour faire disparaître cet effet de voile optique. Sur la photographie de la figure 6, on peut voir deux des trois vis de réglage de la position du plateau.

2.4.2 Réglage fin

Positionner comme sur la figure 7 (a) une lame à faces parallèles sur le plateau. La vis V_0 permet le réglage de l'horizontalité de l'axe Δ_0 de la lunette. La vis V_1 permet le réglage de la verticalité de la lame par rotation du plateau autour de l'axe Δ_1 matérialisé par les points d'appui des vis V_2 et V_3. Les vis V_2 et V_3 manœuvrées

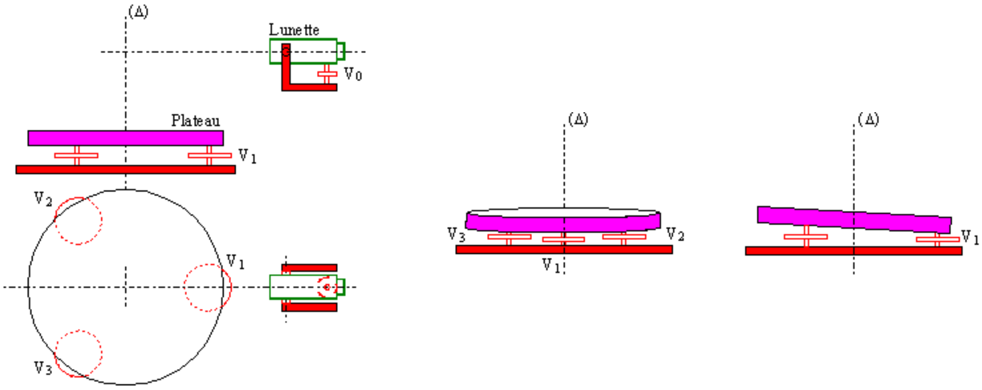

FIGURE 5 – Préréglage d'horizontalité

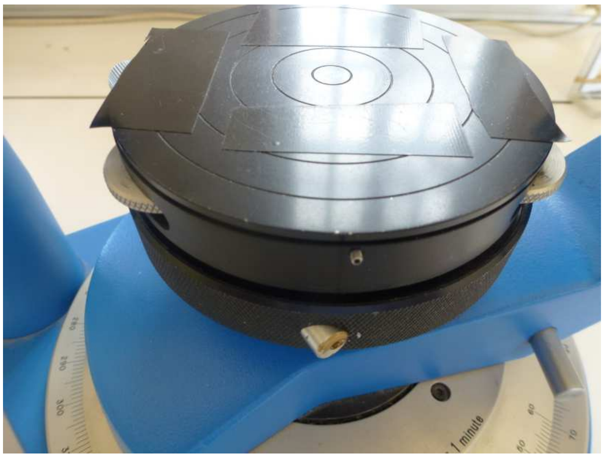

FIGURE 6 – Plateau et vis de réglage

simultanément et en sens inverse permettent le réglage de l'horizontalité du plateau selon l'axe Δ' passant par V_1 mais un tel réglage est sans effet sur la verticalité de la lame et ne sera donc pas utilisé.

Initialement, réaliser l'orthogonalité de la lunette avec la lame par autocollimation avec réglage de V_0 (confondre le réticule et son image), puis tourner le plateau de 180°.

Ensuite, corriger l'orientation de la lunette et celle de la lame en jouant à moitié sur V_0 et à moitié sur V_1 de sorte que le réticule soit à nouveau confondu avec son image, c'est la *méthode du moitié-moitié.*

Effectuer, alors, une nouvelle rotation du plateau de 180° et recommencer la méthode moitié-moitié jusqu'à obtenir ce que le réticule et son image soient confondus sur les deux positions dues à la rotation de 180°. À la fin de cette étape, l'axe Δ_0 de la lunette est orthogonal à l'axe de rotation Δ du goniomètre supposé vertical et le réglage de l'horizontalité de la lunette est terminé. Il ne faut plus toucher la vis V_0 ! Attention, on peut constater que l'horizontalité du plateau n'est pas rigoureusement assurée mais cela n'a pas d'importance pour la suite.

2.5 Lecture des angles

La lecture des angles s'effectue avec une relativement grande précision compte tenu de la présence d'une échelle vernier associée à l'échelle principale. La lecture du nombre de de degrés s'effectue à partir de la position du zéro de l'échelle vernier. Le nombre de minutes d'angle - puisque l'échelle vernier comporte 60 graduations - à ajouter est obtenu en cherchant la meilleure coincidence entre une graduation de l'échelle principale et une autre de l'échelle vernier. Pour effectuer une lecture correcte, il faut être en face de ces deux graduations ce qui est assez difficile sur la photographie de la figure 8. Il n'est reste pas moins que l'on peut proposer un angle de repérage de la position de la lunette de $11^\circ 45'$.

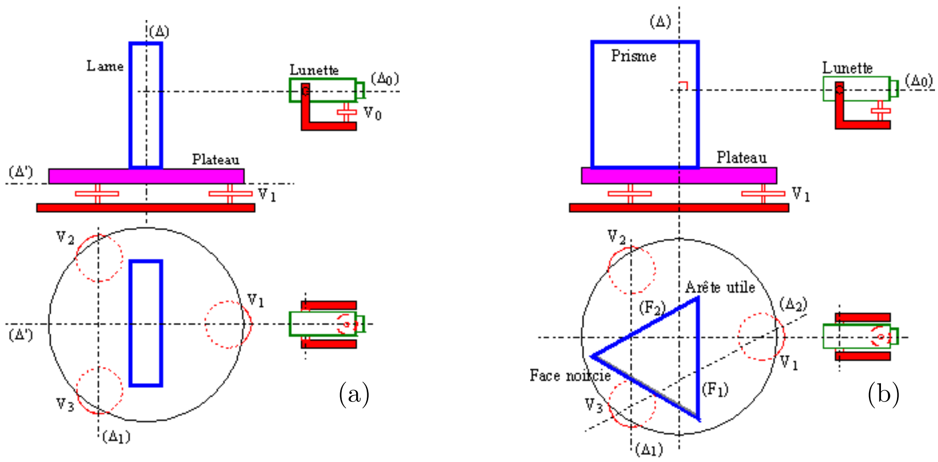

FIGURE 7 – Réglage précis d'horizontalité (a) - Positionnement du prisme (b)

FIGURE 8 – Lecture des angles : échelle principale et échelle vernier

3 Aspects théoriques

3.1 Réseau classique

On considère un réseau par transmission constitué de n traits par millimètre, par exemple $n = 600\,\text{mm}^{-1}$. Le pas du réseau est $a = 1/n$. Les traits sont assimilés à des fentes extrêmement fines qui diffracte la lumière de façon isotrope dans toutes les directions. Cette hypothèse ne correspond pas tout à fait la réalité des choses puisque la diffraction n'envoie pas la même amplitude et donc la même intensité lumineuse dans toutes les directions. Toutefois, elle n'empêche pas de comprendre l'essentiel sur le réseau. La diffraction est étudiée à l'infini puisque la lumière provenant de la fente du collimateur forme un faisceau parallèle et que la lunette est réglée à l'infini. L'étude théorique sera limitée par conséquent aux interférences entre les N ondes issues des N fentes éclairées envoyant un rayon lumineux dans une seule et même direction que nous noterons θ. L'angle d'incidence sur le réseau est noté θ_0. On raisonne pour un faisceau de lumière monochromatique de longueur d'onde λ, voir la figure 9.

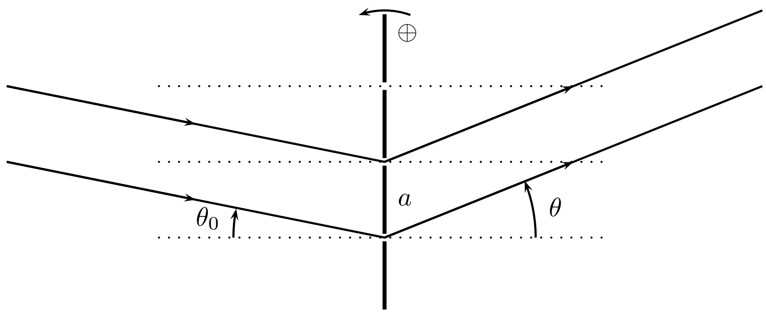

Figure 9 – Diffraction par le réseau

Sur le schéma de la figure 9, on a représenté deux fentes consécutives diffractant la lumière. Raisonner sur des fentes consécutives suffit pour déterminer l'angle d'obtention d'un maximum principal de lumière que l'on appelle encore *un ordre*. Cette affirmation est justifiée par le caractère périodique du réseau dont la période spatiale est a.

1. Montrer que la différence de marche entre deux rayons consécutifs diffractés par le réseau est :

$$\delta = a\,(\sin\theta - \sin\theta_0)$$

2. Montrer que les ordres correspondant aux maxima de lumière sont obtenus dans les directions θ_p données par la formule ci-dessous. On précisera les propriétés de p.

$$\sin\theta_p = \sin\theta_0 + p\,\frac{\lambda}{a} = \sin\theta_0 + p\,n\lambda$$

3. Montrer qu'on peut déterminer soit une longueur d'onde, soit le pas du réseau en utilisant deux mesures d'angles correspondants à deux ordres différents. On a alors :

$$\frac{\lambda}{a} = \frac{\sin\theta_{p'} - \sin\theta_p}{p' - p}$$

3.2 Réseau sinusoïdal

Afin de bien comprendre la nature particulière d'un réseau sinusoïdal, nous allons revenir sur celle plus traditionnelle du réseau précédent. Ce réseau est caractérisé par sa fonction de transmittance $t_1(x)$ représenté sur le graphique de la figure 10. Cette fonction est un peigne de Dirac de période a. Sur le second graphique de cette même figure, on a aussi représenté la transmittance $t_2(x)$ correspondant au réseau sinusoïdal. Les deux transmittances ont été représentées sans volonté de les comparer en dehors de leur allure.

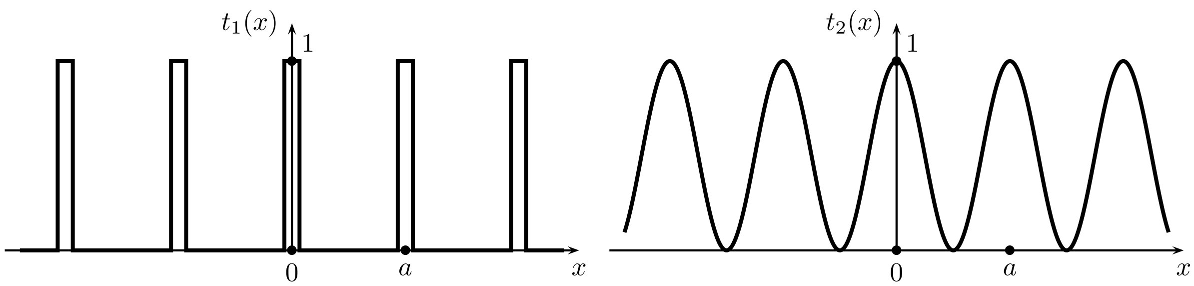

Figure 10 – Réseau peigne de Dirac - Réseau sinusoïdal

On considère dans les deux cas que le réseau est éclairé sur une longueur $L \gg a$ entre les abscisses $x = -L/2$ et $x = +L/2$. Pour simplifier l'approche théorique du réseau sinusoïdal, on étudiera une situation d'éclairage en incidence normale donc pour $\theta_0 = 0$. La transmittance du réseau sera considérée comme étant donnée par :

$$t_2(x) = \frac{1}{2}\left(1 + \cos 2\pi\frac{x}{a}\right)$$

4. Expliquer physiquement, de façon simple et qualitative, que la forme de l'amplitude diffractée dans la direction θ par le réseau sinusoïdal soit donnée par :

$$\underline{s} = K s_0 \exp j\omega t \int_{-L/2}^{L/2} t_2(x) \exp -j2\pi \frac{x \sin\theta}{\lambda} \mathrm{d}x$$

Comme nous l'avons vu dans l'étude de la diffraction, l'amplitude diffractée correspond à la transformée de Fourier de la fonction de transmittance $t(x)$. Dans le cas du peigne de Dirac, l'amplitude et donc l'intensité diffractée possèdent des maxima donnés par la loi de Bragg : $a \sin\theta_p = p\lambda$ (à condition que l'éclairage soit réalisé sous incidence normale $\theta_0 = 0$) pour toutes les valeurs de p telles que $|\sin\theta_p| \leq 1$. Dans l'hypothèse où l'éclairage normal ne peut être réalisé, on procédera comme dans les questions **2.** et **3.**.

5. Effectuer le calcul de l'amplitude diffractée dans la direction θ en utilisant la propriété $\exp j\alpha + \exp -j\alpha = 2\cos\alpha$ et montrer que l'on obtient :

$$\underline{s} = \frac{K}{4} s_0 L \exp j\omega t \left[2 \,\mathrm{sinc}\, \pi \frac{\sin\theta}{\lambda} L + \mathrm{sinc}\, \pi \left(\frac{\sin\theta}{\lambda} - \frac{1}{a} \right) L + \mathrm{sinc}\, \pi \left(\frac{\sin\theta}{\lambda} + \frac{1}{a} \right) L \right]$$

6. Montrer que l'amplitude diffractée présente seulement 3 maxima très marqués dans le cas où L est grand devant λ. Expliquer qu'il en sera de même pour l'intensité.

7. Donner les trois expressions de $\sin\theta$ correspondant à ces maxima. Commenter en faisant le lien avec la loi de Bragg.

4 Expériences

4.1 Consignes

Lors de vos activités expérimentales en TP, vous devrez systématiquement :

* Élaborer un protocole et m'appeler pour que je le valide.
* Mettre en œuvre ce protocole et m'appeler pour que j'évalue vos activités.
* Communiquer les résultats dans le compte rendu sous forme de descriptions, de tableaux de mesures, de graphiques...
* Valider les résultats en comparant les développements théoriques et les résultats expérimentaux en ayant le souci permanent de présenter de façon rigoureuse les résultats avec leur incertitude.
* Remettre en fin de séance votre compte-rendu.

Vous serez évalué sur l'ensemble de ces exigences.

4.2 Repérage des angles

Il faut éviter des confusions entre le repérage des angles α sur le goniomètre et l'angle θ défini par rapport à la normale au réseau et utilisé dans la loi de Bragg. Si l'angle θ correspond à une lecture d'angle α sur l'échelle du goniomètre, on a $\theta = \alpha - \alpha_{\text{normale}}$. Le problème c'est, qu'a priori, on ne sait pas facilement où se situe la normale au réseau et donc on ignore au départ l'angle α_{normale}. De la même façon, il n'est pas simple de connaître l'angle d'incidence θ_0 sur le miroir. Repérer sur le goniomètre l'angle α_0 qui correspond à la direction de la lumière incidente est facile puisque c'est la direction de l'ordre 0 provoqué par le réseau. Mais, à nouveau, cela ne nous donne pas l'angle θ_0 puisque l'on a $\theta_0 = \alpha_0 - \alpha_{\text{normale}}$ puisque α_{normale} n'est toujours pas connu, voir le schéma de la figure 11.

La graduation présente face à soi lorsque l'on se place devant le goniomètre est souvent voisine de 180° en étant rarement $180^\circ 00'$ à la minute près puisque le plateau est gradué en minute d'angle. De plus, on n'est pas assuré que l'angle d'incidence θ_0 soit nul même si l'on fait très attention au positionnement du réseau sur le plateau du goniomètre. On peut travailler avec un angle d'incidence θ_0 non nul mais on choisit souvent de le rendre nul pour faciliter le traitement des mesures.

Que l'on choisisse $\theta_0 \neq 0$ ou bien $\theta_0 = 0$, le problème est toujours le même, il faut repérer sur la platine du goniomètre l'angle α_{normale}. La technique la plus appropriée est d'utiliser l'autocollimation sur la face plane du réseau. En effet, si la lunette d'observation est positionnée sur l'angle α_{normale}, l'image du réticule renvoyée par le réseau va se trouver exactement sur l'image directe du réticule. Si l'on cherche à obtenir un angle d'incidence nul, il faut faire le processus d'autocollimation que l'on vient de décrire en positionnant la lunette au départ sur l'ordre 0. Un critère important pour vérifier que l'éclairage est sous incidence normale est que les ordres p sont symétriques des ordres $-p$ par rapport à l'ordre 0.

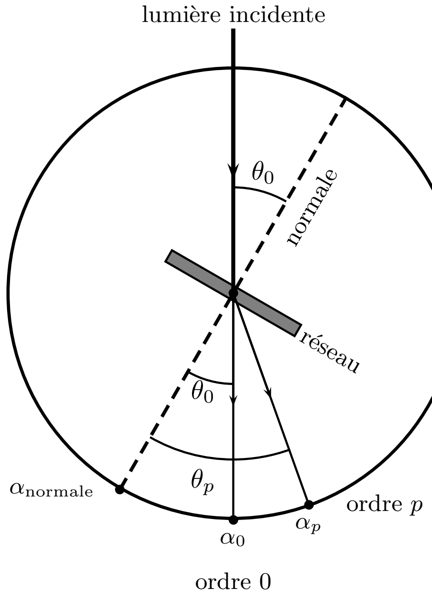

FIGURE 11 – Le problème du repérage des angles sur le goniomètre

4.3 Réseau classique peigne de Dirac

8. En utilisant une source lumineuse dont vous connaissez une longueur d'onde - à l'exception d'un laser qui ne doit pas être utilisé sur un de nos goniomètres destiné à effectuer des observations à l'œil nu -, mesurer le pas d'un réseau.

9. En utilisant comme source lumineuse la lampe à vapeur de mercure, déterminer les valeurs des longueurs d'ondes des raies présentes dans le spectre de cette lampe sachant que la raie la plus intense est la raie verte qui possède pour longueur d'onde $\lambda = 546,1\,\text{nm}$.

4.4 Réseau sinusoïdal

Vous disposez d'un réseau sinusoïdal sur un support que vous pourrez placer sur le plateau du goniomètre.

10. Déterminer la période spatiale a de ce réseau. À combien de traits par millimètre cette valeur correspond-elle ?